Старинные задачи

Выполнила: Балабина Светлана, ученица 8 класса «Б» ГОУ СОШ № 911
Руководитель: Демина Елена Максимовна, преподаватель математики

Цель работы

1) Изучить историю возникновения арифметических задач,
причины, побудившие их возникновение, авторов-составителей задач, их биографии.
2) Подробнее познакомиться со старинными единицами измерения.
3) Проследить методы решения задач: от простых арифметических (арифметический способ) до более сложных задач на доказательство и решаемых с помощью уравнений, систем.
4) Найти новые методы решения задач.

Историческая справка

Из первых известных письменных источников узнаем мы о том, что математические знания на Руси были распространены уже в X-XI веках. Они были связаны с практическими нуждами людей. В XVI-XVII веках в России начинает распространяться рукописная математическая литература. В настоящее время известно значительное количество математических рукописей XVII века. Материал их распределялся по «статьям», содержащим указания, как надо поступать при решении тех или иных задач. Некоторые из этих задач интересны либо своей формулировкой, либо способом решения. Рукописи XVI-XVII веков сыграли большую роль в распространении математических и практических знаний. В 1703 году был издан учебник «Арифметика, сиречь наука числительная…» Автором его был выдающийся педагог-математик-Л.Ф.Магницкий. В 1738-1740 и 1768-1769 годах были изданы учебники Эйлера по элементарной математике: «Руководство к арифметике, для употребления в гимназии при Императорской Академии наук» и «Универсальная арифметика». В учебниках того времени можно найти множество занимательных задач.

Русская Правда

«А полбы немолоченые 15 копен ,
А на то прибытка на одно лето 7 копен,
А на всю 12 лет в той полбе прибытка
1000, 700 и 50 копен».

Эти строки взяты из статьи «О полбе немолоченой» одного из ранних рукописных исторических документов-Русской Правды. Судя по всему , подсчет «прибытка» в этой статье основан на предположении, что каждый год в течение 12 лет вся собранная в предыдущий год полба высевается, что каждый раз полученный урожай составляет несколько меньше, чем 3/2 посеянной полбы, и что все вычисления ведутся в целых числах.

Древнее математическое произведение

Другое дошедшее до нас наиболее древнее русское математическое произведение «Учение им же ведати человеку числа всех лет» принадлежит новгородскому монаху Кирику и посвящено календарным расчетам. Как известно даты ряда церковных праздников непостоянны. От года к году они определяются по довольно сложным правилам, связанным с движением Солнца и Луны. Вычисление дня Пасхи, представляет поэтому непростую математическую задачу.В начале «Учения…» указывается, что написано оно в 6644 году от «сотворения мира» и что от «сотворения мира» прошло 79 728 месяцев, или 346 673 недели, или 2 426 721 день, или 29 120 652 дневных часа и столько же ночных. После этого сообщается, как вычислить так называемые «солнечный», «лунный» и «великий» круги и, наконец, указывается, на какой из дней приходится праздник Пасхи в текущем году.

Словарь старинных русских мер длины

Аршин — старинная русская мера длины, равная, в современном исчислении 0,7112 м. Аршином, так же, называли мерную линейку, на которую, обычно, наносили деления в вершках.

Пядь - это расстояние между вытянутыми большим и указательным пальцами руки при их наибольшем удалении

Локоть - это расстояние от конца вытянутого среднего пальца руки до локтевого сгиба

Сажень — одна из наиболее распространенных на Руси мер длины. Различных по назначению (и, соответственно, величине) саженей было больше десяти. «Маховая сажень» — расстояние между концами пальцев широко расставленных рук взрослого мужчины. «Косая сажень» — самая длинная: расстояние от носка левой ноги до конца среднего пальца поднятой вверх правой руки.

Верста — старорусская путевая мера (её раннее название — *поприще*). Этим словом, первоначально называли расстояние, пройденное от одного поворота плуга до другого во время пахоты.

