

УРОК ПО АЛГЕБРЕ 9 КЛАСС

ТЕМА: СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ



Шибарова Г.Г.

Учитель математики

МОУ Лицей №4

Цель урока:

Ввести определение степени с целым отрицательным показателем.

Повторить свойства степени с натуральным показателем, нахождение области определения и области значения функции.

Выработать умение применять свойства степени с целым, отрицательным показателем.



I. Актуализация знаний учащихся (фронтальная работа с классом)

1. Найти область определения функции

$$y = \sqrt{6 - 3x};$$

А. $x > 2$ Б. $x < 2$ В. $x \geq \frac{1}{2}$ Г. $x \leq 2$

2. Среди заданных функций найдите возрастающую

1) $y = -3x^2$; 2) $y = 3 - x$;

3) $y = 5x - 2$; 4) $y = \sqrt{x}$.

А. 2) и 4) Б. 1), 2), 4) В. 3) и 4) Г. 1) и 2)

3. Среди заданных функций укажите чётные:

1) $y = 3x^2$; 2) $y = |x|$; 3) $y = 7x$; 4) $y = \sqrt{x}$.

А. 1) и 3) Б. 1) и 2) В. 3) и 4) Г. 1) и 4)

4. Среди заданных функций укажите нечётные:

1) $y = 3x^2$; 2) $y = \frac{4}{x}$; 3) $y = -7x$; 4) $y = |x|$.

А. 1) и 3) Б. 2) и 3) В. 2) и 4) Г. 3) и 4)

5. Найти область значения функции:

$$y = 9 - x^2;$$

А. $(-\infty; 9)$; Б. $(-\infty; 9]$; В. $[0; 9]$; Г. $[9; +\infty)$;

6. Возведите в степень:

$$(x^3)^5; a^3 \cdot (a^5)^2; \frac{(2^2)^5 \cdot 2^7}{(2^5)^3}; x^4 \cdot x^7;$$
$$a^8 : a^7; a^3 : a^3;$$

$$2^3 : 2^7;$$

II. Изучение нового материала:

$$0, 2^1 = 0, 2; 3^2 = 3 \cdot 3 = 9; 4^3 = 4 \cdot 4 \cdot 4 = 64;$$

$$a^n = \underbrace{aa \dots a}_{n \text{ раз}} \quad n \in N$$

$$1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1; 0^3 = 0 \cdot 0 \cdot 0$$

$$(-2)^5 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32;$$

Если $a = \mathbb{R} \in$ - любое число, то $a^n = a$, т.е. $a^1 = a$

Если $n = 0, a \neq 0$, то $a^0 = 1$

Свойства степени с натуральным показателем:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n} \quad a \neq 0 \quad m \geq n$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \quad b \neq 0 \quad n \in N$$

а и b – любые числа

Рассмотрим выражение:

$$2^3 : 2^7 = \frac{2^3}{2^7} = \frac{2^3 : 2^3}{2^7 : 2^3} = \frac{1}{2^4} \quad 2^3 : 2^7 = \frac{1}{2^4}$$

$$2^3 : 2^7 = 2^{3-7} = 2^{-4}$$

Выражение 2^{-4} целесообразно считать числом, обратным степени того же основания с противоположным показателем, т.е. дробью $\frac{1}{2^4}$

Определение

Если n – натуральное число и $a \neq 0$, то

$$a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$$

По определению получим:

$$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0,01 \quad (-2)^{-4} = \frac{1}{(-2)^4} = \frac{1}{16}$$

Пример 1

Вычислить $2^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} - 16^{-1}$

$$1) 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4};$$

$$2) \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8};$$

$$3) 16^{-1} = \frac{1}{16};$$

$$4) \frac{1}{4} + \frac{27}{8} - \frac{1}{16} = \frac{1}{4} + 3\frac{3}{8} - \frac{1}{16} = \frac{4}{16} + 3\frac{6}{16} - \frac{1}{16} = 3\frac{10}{16} - \frac{1}{16} = 3\frac{9}{16};$$

Пример 2

Доказать, что

$$a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-8};$$

$$\frac{1}{a^3} \cdot \frac{1}{a^5} = \frac{1}{a^3 \cdot a^5} = \frac{1}{a^8} = a^{-8};$$

$$a \neq 0$$

Вывод: $a^{-3} \cdot a^{-5} = a^{-3+(-5)} = a^{-8};$

При умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели складываются.

