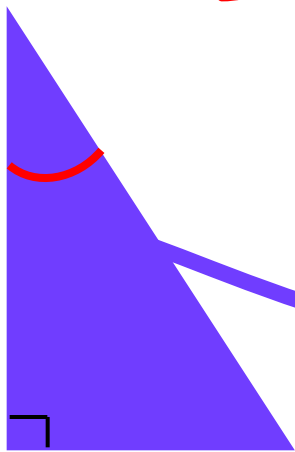
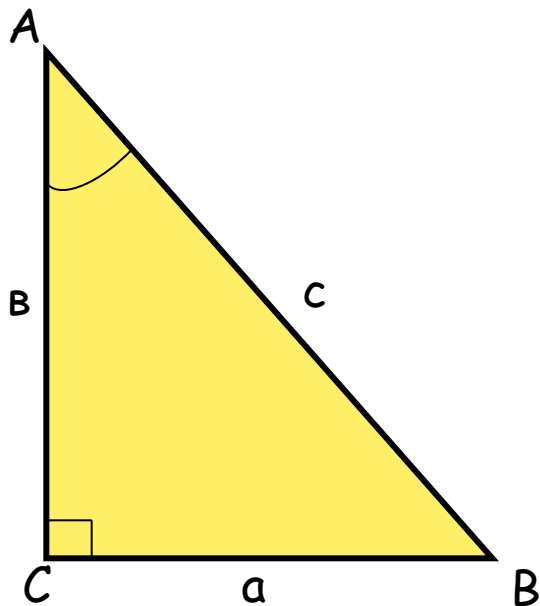
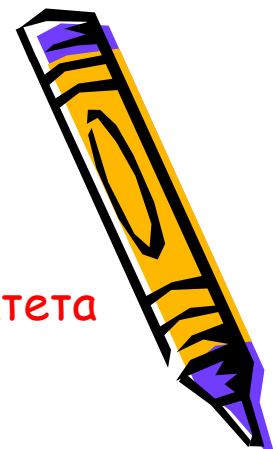




Соотношения
между сторонами и углами
в прямоугольном треугольнике



Определения:



1. **Синусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin A = \frac{a}{c}$$

2. **Косинусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad \cos A = \frac{b}{c}$$

3. **Тангенсом** острого угла прямоугольного треугольника называется

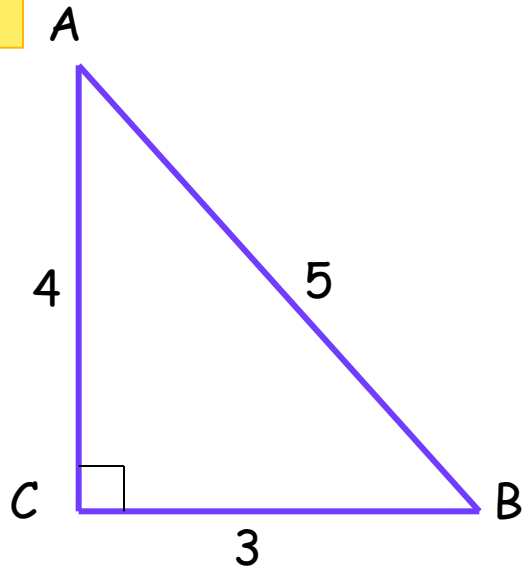
отношение противолежащего катета к прилежащему катету.

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$$



1.