Вершок равнялся 1/16 аршина, 1/4 четверти. В современном исчислении — 4,44 см. Наименование «Вершок» происходит от слова «верх».

Перевод единиц измерений

Вершок - 44.38 мм
Аршин - 0.71 м = 16 вершков = 2.333 фута = 28 дюймов
Сажень - 3 аршина = 2.13 м
Верста -1066.78 м = 500 саженей

Задачи на старинные русские меры длины

Задача № 1

Условие

- **Расстояние между дворцом государя и боярским поместьем равно 40 верстам. Из поместья выехал приказчик со скоростью 8 верст/час. *Сколько часов он ехал?***
- **Решение**

1) 40*1,066=42, 64 (км)

2) 8*1,066=8,528 (км/ч)

3) 42,64:8,528=5 (ч)

Ответ:Приказчик ехал 5 часов.

Задача № 2

Условие

- **Иван был на 3 вершка выше Федора, но ниже Ильи на 1 вершок. *На сколько Илья выше Федора?***
- **Решение**
- **1) 3*4,4445=13,3335 (см)**
- **2) 4,4445+13,3335=17,778 (см)**
- **Ответ: Илья выше Федора на 17,778 см.**

Задача № 3

Условие

- **Замостили брусчаткой 25% всей главной улицы города. Вся длина улицы составляла 4 версты, а ширина дороги составляла 2 сажени. *Сколько осталось замостить дороги, если еще замостили 5 саженей^2?***

Решение

1) **4*500=2000 (саж.)**
2) **2000*2=4000 (саж^2.)**
3) **4000*0,25=1000(саж^2.)**
4) **1000+5=1005 (саж^2.)**
5) **4000-1005=2995 (саж^2.)**

Ответ: Осталось замостить 2995 саженей^2 дороги.

Леонтий Филиппович Магницкий (1669-1739)

- Род. в семье крестьянина. Самоучкой выучился грамоте. В 1684 был послан крестьянами с рыбой в Иосифо-Волоколамский монастырь, где был оставлен "для чтения", а в дальнейшем отправлен в Симонов монастырь в Москве. В 1685 - 1694 учился в Славяно-греко-латинской академии. В 1694 - 1701 Магницкий жил в Москве, занимался самообразованием, изучив немецкий, голландский, итальянский языки и математику. 22 февр. 1701 по распоряжению Петра I Магницкий был назначен преподавателем Навигацкой школы и ему было поручено написать учебник по математике и кораблевождению. В 1703 Магницкий разработал рукописный курс по геометрии, тригонометрии и кораблевождению и выпустил в свет первый рус. учебник по математике "Арифметика, сиречь наука числительная" тиражом 2 400 экз. По этому учебнику учился М.В. Ломоносов. Составленная "ради обучения мудролюбивых российских отроков и всякого чина и возраста людей", эта книга служила полстолетия распространению математических знаний в России. В 1703 - -1739 Магницкий занимался подготовкой для Навигацкой школы преподавателей из числа лучших учащихся. В 1704 по распоряжению Петра I для Магницкого был построен дом, а за "непрестанные и прилежные в навигацких школах во учении труды" Магницкий был награжден "саксонским кафтаном". В 1715 Магницкий стал старшим преподавателем. Будучи бессменным преподавателем Навигацкой школы в течение почти четырех десятилетий, а затем и главным ее руководителем, Магницкий способствовал успеху петровских преобразований в области просвещения.

Задачи из старинных рукописей и «Арифметики…» Л.Ф. Магницкого

Житейские истории

Задача № 4

Условие

- **Косцы.** В жаркий день 6 косцов выпили бочонок кваса за 8 часов. Нужно узнать, *сколько косцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса.*

Решение

- Обозначим неизвестное количество косцов буквой *x*. Запишем:

$$\begin{array}{ll} 6 \text{ косцов} & 8 \text{ часов} \\ X \text{ косцов} & 3 \text{ часа} \end{array}$$

- Составим пропорцию:

$$X/6=8/3$$

$$3x=48$$

$$X=16$$

- Следовательно, 16 косцов за 3 часа выпьют такой же бочонок кваса.

