Старинные задачи

Работа ученика

9Б класса Шалинской СОШ Гимадиева Ильфата.

Руководитель: учитель математики В.В. Гимадиева.

2013 год

Содержание

- Задачи Вавилона
- Задачи Евклида
- Задачи Аполлония
- Задачи Архимеда.

Задачи Вавилона.

- *1* **Задача.**

  За длину окружности вавилоняне принимали периметр вписанного в эту окружность шестиугольника. Найти приближение для *П* , которым пользовались вавилоняне

Решение: Сторона правильного шестиугольника , вписанного в окружность, равняется радиусу, следовательно, $2ПR=6R$, откуда

$$П = \frac{6R}{2R} = 3$$

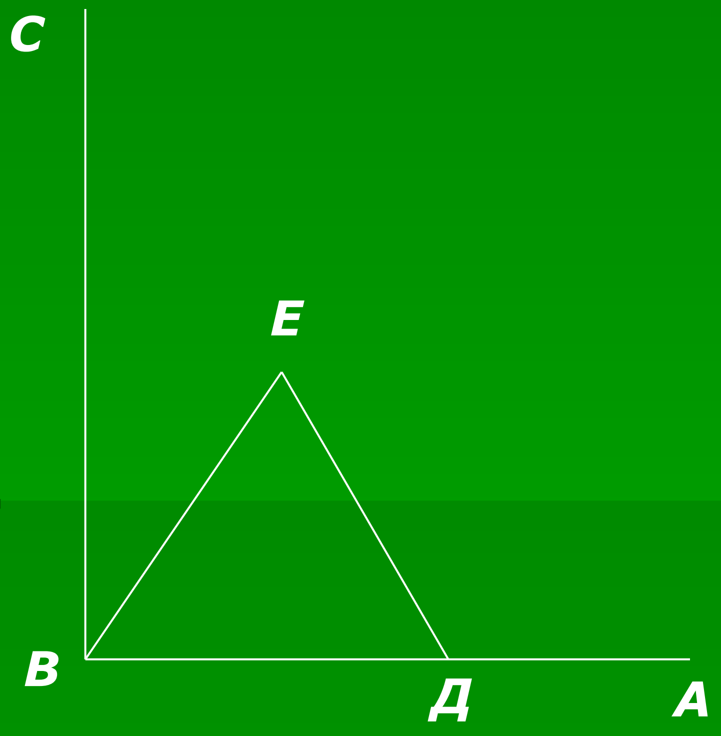
2 Задача.

Разделить прямой угол на три равные части.

- **Решение.**

Древние вавилоняне умели строить равносторонний треугольник, а с его помощью делить прямой угол на три равные части.

Пусть дан прямой угол АВС. Требуется разделить его на три равные части. Для этой цели на отрезке ВД стороны ВА построим равносторонний треугольник ВЕД. Тогда угол СВЕ будет составлять одну треть прямого угла. Остаётся только разделить пополам угол ЕВД, и задача будет решена.



3 Задача.

Для определения площади четырехугольника вавилоняне брали произведение полусумм противоположных сторон. Выяснить,для каких четырехугольников эта формула точно определяет площадь

- Решение:Возьмем две пары противоположных чисел а,*b,c,d*. Согласно условию задачи, площадь четырехугольника

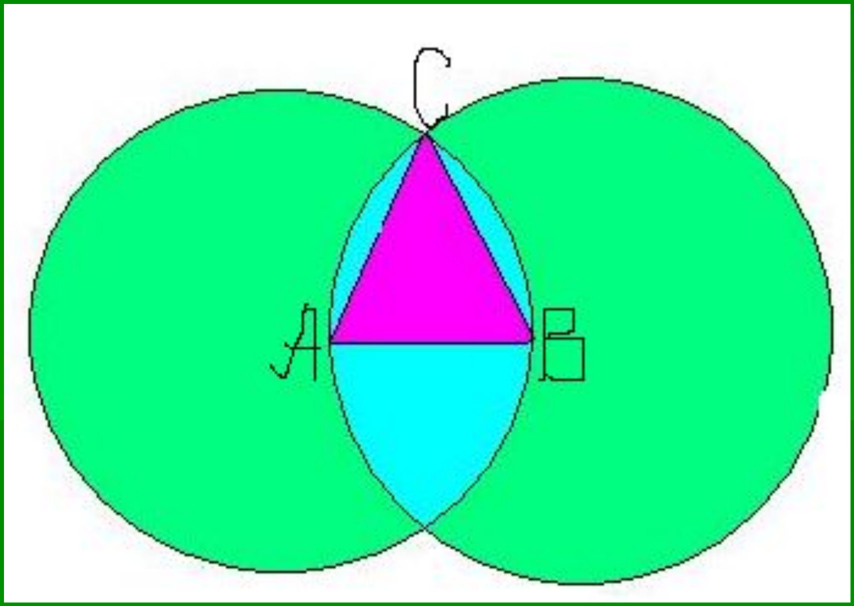
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot \frac{c+d}{2}$$