Найти:

$\sin A$; $\cos A$; $\operatorname{tg} A$;

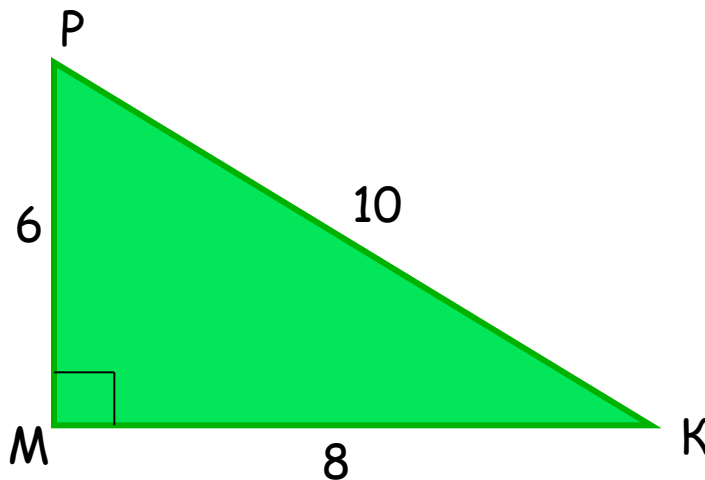
$\sin B$; $\cos B$; $\operatorname{tg} B$;

Ответ:

$$\sin A = \frac{3}{5}; \quad \cos A = \frac{4}{5}; \quad \operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$$

$$\sin B = \frac{4}{5}; \quad \cos B = \frac{3}{5}; \quad \operatorname{tg} B = \frac{4}{3}$$

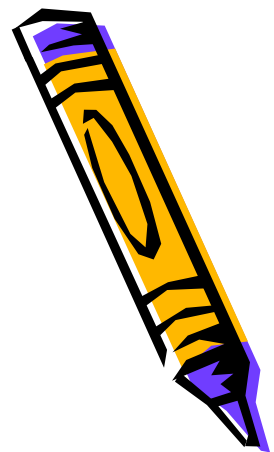
2.



Найти:

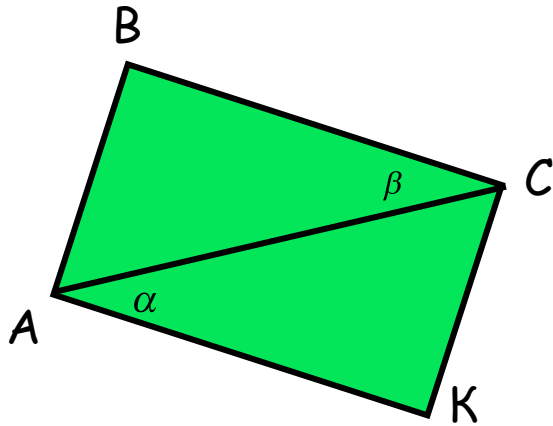
$\sin P$; $\cos P$; $\operatorname{tg} P$;

$\sin K$; $\cos K$; $\operatorname{tg} K$;



Тест

1.



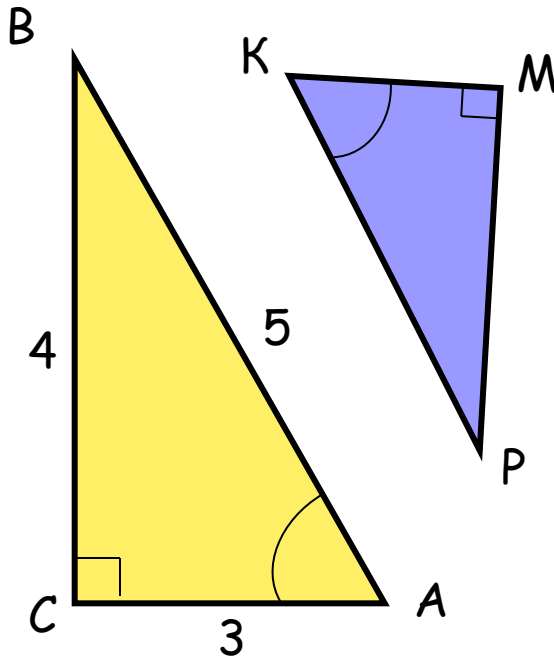
Дано: ABCK - прямоугольник

$\cos \alpha = 0.5$, тогда $\cos \beta = \dots\dots$

Ответ: а) $\frac{1}{2}$ б) 2 в) 0,25

а) $\frac{1}{2}$

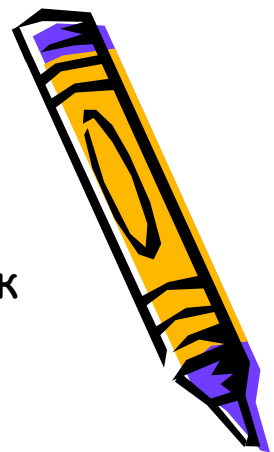
2.