$$a^4 : a^{-3} = a^4 : \frac{1}{a^3} = a^4 \cdot a^3 = a^7 \cdot 1 \cdot a^4 \cdot a^{-3} = a^{4-(-3)} = a^7;$$

$$a^4 : a^{-3} = a^{4-(-3)} = a^7$$

При делении степеней с одинаковыми основаниями из показателя делимого надо вычесть показатель делителя.

$$(a^{-2})^{-3} = \left(\frac{1}{a^2}\right)^{-3} = (a^2)^3 = a^6;$$

$$(a^{-2})^{-3} = a^{(-2) \cdot (-3)} = a^6;$$

При возведении степени в степень показатели перемножаются.

Свойства степени с натуральными показателями сохраняются и для отрицательных целых показателей

Закрепление изученного материала

Представить выражение в виде степени, используя определение:

$$(-2)^0 = 1$$

$$3^{-3} \quad 3^{-3} = \frac{1}{27}$$

$$2^{-3} \quad 2^{-3} = \frac{1}{8}$$

$$88^{-1} \quad 88^{-1} = \frac{1}{88}$$

$$(-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$(-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{125}$$

$$\left(\frac{7}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{7}\right)^2 = \frac{81}{49}$$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{-3} = 7^3 = 243$$

$$(0,1)^{-1} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-1} = 10$$

$$(0,1)^{-2} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-2} = 10^2 = 100$$

$$(0,1)^{-3} = \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} = 1000$$

$$(0,1)^{-22} = 10^{22}$$

Записать выражение в виде степени

$$1. \frac{a^{-3} \cdot (a^4)^5}{a^{17}} = \frac{a^{-3} \cdot a^{20}}{a^{17}} = a^0 = 1$$

$$2. \frac{a^3 (a^4 \cdot b^2)^5}{a^{17} \cdot b^{16}} = \frac{a^3 \cdot a^{20} \cdot b^{10}}{a^{17} \cdot b^{16}} = \frac{a^{23} \cdot b^{10}}{a^{17} \cdot b^{16}} = \frac{a^6}{b^6} = \left(\frac{a}{b}\right)^6$$

$$3. \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} + 4^{-3} : 4^{-5} + 2007 = 2039$$

$$4. \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} + 7^{-3} : 7^{-4} + \left(\frac{1}{7}\right)^0 = 57$$

$$5. \frac{2^{-2} \cdot 5^4 \cdot 10^{-5}}{2^{-3} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}} = 2 \cdot 5 \cdot 10^{-1} = 1$$

Найдите ошибку:

$$\frac{2^{-3} \cdot 4^{-3}}{8^{-8}} = \frac{2^{-3} \cdot 2^{-7}}{2^{-15}} = \frac{2^{-10}}{2^{-15}} = 2^5$$

$$4^{-3} = (2^2)^{-3} = 2^{-6}$$

$$8^{-8} = (2^3)^{-8} = 2^{-24}$$

$$\frac{2^{-3} \cdot 2^{-6}}{2^{-24}} = \frac{2^{-9}}{2^{-24}} = 2^{15}$$

Самостоятельная работа

Вариант 1

$$7^{-1} - 5 \cdot 2^3 \quad -39\frac{6}{7}$$

$$3^{-7} \cdot 3^{12} \quad 3^5$$

$$(y^{-8})^{-2} \quad y^{16}$$

$$x^{-5} \cdot x^{-9} \quad x^{-14}$$

$$(b^{-5})^4 \cdot b^{11} \quad b^{-9}$$

$$\frac{p^{-7} \cdot p^2}{p^{-10}} \quad p^5$$

Вариант 2

$$4 \cdot 2^0 - 5^3 \cdot 5^{-2} \quad -4$$

$$2^{-10} \cdot 2^8 \quad \frac{1}{4}$$

$$(b^7)^{-4} \quad b^{-28}$$

$$a^{-12} : a^{-10} \quad a^{-2}$$

$$(5^{-4})^2 \cdot 5^7 \quad \frac{1}{5}$$

$$\frac{x^{-3} \cdot x}{x^{-4}} \quad x^2$$

Применение понятия степени с целым показателем.

Для вычислений используют числа в стандартном виде.