Действительно, для а$=b$; $c=d$; $S=ac$.

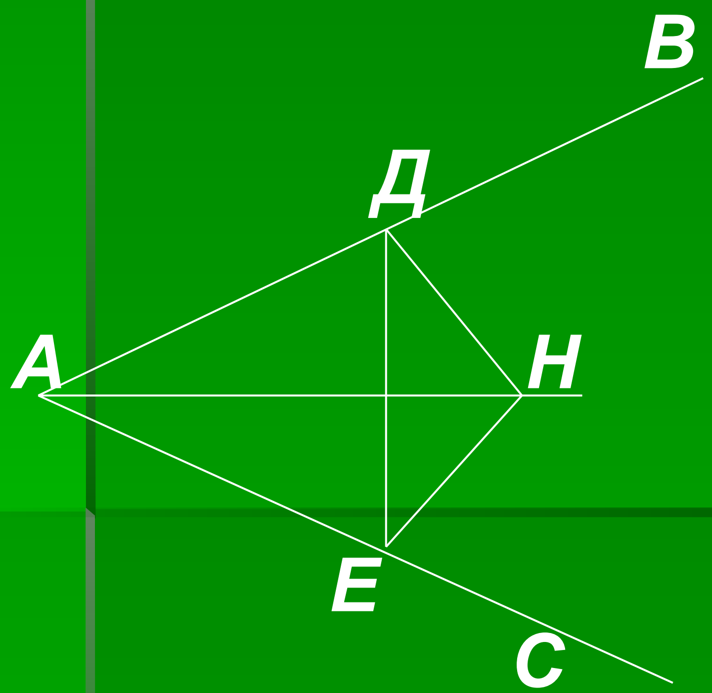
Задачи Евклида.(из трактата «Начала»)
1 Задача.

На данной конечной прямой АВ построить равносторонний треугольник.

- *Решение.*Приняв А за центр, опишем окружность радиусом, равным данному отрезку. Далее, приняв В за центр, опишем другую окружность тем же радиусом. Обозначив одну из точек пересечения окружностей через С и соединив её прямыми с А и В, получим треугольник АВС, который, как легко проверить, и есть



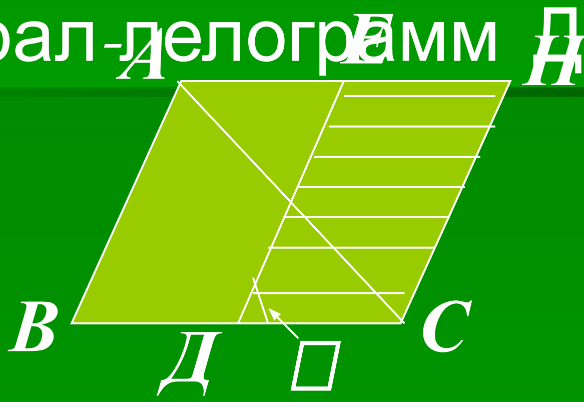
2 Задача.
Разделить произвольный угол на 2 равные части.