Найти: $\sin P$

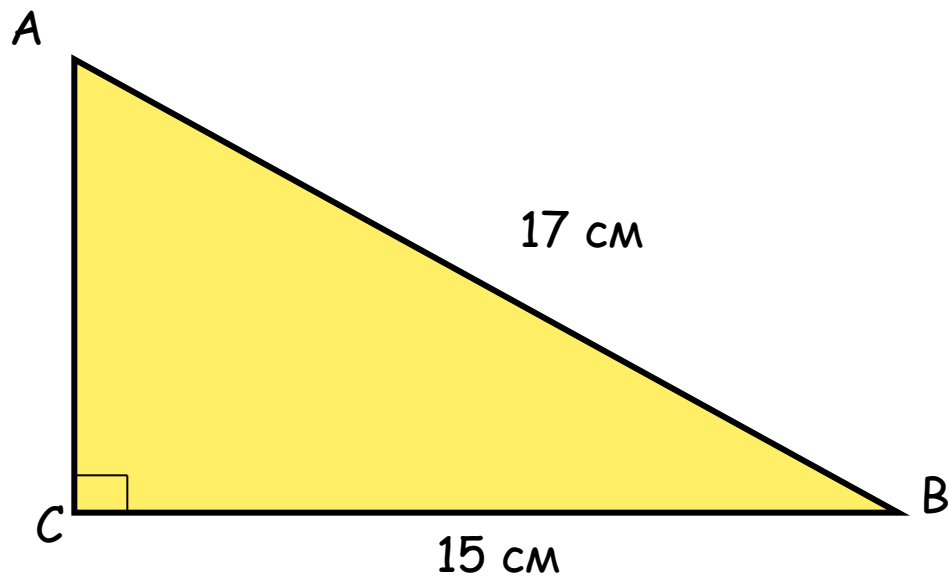
Ответ: а) 0,8 б) 0,6 в) 0,75

б) 0,6



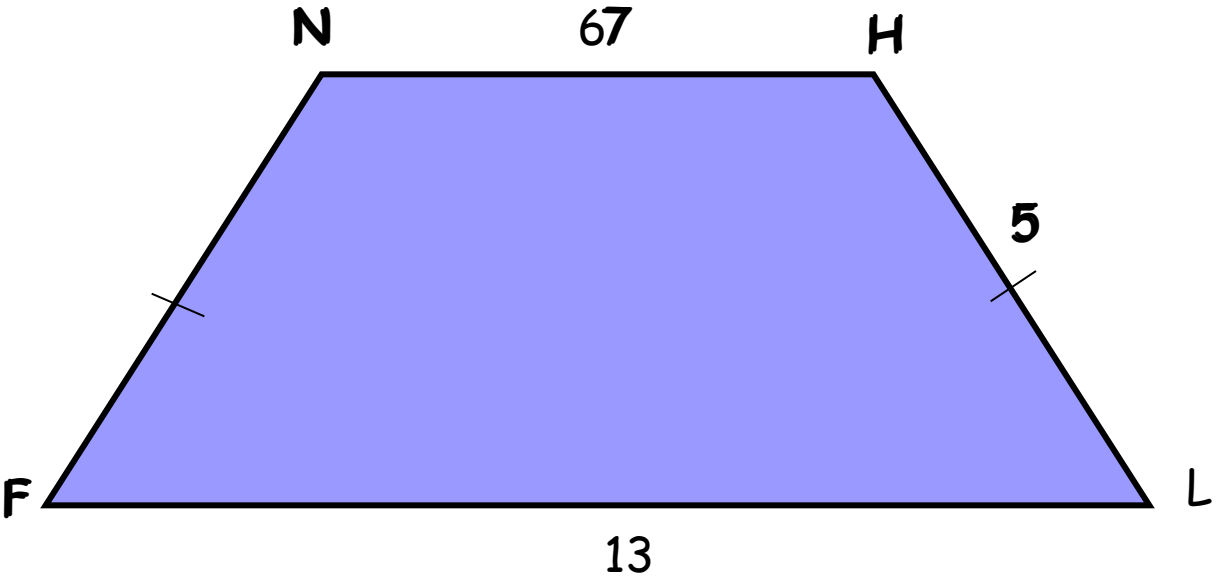
3.

