

СТАРОЕ И НОВОЕ О КРУГЕ

-
-
-
-
-
-



□ Автор работы: ученица 9 класса Бурганова Алсу лицея-интерната г. Буйинска РТ

□ “Из всех фигур прекраснейшая – круг” (Пифагор)



Число π

- Теперь мы знаем, что архимедово число не вполне точно выражает отношение длины окружности к диаметру. Теоретически доказано, что это вообще не может быть выражено какой-либо точной дробью. Мы можем написать его лишь с тем или иным приближением, впрочем, далеко превосходящим точность, необходимую для самых строгих требований практической жизни. Математик XVI века Лудольф, в Лейдене, имел терпение вычислить его с 35 десятичными знаками и завещал вырезать это значение для на своём могильном памятнике. Вот оно:
3,141592653589793238462643383279
50288....

3,14159265358979323846
2643383279502884197169
3993721851615137529
0716402862019862803
48253421170679148086
31328238647048446095
3036221253510812848
11174184102191521
1055334622948303
819644288109756611344
6128475648233786783165



ОШИБКА ДЖЕКА ЛОНДОНА.

Следующее место романа Джека Лондона «Маленькая хозяйка большого дома» дает материал для геометрического расчета:

«Посреди поля возвышался стальной шест, врытый глубоко в землю. С верхушки шеста к краю поля тянулся трос, прикрепленный к трактору. Механики нажали рычаг – и мотор заработал.

Машина сама двинулась вперед, описывая окружность вокруг шеста, служившего его центром.

- Чтобы окончательно усовершенствовать машину, - сказал Грэхэм, - вам остается превратить окружность, которую она описывает, в квадрат.
- Да, на квадратном поле пропадает при такой системе очень много земли.

Грэхэм произвел некоторые вычисления, затем заметил:

- Теряется примерно три акра из каждых десяти.
- Не меньше.»

Предлагаю вам проверить этот расчет.

Решение:

Расчет неверен: теряются меньше чем 0,3 всей земли. Пусть, в самом деле, сторона квадрата – a . Площадь такого квадрата – a^2 . Диаметр вписанного круга равен также a , а его площадь – $\frac{\pi a^2}{4}$. Продолжающая часть квадратного участка составляет:

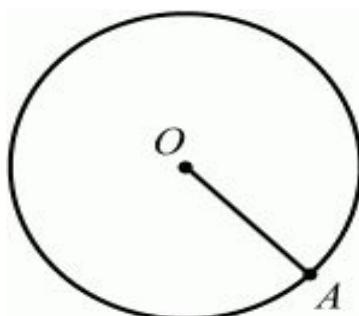
$$a^2 - \frac{\pi^2}{4} = (1 - \frac{\pi}{4}) a^2 = 0,22 a^2$$



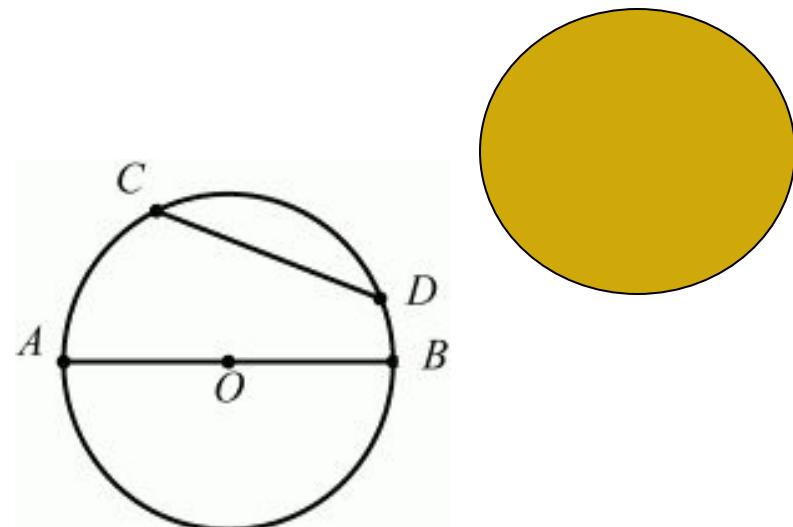
мы видим, что необработанная часть квадратного поля составляет не 30%, как полагали герои американского романа, а только около 22%.

ФАКТЫ И РАСЧЕТЫ.

- Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, равноудалённых от заданной точки. Эта заданная точка называется центром окружности.
- Расстояние от точек окружности до её центра называется радиусом окружности. Радиусом называется также отрезок, соединяющий любую точку окружности с её центром. OA – радиус окружности



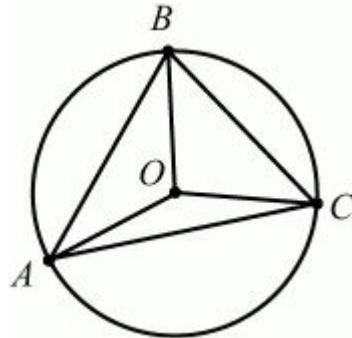
- Круг – это часть плоскости, ограниченная окружностью