Задача № 5

Условие

- **Кому пасти овец?** У пятерых крестьян-Ивана, Петра, Якова, Михаила и Герасима-было 10 овец. Не могли они найти пастуха, чтобы пасти овец, и говорит Иван остальным: «Будем, братцы, пасти овец по очереди-по столько дней, сколько каждый из нас имеет овец» *По сколько дней должен каждый крестьянин пасти овец*, если известно, что у Ивана в два раза меньше овец, чем у Петра, у Якова в два раза меньше, чем у Ивана; Михаил имеет овец в два раза больше, чем Яков, а Герасим-вчетверо меньше, чем Петр?

Решение

- Из условия нам известно, что и у Михаила и у Ивана вдвое больше овец, чем у Якова, у Петра вдвое больше, чем у Ивана, и, значит, вчетверо больше, чем у Якова.Но тогда у Герасима столько же овец, сколько имеет их Яков. Общее число овец поэтому в 4+2+1+2+1=10 раз больше, чем число овец у Якова. Получаем, что у Якова 1 овца, тогда у Михаила и Ивана по 2 овцы, у Петра 4 и у Герасима 1 овца. Соответственно каждый из них должен пасти овец столько же дней.

Задача № 6

Условие

- **Как разделить орехи?** **Говорит дед внукам: «Вот вам 130 орехов. Разделите их на две части так, чтобы меньшая часть, увеличенная в четыре раза, равнялась бы большей части, уменьшенной в три раза».** ***Как внукам разделить орехи?***

Решение

- **Пусть количество орехов в первой части х, а во второй части у.**
- **Составим систему и решим ее способом сложения:**

$$\begin{cases} x+y=130 \\ 4x=y/3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=130 \ /*(-4) \\ 4x-1/3y=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x-4y=-520 \\ 4x-1/3y=0 \end{cases}$$

$$-41/3y=-520$$

$$y=120,\ x=10$$

Следовательно, меньшая часть будет содержать 10 орехов, а большая 120 орехов.

Путешествия

Задача № 7

Условие

- **Далеко ли до деревни?** **Прохожий, догнавши другого, спросил: «Как далеко до деревни, которая у нас впереди?» Ответил другой прохожий: «Расстояние от той деревни, от которой ты идешь, равно третьей части всего расстояния между деревнями, а если еще пройдешь 2 версты , тогда будешь ровно посередине между деревнями».** ***Сколько верст осталось еще идти первому прохожему?***

Решение

- **До середины расстояния между деревнями первому прохожему нужно идти 2 версты, что составляет 1/2-1/3=1/6 всего расстояния между деревнями. Поэтому расстояние между деревнями равно 12 верстам, к моменту встречи первый прохожий прошел 1/3*12=4 версты и осталось ему идти еще 8 верст.**

Денежные расчеты

Задача № 8

Условие

- **Сколько стоит кафтан?** Хозяин нанял работника на год и обещал заплатить ему 12 рублей и впридачу дать кафтан. Но тот, проработав только 7 месяцев, захотел уйти. При расчете он получил кафтан и 5 рублей денег. *Сколько стоит кафтан?*

Решение

- Знаем, что работник не доработал у хозяина 5 месяцев и недополучил 7 рублей. Значит, месячная его плата в деньгах составляет 7/5 рубля, или 1 рубль 40 копеек. Плата за 7 месяцев составит 7*7/5=9 4/5 рубля, или 9 рублей 80 копеек.
- Но работник за это время получил 5 рублей и кафтан. Значит, кафтан стоит 4 рубля 80 копеек.