Найти синус, косинус и тангенс острых углов по данным на чертеже:

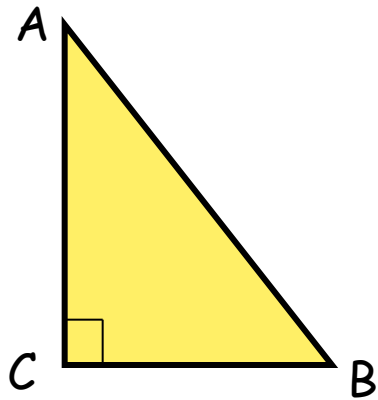


4.

Найти синус, косинус и тангенс острого угла трапеции



Зависимость между \sin , \cos одного и того же угла



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

Доказать: $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Доказательство:

По определению $\sin A = \frac{BC}{AB}$, значит, $\sin^2 A = \frac{BC^2}{AB^2}$

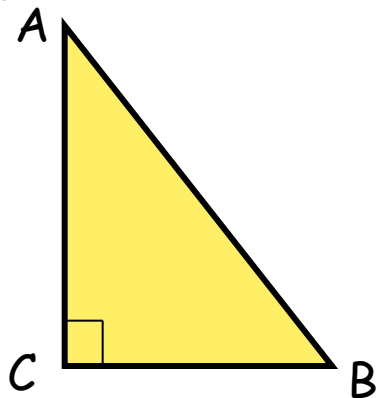
По определению $\cos A = \frac{AC}{AB}$, значит, $\cos^2 A = \frac{AC^2}{AB^2}$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

Следовательно, $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$



Зависимость между \sin , \cos и tg одного и того же угла



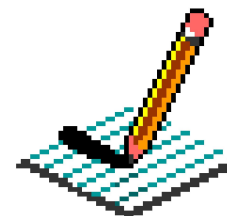
Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

Доказать: $\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$

Доказательство:

По определению: $\sin A = \frac{BC}{AB}$, $\cos A = \frac{AC}{AB}$, $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$

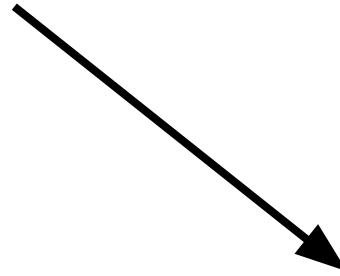
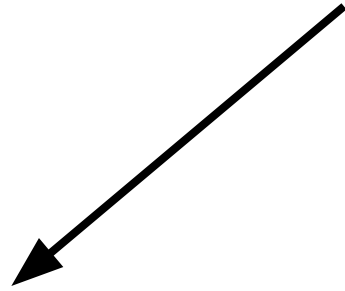
$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB} : \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC} = \operatorname{tg} A$$



Зависимость между \sin , \cos и tg одного и того же угла



$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$



$$\begin{aligned}\sin^2 a &= 1 - \cos^2 a \\ \sin a &= \sqrt{1 - \cos^2 a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos^2 a &= 1 - \sin^2 a \\ \cos a &= \sqrt{1 - \sin^2 a}\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$$



Значения тригонометрических функций для угла 30° .



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$
 $AB = c$.

