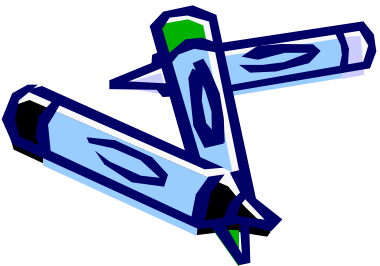
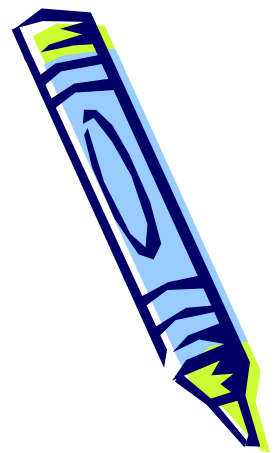


Стандартное отклонение.

Дисперсия. Свойства дисперсии.

Коэффициент вариации.





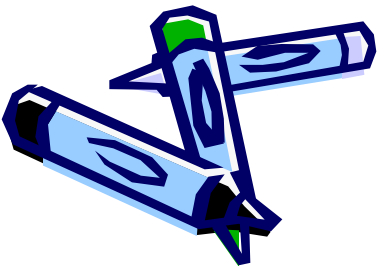
Def: Отклонение вариант от их средней

$$|x_i - \bar{x}| = d$$

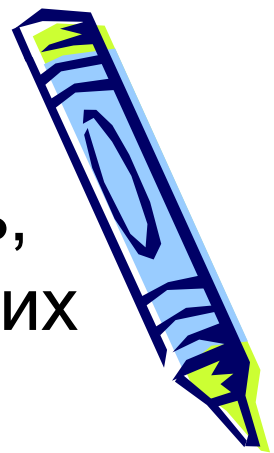
Сумма таких отклонений, взятых без учета знаков и отнесенная к числу наблюдений n называется

средним линейным отклонением.

$$\bar{d} = \frac{\sum_{i=1}^k |x_i - \bar{x}|}{n}$$

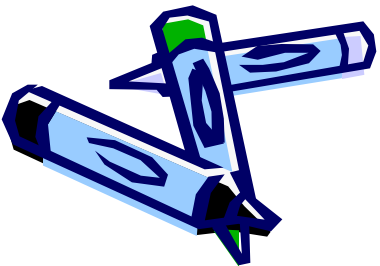


Наиболее подходящим оказался показатель, построенный не на отклонениях вариант от их средних, а на квадратах этих отклонений, его называют **дисперсией** и выражают:

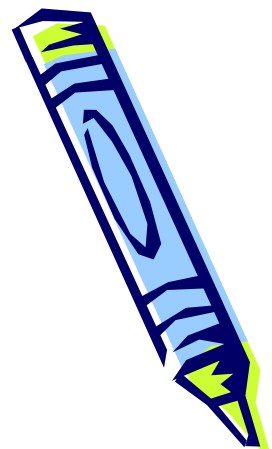


$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$$

- Характеризует
рассеяние точек
на числовой оси



Свойства дисперсии.



1. Если каждую варианту совокупности уменьшить/увеличить на одно и то же постоянное число, то дисперсия не изменится:

$$S_{x \pm c}^2 = S_x^2$$

2.
$$S_{cx}^2 = C^2 S_x^2$$

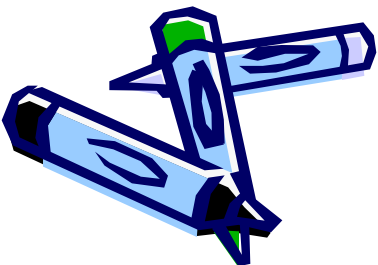
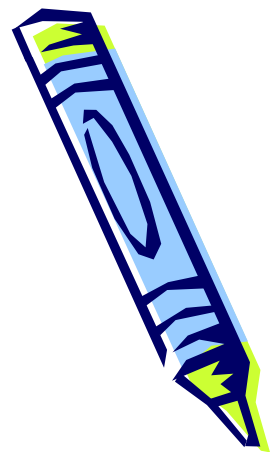
$$S_{\frac{x}{c}}^2 = \frac{1}{c^2} S_x^2$$



Def: Среднее квадратичное отклонение – показатель, представляющий корень квадратный из дисперсии:

$$S_x = \sqrt{S_x^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k n_i (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

Дисперсия и среднее квадратичное отклонение наилучшим образом характеризует не только величину, но и специфику варьирования признаков.



Рассмотрим 2 вариационных ряда, распределение у которых одинаковый размах и одинаковые средние показатели, но различный характер варьирования.

Таблица 1:

$$\bar{x}_1 = 30$$

x_1	10	15	20	25	30	35	40	45	50
$(x_i - \bar{x})$	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20
$(x_i - \bar{x})^2$	400	225	100	25	0	25	10	225	400

$$\sum (x_i - \bar{x})^2 = 1500 \quad S_x = 13.7$$

$$S_x^2 = 1500 / (9 - 1) = 187.5$$

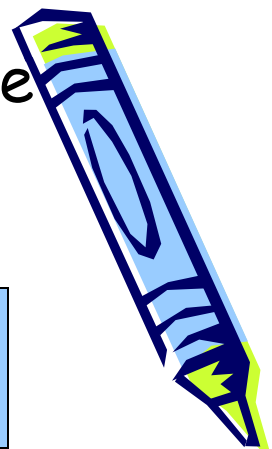


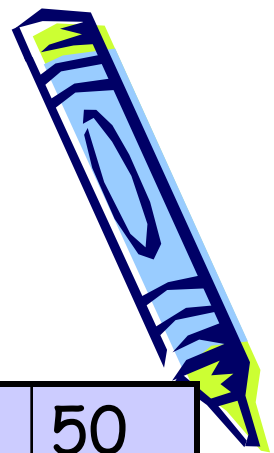
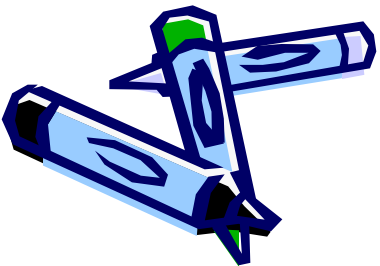
Таблица 2:

$$\bar{x} = 30$$

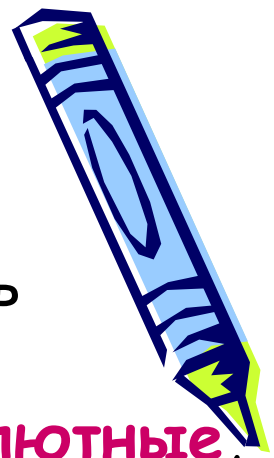
x_2	10	28	28	30	30	30	32	32	50
$(x_i - \bar{x})$	-20	-2	-2	0	0	0	2	2	20
$(x_i - \bar{x})^2$	400	4	4	0	0	0	4	4	400

$$\sum_{i=1}^9 (x_i - \bar{x})^2 = 816 \quad S_x = \sqrt{102} = 10.1$$

$$S_x^2 = 816/8 = 102$$



Коэффициент вариации C_v .

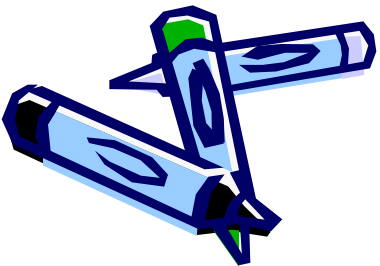


В практике довольно часто приходится сравнивать изменчивость признаков, выраженных разными единицами. В таких случаях используют не **абсолютные**, а **относительные** показатели вариации.

Дисперсия и **среднее квадратичное отклонение** как величины, выражаемые теми же единицами, что и характеризующий ими признак, для оценки изменчивости разноименных величин непригодны.

Одним из относительных показателей вариации является

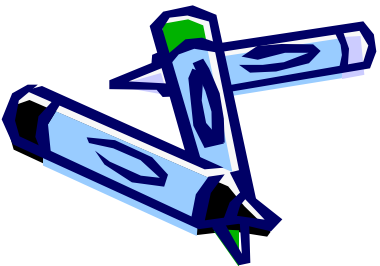
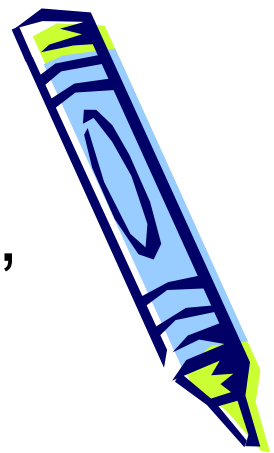
коэффициент вариации.



Def:

C_v – среднее квадратичное отклонение, выраженное в процентах от величины средней арифметической:

$$C_v = \frac{S_x}{x} \cdot 100\%$$



Сравнивают два варьирующих признака:

$$\bar{x}_1 = 2.4 \text{ кг} \quad \text{и} \quad S_1 = 0.58 \text{ кг}$$

$$\bar{x}_2 = 8.3 \text{ см} \quad \text{и} \quad S_2 = 1.57 \text{ см}$$

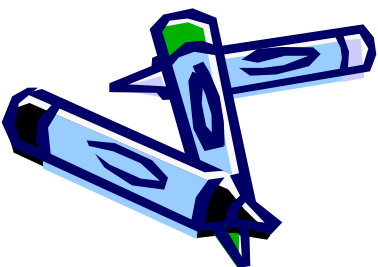
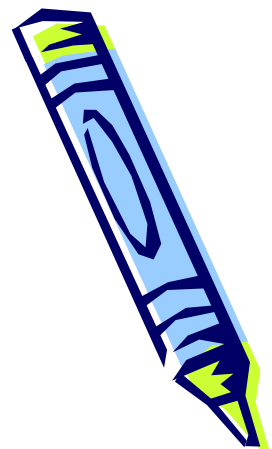
Следует ли отсюда, что 2-ой признак варьирует сильнее, чем 1-ый? Нет, т.к. Различны по величине.

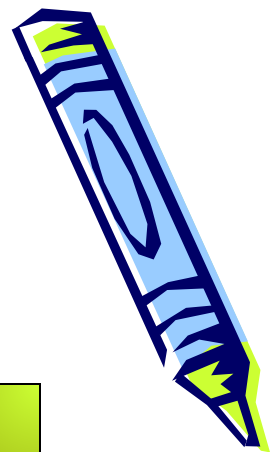
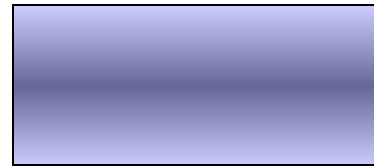
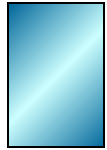
$$C_{v1} = 100 \cdot (0.58/2.4) = 24.2\%$$

$$C_{v2} = 100 \cdot (1.57/8.3) = 18.9\%$$

Вывод:

Сильнее варьирует 1-ый признак.





Варьирование считается слабым,
если не превосходит 10%,
средним когда C_v составляет 11 - 25%,
и значительным при $C_v > 25\%$.

