Спецификация и оценка моделей с распределенными лагами с конечным числом лагов.

<u>Модель с распределённым лагом</u> - это модель временного ряда, в которой в уравнение регрессии включено как текущее значение объясняющей переменной, так и значения этой переменной в предыдущих периодах.

- Модель с распределённым лагом - это модель временного ряда, в которой в уравнение регрессии включено как текущее значение объясняющей переменной, так и значения этой переменной в предыдущих периодах.

- Например, $Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \ldots + u_t$
- Различают модели с конечным и бесконечным числом лагов:
- · С конечным числом лагов: $$Y_t = \alpha + \sum_{i=0}^{k} \beta_i X_{t-i} + u_t$$
- В этой модели β0 называется краткосрочным мультипликатором (он характеризует изменение среднего значения Y под воздействием единичного изменения X, относящегося к тому же моменту времени).
- Сумма $$\sum_{i=0}^{k} \beta_i$$
- называется долгосрочным мультипликатором, т.к. она характеризует изменение Y под влиянием X в каждый из рассматриваемых моментов.

- · С бесконечным числом лагов: $$Y_t = \alpha + \sum_{i=0}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + u_t$$
- При оценке таких моделей, относительно параметров можно сделать ряд предположений. Предполагаем, что значения параметров при лаговых значениях регрессоров убывают в геометрической прогрессии: β = β0*λ^k , k = 0,1,2..., 0 < λ <1
- Параметр λ характеризует скорость убывания коэффициентов с увеличением лага. Тогда спецификация, может быть записана в виде:

$$Y_t = \alpha + \beta_0 X_t + \beta_0 \lambda X_{t-1} + \beta_0 \lambda^2 X_{t-2} + \ldots + u_t$$

- Неизвестными в этой модели являются α, β0 , λ Они входят в спецификацию нелинейно, значит, напрямую воспользоваться МНК мы не можем.

- Очевидно, что параметры такой модели обычным МНК или с помощью иных стандартных статистических методов определить нельзя, поскольку модель включает бесконечное число факторных переменных. Однако, приняв определенные допущения относительно структуры лага, оценки ее параметров все же можно получить. Эти допущения: предполагается геометрическая структура лага, при которой воздействие лаговых значений фактора на результат уменьшается при увеличении лага в геометрической прогрессии.
- Койк предположил, что существует некоторый постоянный темп λ (от 0 до 1) уменьшения во времени лаговых воздействий фактора на результат. Если, например, в период t результат изменился под воздействием фактора в этот же период времени на b0 ед., то под воздействием изменения фактора, имевшего место в период (t-1)

$x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}$

Модель с конечным числом лагов

Модель с конечным числом лагов при правильной ее спецификации может быть оценена обычным МНК. В этом случае в уравнении

$$y_t = a + b_0 x_t + b_1 x_{t-1} + b_2 x_{t-2} + \dots + b_k x_{t-k} + \varepsilon_t$$

переменные $x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}$
рассматриваются как объясняющие переменные обычной множественной регрессии.

Вместе с тем применение МНК к моделям с конечным числом лагов может быть реально затруднено ввиду следующих причин:

1) при наличии тенденции переменные $x_t, x_{t-1}, \dots, x_{t-k}$ тесно связаны между собой, что вызывает мультиколлинеарность факторов, которая может привести к неинтерпретируемым знакам у коэффициентов регрессии и к снижению их точности;

2) возможна автокорреляция остатков, так как МНК применяется к временным рядам с тенденцией.

Поэтому нередко для оценки параметров модели с распределенным конечным числом лагов используются специальные методы преобразования, как и для модели с бесконечным числом лагов. Разработаны разные методы оценивания параметров моделей с распределенными лагами, которые учитывают характер распределения коэффициентов регрессии при лаговых объясняющих переменных. Иными словами, методы оценивания параметров модели с распределенными лагами основаны на изучении структуры лага. Так, предполагая полиномиальное распределение лаговых коэффициентов, используют ***метод Алмон****,* а при гипотезе геометрической прогрессии для лаговых коэффициентов применяется ***преобразование Койка****.*

Модели, связывающие состояния экономических явлений в последовательные моменты (периоды) времени, принято называть динамическими. Такие модели позволяют изучать явления в динамике, в развитии. Аналитическое представление динамических моделей включает значения переменных, относящиеся как к текущему, так и к предыдущим моментам (периодам) времени.

Эконометрические модели, включающие в качестве факторов значения факторных переменных в предыдущие моменты времени, называются моделями с распределенным лагом.

$$y_t = a + b_0 \cdot x_t + b_1 \cdot x_{t-1} + b_2 \cdot x_{t-2} + \ldots + b_p \cdot x_{t-p} + \varepsilon_t$$

Эконометрические модели, включающие в качестве факторов значения результативной переменной в предыдущие моменты времени. Эти модели называются моделями авторегрессии.

$$y_t = a + b_0 \cdot x_t + c_1 \cdot y_{t-1} + c_2 \cdot y_{t-2} + \ldots + c_q \cdot y_{t-q} + \varepsilon_t .$$

Моделями такого типа предполагают наличие определенной инерционности в изменении рассматриваемого явления, когда уровень изучаемого явления существенно зависит от его уровней, достигнутых в предыдущих периодах. На-пример, уровень спроса на товар либо уровень ВВП в данном периоде во многом определяется уровнями, достигнутыми в предшествующем периоде.

- Включенные в модель в качестве факторов значения переменных в предыдущие моменты времени называются лаговыми переменными. Значениями лаговых переменных являются временные ряды исходных уровней, сдвинутые назад на один или более моментов времени. Величина этого сдвига называется лагом.
- Возможности современных компьютеров позволяют произвести указанные расчёты за приемлемое время.

Спасибо за внимание