Решение:

$$\angle A = 30^\circ, AB = c, BC = \frac{1}{2} AB, BC = \frac{1}{2} c$$

По теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

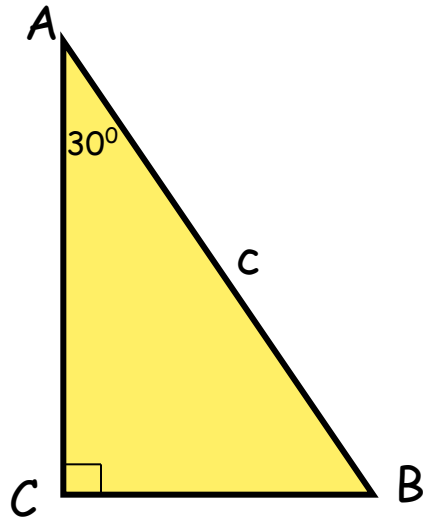
$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

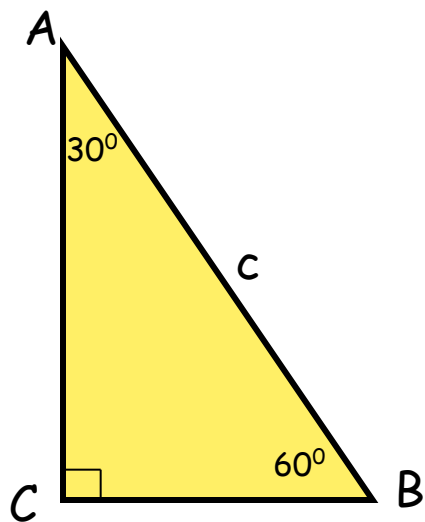
$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{c\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



Значения тригонометрических функций для угла 60° .



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 60^\circ$
 $AB = c$.

Решение:

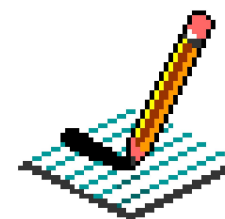
Т. к. $\angle B = 60^\circ$, то $\angle A = 30^\circ$.

$$AB = c, \quad BC = \frac{c}{2}, \quad AC = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

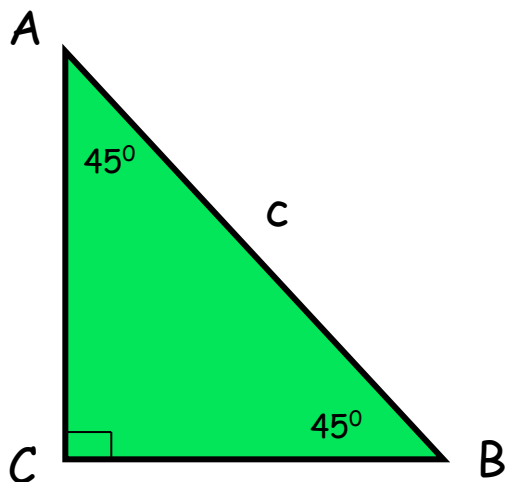
$$\sin B = \frac{AC}{AB} \quad \sin 60^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} \quad \cos 60^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



Значения тригонометрических функций для угла 45° .



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 45^\circ$
 $AB = c$.

Решение:

Т. к. $\angle A = 45^\circ$, то $\angle B = 45^\circ$.

Значит, $\triangle ABC$ - равнобедренный, следовательно, $AC = BC = x$

По теореме Пифагора: $x^2 + x^2 = c^2$, $2x^2 = c^2$,

$$x^2 = \frac{c^2}{2}, x = \frac{c\sqrt{2}}{2}, AC = BC = \frac{c\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin 45^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{2}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

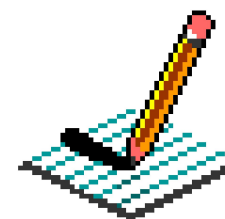
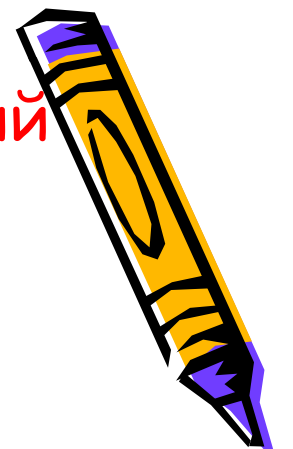


Таблица значений тригонометрических функций
для углов 30° , 45° , 60° .

