

Pitagoro Teorema

Paruošė:

Jolita Mikulėnaitė 8A

Kas sukūrē Pitagoro teorema?

Pitagoras Samietis(582 m. pr. m. e. – 496 m. pr. m. e.) – jonēņu mistikas, filosofas ir matematikas, religinio-mokslinio pitagorininku sajūdžio ģkūrējas. Jo vards tradicionāli siejamas su Pitagoro teoremas suformulavimu.



Ką įrodo Pitagoro teorema?

Pitagoro teorema teigia, jog staus trikampio statinių kvadratų suma yra lygi įžambinės kvadratui:

$$A^2 + B^2 = C^2$$

Kai A ir B yra trikampio statinių ilgi, o C -įžambinės ilgis.



Pitagoro teoremos įrodymai

Egzistuoja daugybė Pitagoro teoremos įrodymų. Šį, pasiūlė **Leonardas Da Vinčis**:



Paprasciausias įrodymas

Šis įrodymas nereikalauja ploto sąvokos ir išvedamas vien tik iš aksiomų.

Paimkime statųjį trikampį ABC su stačiu kampu C, iš kurio nuleiskime aukštinę CH į įžambinę AB. Trikampis ACH yra panašus į trikampį ABC pagal du kampus. Pagal tai ir trikampis CBH panašus į trikampį ABC.

Tad:

$$a/c = |HB| / a;$$

$$b/c = |AH| / b$$

Iš čia gauname

$$a^2 = c \cdot |HB|$$

$$b^2 = c \cdot |AH|$$

Sudėję abi lygtis gauname:

$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2$$



Truputėlis istorijos

Teorema pavadinta graikų matematiko Pitagoro (569-475 m. pr.m.e.) vardu, tačiau ji jau anksčiau buvo žinoma babiloniečiams, indams, kinams. O seniausias išlikęs teoremos įrodymas Senovės Graikijoje yra Euklido „Pradmenyse“, o jos priskyrimas Pitagorui tėra tik rašiniuose, parašytuose praėjus 5 a. po Pitagoro mirties.

M. Kantoras mano, kad Pitagoro teorema kraštinėms 3, 4 ir 5 buvo žinoma jau senovės Egipte apie 2000 m. pr.m.e. (pagal Berlyno muziejuje esantį papirusą nr. 6619, datuojamą 2000-1786 m. pr.m.e.). Kiek daugiau žinoma apie teoremą Babilone. „Plimpton 322“ molio lentelėje, datuojamoje maždaug 1790-1750 m. pr.m.e., t.y. valdant Hamurabiui, tekste pateikiama keletas užrašų, artimų Pitagoro trejetams.

Truputėlis istorijos(2)

Indijos „Baudhayana Sulba sutra“, datuojama kažkur 8-2 a. pr.m.e., pateikia Pitagoro trejetų sąrašą, teoremos formuluotę ir geometrinį jos įrodymą lygiašoniams trikampiams. „Apastamba Sulba sutra“ (apie 600 m. pr.m.e.) pateikia skaitinį teoremos įrodymą panaudojant plotų paskaičiavimus. Gali būti, kad remiamasi ankstesnėmis tradicijomis.

Žinoma anksčiau, tačiau išlikusi 1 a. pr.m.e. „Čou Pei Suan Čing“ pateikia Pitagoro teoremą su piešiniu (Kinijoje vadintoje Gougu teorema) trikampiui su kraštinėmis, lygiomis 3, 4 ir 5. Hanų dinastijos laikotarpiu (202 m. pr.m.e. - 220 m.) Pitagoro trejetas pateikiamas „Devyniuose matematikos skyriuose“, paminint ir stačiuosius trikampius.

Atvirkštinė Pitagoro teorema

Jei trikampio dviejų kraštinių ilgių kvadratų suma lygi trečiosios kraštinės ilgio kvadratui, tai tas trikampis yra status.



Statinis prieš 30° kampą

Jei stačiojo trikampio vienas kampas lygus 30° , tai prieš jį esantis statinis lygus pusei įžambinės.

Jei trikampio vienas kampas yra $C=90$ laipsniu, o kitas kampas yra $A=30$ laipsniu, tai kraštinė a esanti priešais 30 laipsnių kampą yra dvigubai trumpesnė už įžambinę C , t. y. $A=C/2$. Pavyzdžiui, jei $AC=1$, tai $AB=0,5$. O kraštinė, esanti priešais kampą a .

Uždaviniai(1)

Trikampio dviejų trumpesniųjų kraštinių ilgiai decimetrais yra:

- a) 6 ir 8; $a^2=6^2 + 8^2 = 100$; $a=10\text{dm}$
- b) 10 ir 24; $a^2=10^2 + 24^2 = 676$; $a=26\text{dm}$
- c) 8 ir 15; $a^2=8^2 + 15^2 = 289$; $a=17\text{dm}$
- d) 9 ir 40; $a^2=9^2 + 40^2 = 1681$; $a=41\text{dm}$

Kokie galėtų būti trikampio trečiosios kraštinės ilgiai sveikaisiais decimetrų skaičiais?