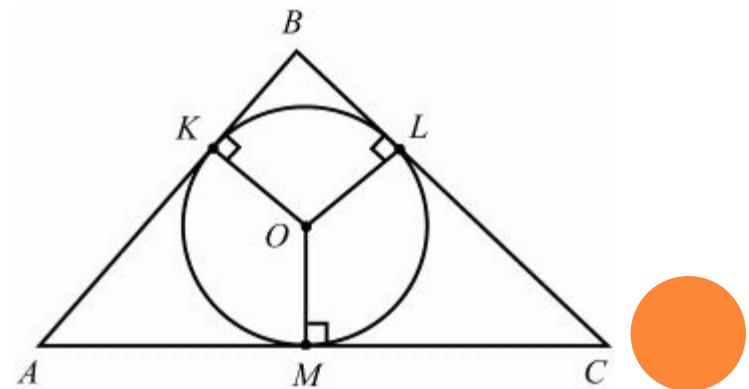
Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется хордой. Хорда, проходящая через центр, называется диаметром окружности
 AB – диаметр окружности, CD – хорда



Окружность называется описанной около треугольника, если она проходит через все его вершины



Окружность называется вписанной в треугольник, если она касается всех его сторон. Точки K, L, M – это точки касания окружности, вписанной в $\triangle ABC$. $OK = OL = OM = r$.

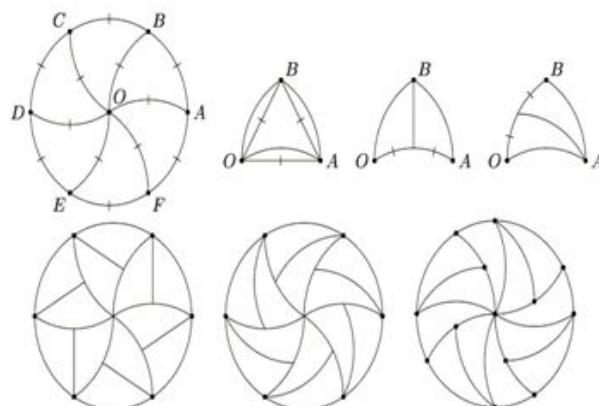


“УМЕНИЕ РЕШАТЬ ЗАДАЧИ – ТАКОЕ ЖЕ ПРАКТИЧЕСКОЕ ИСКУССТВО, КАК УМЕНИЕ ПЛАВАТЬ ИЛИ БЕГАТЬ НА ЛЫЖАХ. ЕМУ МОЖНО НАУЧИТЬСЯ ТОЛЬКО ПУТЕМ ПОДРАЖАНИЯ ИЛИ УПРАЖНЕНИЯ”.(Д. Пойа)

Разрежьте круг на несколько равных частей так, чтобы центр круга не лежал на границе хотя бы одной из них.

Решение

Разобьём окружность с центром в точке O на шесть равных частей точками A, B, C, D, E и F . Понятно, что треугольники $OAB, OBC, OCD, ODE, OEF, OFA$ - равносторонние. Проведём дугу окружности с центром в точке A радиуса AB от точки B до точки O . Аналогично проведём дуги окружностей с центрами в точках B, C, D, E, F (см. рис.). Таким образом, мы разбили окружность на 6 равных частей. Теперь каждую из этих частей разобьём на две равные части одним из двух способов, изображённых на рисунке.



ПРОВОЛОКА ВДОЛЬ ЭКВАТОРА.

- Вообразите, что земной шар плотно обтянут по экватору стальной проволокой. Что произойдет, если эта проволока охладится на 1?. От охлаждения проволока должна укоротиться. Если она при этом не разорвалась и не растянулась, то как глубоко она врежется в почву?
- Решение.
- Казалось бы, столь незначительное понижение температуры, всего на 1, - не может вызвать заметного углубления проволоки в землю. Расчеты показывают другое.
- Охлаждаясь на 1, стальная проволока укорачивается на одну стотысячную долю своей длины. При длине в 40 миллионов метров (длина земного экватора) проволока должна сократиться на 400 м. Но радиус этой окружности из проволоки уменьшится не на 400 м, а гораздо меньше. Для того чтобы узнать, насколько уменьшится радиус, нужно 400 м разделить на 6,28 т.е. на 2. Получится около 64 м. Итак, проволока, охладившись всего на 1, должна была бы при указанных условиях врезаться в землю не на несколько миллиметров, как может казаться, а более чем на 60 м.



ЧАСЫ – ТРИСЕКТОР

- Возможно ли при помощи циркуля, линейки и часов разделить данный угол на три равные части?
- Решение.
- Возможно. Переведите фигуру данного угла на прозрачную бумагу и в тот момент, когда обе стрелки часов совмещаются, наложите чертеж на циферблат так, чтобы вершина угла пошла вдоль стрелок.
- В тот момент, когда минутная стрелка часов передвинется до совпадения с направлением второй стороны данного угла (или передвиньте её сами), проведите из вершины угла луч по направлению часовой стрелки. Теперь при помощи циркуля и линейки этот угол удвойте и удвоенный угол снова удвойте . Полученный таким образом угол и будет составлять данного.
- Действительно, всякий раз, как минутная стрелка описывает некоторый угол , часовая стрелка за это время передвигается на угол в 12 раз меньше а после увеличения этого угла в 4 раза получится



$$\frac{\alpha}{12} \cdot 4 = \frac{\alpha}{3}$$