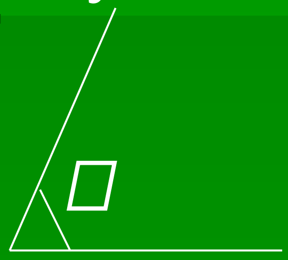


- *Решение*. Пусть ВАС- данный произвольный угол. Возьмём на стороне АВ произвольную точку Д. Далее на стороне АС построим отрезок АЕ=АД. Точки Д и Е соединим прямой. Теперь на отрезке ДЕ построим равнобедренный треугольник ДЕН. Соединим А и Н прямой, которая и будет делить данный угол пополам, так как ∆АДН=

3 Задача.. *Построить параллелограмм, стороны которого наклонены под углом так, чтобы он был равновелик
данному треугольнику.*

- Решение: Пусть АВС - данный треугольник, а □ - данный угол. Для решения задачи делим ВС в точки Д пополам и строим при точке Д угол, равный □. Далее через С прово-дим прямую параллельную прямой ДЕ, а через точку А- прямую АН, параллельную ВС. Тогда полученный парал-лелограмм ДЕНС и будет искомым.

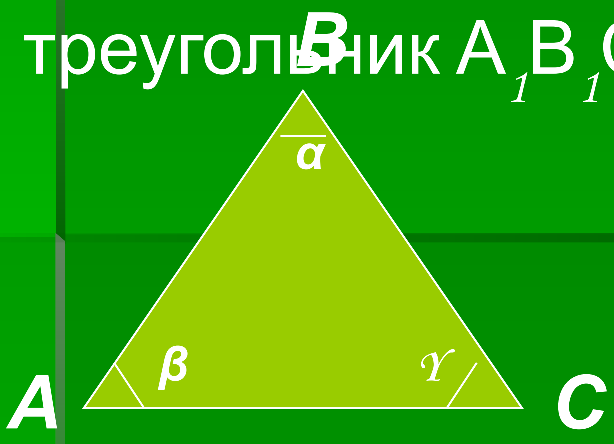




<u>4 Задача.</u> В данный круг вписать треугольник, равноугольный данному треугольнику.

- *Решение.* На окружности данного круга берём произвольную точку A_1 и в ней проводим касательную ДЕ. Далее строим угол EA_1C_1, равный углу β, и угол $ДA_1B_1$, равный углу γ

После соединения точек B_1 и C_1 прямой получаем треугольник $A_1B_1C_1$, который и будет искомым.



Задачи Аполлония.

- Построить окружность, касающуюся трех данных окружностей.
- Решение задачи, выполненное Аполлонием, до нас не дошло, однако оно упоминается некоторыми древними авторами. По-видимому, Аполлоний, чтобы решить задачу в общем виде, рассматривал ее части и предельные случаи: построить окружность,

1) проходящую через три данные точки;

2)касающуюся трех данных прямых;

3) проходящую через данную точку и касающуюся двух данных параллельных прямых;

4) проходящую через данную (прямую) точку и касающуюся двух данных пересекающихся прямых;

5) Проходящую через две данные точки и касающуюся данной прямой;

6)Касающуюся данной окружности и проходящую через две данные точки;

7)Касающуюся трех данных окружностей, проходящих через одну общую точку.

Исследование показывает, что если задача Аполлония имеет конечное число решений, то их не более восьми.

Задача Архимеда.

Если круг описан около квадрата,а другой в него вписан,

то описанный круг по площади в два раза больше вписанного

- Решение: $S_{опис} = \Pi R^2$; $S_{впис.} = \Pi r^2$;

$\frac{a}{2}$ $\frac{a\sqrt{2}}{2}$

$r =$ $R=$ $\frac{\Pi a^2}{2}$, где а- сторона квадрата. $\frac{\Pi a^2}{4}$

Тогда $S_{опис} =$ и $S_{впис} =$

Следовательно, $S_{опис} = 2S_{впис}$

Архимед доказал:

- Каждый круг равновелик прямоугольному треугольнику, если радиус равен одному из катетов, а выпрямленная окружность равна другому катету;
- Круг относится к квадрату своего диаметра, как 11 к 14;

Покажите, что оба положения Архимеда тождественны с сов ременным правилом вычисления: площадь круга равна $\frac{22}{7}r^2$.

Решение:

1) $\frac{1}{2} \cdot 2\Pi r \cdot r = \Pi r^2$

2) $\frac{\Pi r^2}{4r^2} = \frac{11}{14}$; откуда $\frac{\Pi}{4} = \frac{11}{4}\ \Pi = \frac{44}{14}$; $\Pi = \frac{22}{7}$

Таким образом, площадь круга, по Архимеду, как и теперь, равняется $\frac{22}{7}r^2$