α	30°	45°	60°
$\text{Sin } \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\text{Cos } \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\text{tg } \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\text{Sin} (90^\circ - \alpha) = \text{Cos } \alpha$$

$$\text{Cos} (90^\circ - \alpha) = \text{Sin } \alpha$$

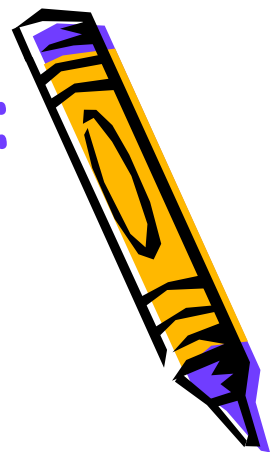


Проверь своё внимание и память :

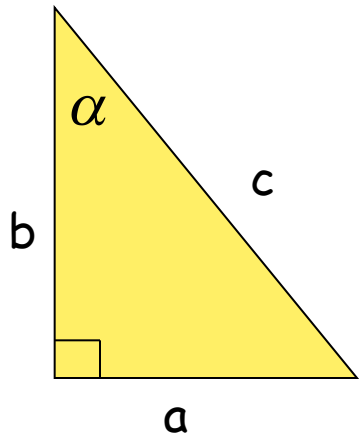
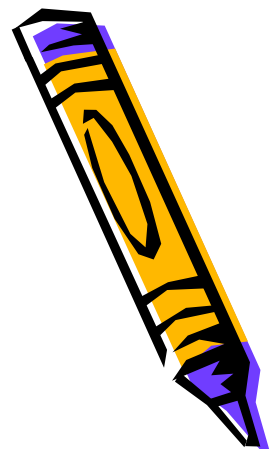
Для какого из углов неправильно указано в таблице значение одной из тригонометрических функций? И какой ?

α	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$
30°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Неправильно указан $\operatorname{tg} 30^\circ$



Решение прямоугольных треугольников



$$\text{Sin}\alpha = \frac{a}{c} \begin{cases} \nearrow a = c \cdot \text{Sin}\alpha \\ \searrow c = \frac{a}{\text{Sin}\alpha} \end{cases}$$

$$\text{Cos}\alpha = \frac{b}{c} \begin{cases} \nearrow b = c \cdot \text{Cos}\alpha \\ \searrow c = \frac{b}{\text{Cos}\alpha} \end{cases}$$

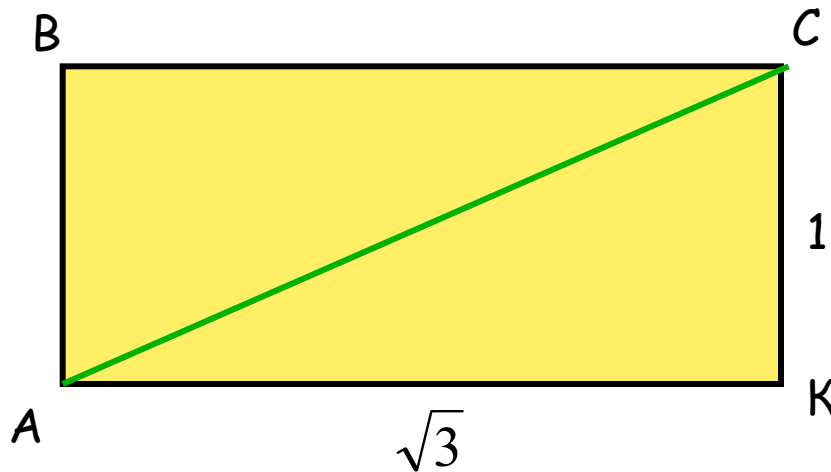
$$\text{tg}\alpha = \frac{a}{b} \begin{cases} \nearrow a = b \cdot \text{tg}\alpha \\ \searrow b = \frac{a}{\text{tg}\alpha} \end{cases}$$



Реши задачу

1.