Леонард Эйлер (1707-1783)

- ЭЙЛЕР, ЛЕОНАРД (1707–1783), великий математик, механик и физик. Родился 4 апреля 1707 в Базеле. Учился в Базельском университете (1720–1724), где его учителем был известный математик Иоганн Бернулли. Уже в 1722, в возрасте 16 лет, получил степень магистра искусств. В 1727 переехал в Санкт-Петербург, получив место адъюнкт-профессора в недавно основанной Академии наук и художеств. В 1730 стал профессором физики, в 1733 – профессором математики. За 14 лет своего первого пребывания в Петербурге Эйлер опубликовал более 50 работ. В 1741–1766 он работал в Берлинской академии наук под особым покровительством Фридриха II, и за эти 25 лет написал огромное множество сочинений, охватывающих по существу все разделы чистой и прикладной математики. В 1766 по приглашению Екатерины II Эйлер возвратился в Россию. Вскоре после прибытия в Санкт-Петербург он полностью потерял зрение из-за катаракты, но благодаря великолепной памяти и способностям проводить вычисления в уме до конца жизни занимался научными исследованиями: за это время им было опубликовано около 400 работ, общее же их число превышает 850. Умер Эйлер в Санкт-Петербурге 17 сентября 1783.

Задача Эйлера

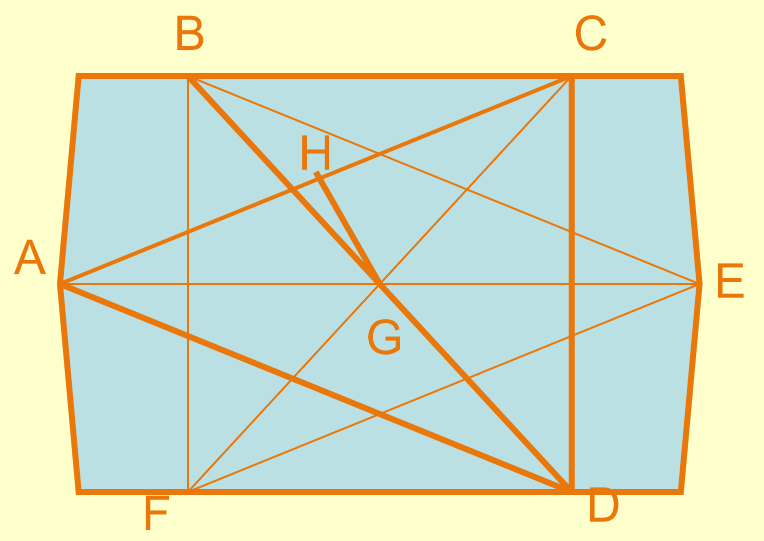
Задача № 9

Условие

- Докажите, что в произвольном выпуклом четырехугольнике сумма квадратов длин сторон превышает сумму квадратов длин диагоналей на величину, равную учетверенному квадрату расстояния между серединами диагоналей.

Доказательство

- Пусть ABCD-выпуклый четырехугольник, точки H и G-середины диагоналей AC и BD. На продолжении отрезка AG за точку G отложим точку E такую, что AG=GE. Аналогично на продолжении отрезка CG за точку G отложим точку F такую, что CG=GF. В четырехугольниках ABED, ACEF, и BCDF диагонали в точке их пересечения G делятся пополам. Следовательно, эти четырехугольники-параллелограммы. Так как



Задачи из книг, изданных в XVIII веке

Сколько кому лет

Задача № 10

Условие

- **Сколько им лет?** Мне теперь вдвое больше лет, чем было вам тогда, когда мне было столько лет, сколько вам теперь; а когда вам будет столько лет, сколько мне теперь, то нам будет обоим вместе 63 года. *Сколько лет каждому?*

Решение

- Пусть возраст старшего из беседующих-x, а возраст младшего-y. По условию задачи, когда старшему было у лет (а было это x-y лет тому назад) и, следовательно, младшему $y-(x-y)=2y-x$ лет, возраст младшего был вдвое меньше, чем нынешний возраст старшего. Поэтому

$$x=2*(2y-x), \text{ или } 3x=4y.$$

С другой стороны, когда младшему будет х лет, т. е. через $(x-y)$ лет, сумма возрастов составит 63 года, следовательно,

$$x+(x-y)+x=63, \text{ или } 3x=y+63.$$

- Из полученных равенств следует, что $4y=y+63$ и $y=21$. Но тогда $x=28$. Старшему из беседующих 28 лет, младшему 21 год.