Число $a_1=274,35$ можно записать так:

$$2,7435 \cdot 10^2$$

Число $a_2=5434$ можно записать так:

$$5,434 \cdot 10^3$$

Число $a_3=0,273$ можно записать так:

$$2,73 \cdot 0,1 = 2,73 \cdot 10^{-1}$$

Число $a_4 = 0,0013$ можно записать так:

$$1,3 \cdot 0,001 = 1,3 \cdot 10^{-3}$$

Число, стоящее перед запятой,
однозначное, умноженное на 10 в
целой степени.

Определение

Стандартным видом положительного
числа a называют его
представление в виде $a_0 \cdot 10^m$, где

$1 \leq a_0 < 10$, где m – целое число.

Число m называют порядком числа.

Укажите число, равное 0,00056

А. $5,6 \cdot 10^{-3}$ Б. $5,6 \cdot 10^{-4}$ В. $5,6 \cdot 10^{-5}$ Г. $5,6 \cdot 10^{-6}$

Представьте число в стандартном виде:

1) 1800000

А. $18 \cdot 10^5$ Б. $0,18 \cdot 10^7$ В. $180 \cdot 10^4$ Г. $1,8 \cdot 10^6$

2) $19 \cdot 10^{-3}$

А. $0,19 \cdot 10^{-4}$ Б. $0,19 \cdot 10^{-1}$ В. $1,9 \cdot 10^{-4}$ Г. $1,9 \cdot 10^{-2}$

Пример: вычислить

$$2734 \cdot 0,007 = (2,734 \cdot 10^3) \cdot (7 \cdot 10^{-3}) = (2,734 \cdot 7) \cdot (10^3 \cdot 10^{-3}) = 19,138 \cdot 10^0 = 19,138$$

$$(0,0043)^2 = (4,3 \cdot 10^{-3})^2 = 4,3^2 \cdot (10^{-3})^2 = 18,49 \cdot 10^{-6} = 1,849 \cdot 10^1 \cdot 10^{-6} = 1,849 \cdot 10^{-5} = 0,00001849$$

Найти значение выражения

$$(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2)$$

А. 6400

Б. 0,064

В. 0,0064

Г. 0,00064

Для биологической лаборатории
купили оптический микроскоп,
который дает возможность
различать объекты размером до
 $2,5 \cdot 10^{-5}$ см

Выразите эту величину в
миллиметрах:

А. 0,0000025 мм В. 0,00025 мм

Б. 0,000025 мм Г. 0,0025 мм

ГОТОВИМСЯ К ИТОГОВОЙ АТТЕСТАЦИИ

Часть А. Вычислите:

$$\text{а) } \frac{12 \cdot 3^{-3} + \left(\frac{5}{3}\right)^2 \cdot (5)^{-1}}{(-3)^{-2}}$$

1) 9

2) -9

3) 17

4) $\frac{17}{81}$

$$\text{б) } \frac{25 \cdot 5^{-2} - 4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2}{3^{-1}}$$

1) $-1\frac{4}{9}$

2) $-4\frac{1}{3}$

3) $-2\frac{1}{3}$

4) $2\frac{1}{3}$

$$(1+\sqrt{2})^{-1} - \sqrt{(0,5)^{-1}} = \frac{1}{1+\sqrt{2}} - \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-(\sqrt{2})^2} - \sqrt{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{1-2} - \sqrt{2} = \frac{1-\sqrt{2}}{-1} - \sqrt{2} = -1 + \sqrt{2} - \sqrt{2} = -1$$

$$239,7 = 2,397 \cdot 10^2$$

$$0,0987 = 9,87 \cdot 10^{-2}$$

**Найти область существования
выражения: $(x^2 - 4)^{-2}$**

$$\frac{1}{(x^2 - 4)^2} = \frac{1}{(x-2)^2 \cdot (x+2)^2}$$

$$x \neq -2$$

$$x \neq 2$$

Сколько целых чисел содержит
промежуток $\left[\frac{1}{3^2}; \frac{1}{4^{-1}} \right]$?

А. 5

Б. 4

В. 3

Г. 2

Представьте выражение $\frac{x^2 \cdot x^5}{(x^3)^2}$

в виде степени с целым показателем:

А. x^2 Б. x^{-2} В. x Г. x^{-1}

IV Итоги урока

Домашнее задание:

изучить по учебнику материал на
стр. 127-131;

решить: № 18.02(б); 18.04(аб);
18.09(б); 18.29(б); 18.30(а)