Uždaviniai(2)

Trikampio ABC dviejų kraštinių ilgiai yra:

$$BC = 42\text{mm}; CA = 40\text{mm}$$

$$AB^2 = BC^2 + CA^2; \quad AB^2 = 42^2 + 40^2 = 3364; AB = 58\text{mm}$$

$$AB = 7.8\text{cm}; BC = 7.2\text{cm}$$

$$CA^2 = AB^2 - BC^2; \quad CA^2 = 7.8^2 - 7.2^2 = 9; CA = 3\text{cm}$$

$$BC = 15.4\text{cm}; CA = 7.2\text{cm}$$

$$AB^2 = BC^2 + CA^2; \quad AB^2 = 15.4^2 + 7.2^2 = 289; AB = 17\text{cm}$$

Koks turėtų būti trikampio trečiosios kraštinės ilgis, kad trikampis būtų status, o AB būtų įžambinė?

Uždaviniai(3)

Apskaičiuokite stačiojo trikampio įžambinės c ilgį, kai žinomi jo statinių a ir b centimetrais.

a) $a = 9$; $b = 12$; $c^2 = a^2 + b^2 = 225$; $c = 15\text{cm}$

b) $a = 5$; $b = 12$; $c^2 = a^2 + b^2 = 169$; $c = 13\text{cm}$

c) $a = 15$; $b = 8$; $c^2 = a^2 + b^2 = 289$; $c = 17\text{cm}$

d) $a = 16$; $b = 30$; $c^2 = a^2 + b^2 = 1156$; $c = 34\text{cm}$

e) $a = 2.4$; $b = 0.7$; $c^2 = a^2 + b^2 = 6.25$; $c = 2.5\text{cm}$

f) $a = 6$; $b = 1.75$; $c^2 = a^2 + b^2 = 39.0625$; $c = 6.25\text{cm}$

Uždaviniai(4)

Apskaičiuokite stačiojo trikampio statinio b ilgį, kai žinomas įžambinės c ilgis milimetrais.

a) $c = 17$; $a = 8$; $b^2 = c^2 - a^2 = 225$; $b = 15\text{mm}$

b) $c = 25$; $a = 24$; $b^2 = c^2 - a^2 = 49$; $b = 7\text{mm}$

c) $c = 29$; $a = 21$; $b^2 = c^2 - a^2 = 400$; $b = 20\text{mm}$

d) $c = 3.4$; $a = 3$ $b^2 = c^2 - a^2 = 2.56$; $b = 1.6\text{mm}$

Uždaviniai(5)

Stačiojo trikampio statiniai yra a ir b , o įžambinė yra c .
Apskaičiuokite trikampio nežinomos kraštinės ilgį, kai:

a) $a = 5\text{dm}$; $b = 12\text{dm}$; $c^2 = a^2 + b^2 = 169$; $c = 13\text{dm}$

b) $a = 4\text{dm}$; $c = 4.1\text{dm}$; $b^2 = c^2 - a^2 = 0.81$; $b = 0.9\text{dm}$

c) $b = 2\text{m}$; $a = 1.5\text{m}$; $c^2 = a^2 + b^2 = 6.25$; $c = 2.5\text{m}$

d) $b = 10\text{cm}$; $c = 50.5\text{cm}$ $a^2 = c^2 - b^2 = 2450.25$; $a = 49.5\text{cm}$

Uždaviniai(6)

Nustatykite ar trikampis yra status, jei jo kraštinių ilgis yra:

a) 45, 28, 53

Taip, nes $45^2 + 28^2 = 53^2$

b) 22, 20, 29

Ne, nes $22^2 + 20^2$ nėra 29^2

c) 10, 24, 28

Ne, nes $10^2 + 24^2$ nėra 28^2

d) 33, 56, 65

Taip, nes $33^2 + 56^2 = 65^2$

Uždaviniai(7)

Trikampio įžambinės ilgis yra 26m, o trumpesniojo statinio – 10m. Raskite kito trikampio statinio ilgį.

$$AC = 26\text{m}; CB = 10\text{m};$$

$$AB = ?$$

$$AB^2 = AC^2 - CA^2$$

$$AB^2 = 26^2 - 10^2 = 676 - 100 = 576$$

$$AB = 24\text{m}$$

$$\text{Ats.: } AB = 24\text{m}$$

Uždaviniai(8)

Trikampio įžambinės AC ilgis yra 24m. $\sphericalangle C$ dydis yra 30° . Raskite statinio AB ilgį metrais.

$$AC = 24\text{m}, \sphericalangle C = 30^\circ$$

$$AB = ?$$

$$AB = AC : 2$$

$$AB = 24 : 2 = 12\text{m}$$

$$\text{Ats.: } AB = 12\text{m}$$

Uždaviniai(9)

Nustatykite ar trikampis yra status, jei jo kraštinių ilgių centimetrais yra:

- a) 24, 32, 40 Taip, nes $24^2 + 32^2 = 40^2$
- b) 14, 48, 50 Taip, nes $14^2 + 48^2 = 50^2$
- c) 7, 24, 30 Ne, nes $7^2 + 24^2$ nėra 30^2
- d) 13, 84, 85 Taip, nes $13^2 + 84^2 = 85^2$

Uždaviniai(10)

Trikampio dviejų ilgesniųjų kraštinių ilgiai milimetrais yra:

- a) 36 ir 39; $a^2 = c^2 - b^2 = 225; a = 15\text{mm}$
- b) 45 ir 53; $a^2 = c^2 - b^2 = 784; a = 28\text{mm}$
- c) 55 ir 73; $a^2 = c^2 - b^2 = 2304; a = 48\text{mm}$
- d) 99 ir 101 $a^2 = c^2 - b^2 = 400; a = 20\text{mm}$

Koks turi būti šio trikampio trečiosios kraštinės ilgis, kad trikampis būtų status?