Найти углы, которые образует диагональ прямоугольника с его сторонами, если стороны прямоугольника равны $\sqrt{3}$ дм и 1 дм.



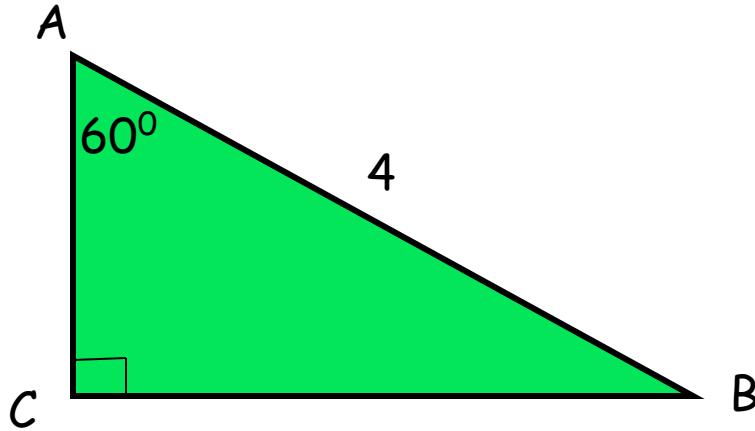
$30^\circ, 60^\circ$.



Реши задачу

2.

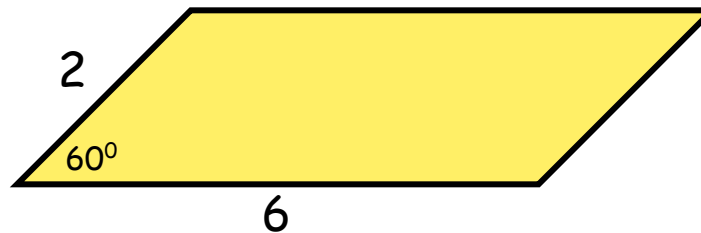
Найти катеты прямоугольного треугольника:



$$AC = 2, BC = 2\sqrt{3}$$

3.

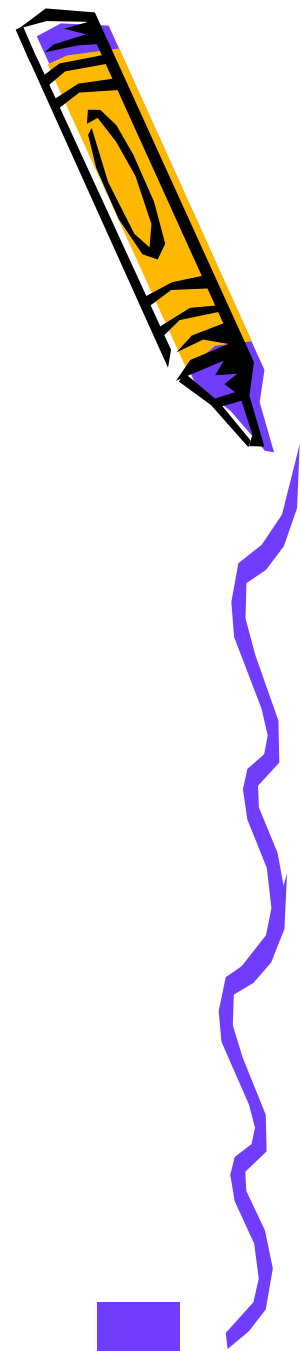
Найти площадь параллелограмма:



$$6\sqrt{3}$$



Желаю успехов в учёбе!



Михайлова Л. П.
ГОУ ЦО № 173.