Задача № 11

Условие

- **Замысловатый ответ.** У отца спросили, сколько лет его двум сыновьям. Отец ответил, что если к произведению чисел, означающих их года, прибавить сумму этих чисел, то будет 14. Сколько лет сыновьям?

Решение

- Пусть одному сыну x лет, а другому y лет. Тогда из условия задачи имеем

$$xy+x+y=14,$$

откуда

$$y=14-x/x+1=15/x+1-1.$$

Поскольку y-натуральное число, а 15=5*3*1, то: 1) либо x+1=5; 2) либо x+1=3; 3) либо x+1=1

В случае 1) x=4, тогда y=2; в случае 2) x=2, тогда y=4; в случае 3) x=0, чего не может быть, так как x-натуральное число. Следовательно, одному сыну 2 года, а другому 4 года.

Фигурные числа

Задача № 12

Условие

- **Пирамида из ядер.** Пушечные ядра, приготовленные для стрельбы, сложены в виде треугольной пирамиды. Ядра, образующие первый слой, составляют правильный треугольник, на стороне которого лежит n ядер. Ядра второго слоя положены в выемки, образованные ядрами первого слоя. Точно также образуются и последующие слои. Последний слой состоит из одного ядра. Сколько ядер в этой пирамиде?

Решение

- Количество ядер, лежащих в первом слое, равно треугольному числу с номером n, во втором слое- треугольному числу с номером n-1 и т. д. В последнем слое с номером n лежит одно ядро, и первое треугольное число также равно 1. Значит количество ядер в пирамиде равно сумме первых n треугольных чисел, т. е. Сумме чисел вида

$$(k^2+k)/2, k=1, 2, \ldots, n.$$

- Для того, чтобы найти сумму, составим тождество

$$(k^2+k)/2=(k^3+3k^2+2k)/6-((k-1)^3+3(k-1)^2+2(k-1))/6.$$

- Подставляя в него последовательно $k=1,2,3,\ldots,n$, получим равенства

$$1=1-0$$

$$3=4-1$$

$$6=10-4$$

$$10=20-10$$

…………

$$(n^2+n)/2=(n^3+3n^2+2n)/6-((n-1)^3+3(n-1)^2+2(n-1))/6.$$

- Сложим теперь почленно левые и правые части написанных равенств. Слева получится сумма всех треугольных чисел от первого до n-го, т. е. количество ядер в пирамиде. При сложении же выражений в правой части уничтожаются все слагаемые, кроме $(n^3+3n^2+2n)/6$. Следовательно пирамида сложена из

$$(n^3+3n^2+2n)/6=(n(n+1)(n+2))/6 \text{ ядер.}$$

Забавные истории

Задача № 13

Условие

- **«Богатство».** У приезжего молодца оценили «богатство»: модный жилет с поношенным фраком в 3 алтына без полушки, но фрак в полтретья дороже жилета. *Спрашивается каждой вещи цена.*

Решение

- Найдем общую цену «богатства»:

  9копеек-0,25копеек=8,75 копеек
- Обозначим цену жилета буквой *x*, тогда цена фрака равняется *2,5x*, а общая цена *8,75* копеек.
- Составим уравнение:

$$x+2,5x=8,75$$

$$3,5x=8,75$$

X=*2,5*-цена жилета
- Найдем цену фрака:

  *2,5**2,5=6,25* копеек.
- Цена жилета 2,5 копейки, цена фрака 6,25 копеек.

Выводы

Выполняя эту работу, я изучила много дополнительной литературы:
исторические справочники, задачники, энциклопедии. Проделанная работа дала мне представление о практике решения задач в старые времена, доставила мне огромное удовольствие и расширила мой кругозор.
Решенные задачи могут быть использованы для внеклассной работы по математике. Они будут интересны не только школьникам, но и людям, увлекающимся математикой.

Конец