

**Урок обобщения и систематизации
знаний и способов деятельности по
теме «Степень. Свойства степени»**



Определение степени с натуральным показателем:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

n раз

Степенью числа a с натуральным показателем n , большим 1, называется произведение n множителей, каждый из которых равен a .

Определение степени с отрицательным целым показателем:

Если n – натуральное число и $a \neq 0$, $b \neq 0$,
то:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n; \quad \left(\frac{1}{a}\right)^{-n} = (a)^n; \quad a^0 = 1.$$

Определение степени с дробным показателем:

Если n – натуральное число, m – целое число, то при $a > 0$:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



Свойства степени:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(a^b)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a^n}{b^n}\right)$$

Выбери верный ответ:

$$2^3$$
$$\left(1\frac{1}{2}\right)^2$$

a) 4; б) 8; в) 16

a) $2\frac{1}{4}$; б) $1\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{4}$

$$(-1)^4$$
$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

a) 4; б) -1; в) 1

a) $\frac{1}{81}$; б) 81; в) $-\frac{1}{81}$

$$(-0,1)^{-3}$$

a) -1000; б) -0,001; в) 0,001

$$8^{\frac{2}{3}}$$

a) 2; б) 4; в) $\frac{1}{4}$

$$25^{-\frac{3}{2}}$$

a) $\frac{1}{125}$; б) $-\frac{1}{125}$; в) 125

$$(-16)^0$$

a) 16; б) 0; в) 1



Коды ответов:

б; а; в; б; а; б; а; в.

Вычисли значение выражения

$$6^{13} \cdot 6^{-15}$$

$$a) \frac{1}{36}; б) 36; в) -36$$

$$0,5^{-14} : 0,5^{-16}$$

$$a) 25; б) 0,25; в) -0,25$$

$$(3^{-2})^{-1}$$

$$a) 9; б) \frac{1}{9}; в) \frac{1}{27}$$

$$(2^{-6})^{-2} \cdot 2^{-14}$$

$$a) 4; б) -\frac{1}{4}; в) \frac{1}{4}$$

$$\frac{7^{-7} \cdot 7^{-8}}{7^{-13}}$$

$$a) \frac{1}{49}; б) 49; в) -\frac{1}{49}$$

$$16 \cdot (2^{-3})^2$$

$$a) 4; б) \frac{1}{4}; в) \frac{1}{2}$$

$$2^{-5} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot 8^2$$

$$a) 4; б) -\frac{1}{4}; в) \frac{1}{4}$$

$$\frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}}$$

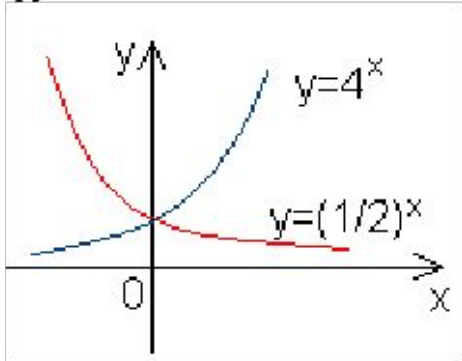
$$a) 3; б) \frac{1}{3}; в) -\frac{1}{3}$$



Коды ответов:

а; б; а; в; а; б; в; а.

Обобщение понятия «степень»

<i>n</i> - показатель степени	$n \in \mathbf{N}$	$n \in \mathbf{Z}$	$n \in \mathbf{Q}$	<i>n</i> - переменная
a^n <i>a</i> — основание степени				
$a \in \mathbf{N}$	$4^4 =$	$4^{-3} =$	$4^{\frac{1}{2}} =$	$y=4^x$ - показательная функция 
$a \in \mathbf{Z}$	$(-8)^2 =$	$(-8)^{-1} =$	$(-8)^{\frac{1}{3}} =$	
$a \in \mathbf{Q}$	$\left(\frac{1}{4}\right)^3 =$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$	$\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} =$	
<i>a</i> - переменная	$a^3 = a a a$ $a^n = \underbrace{a a \dots a}_n$ <i>n</i> раз <i>n</i> > 1	$a^{-2} = \frac{1}{a^2}$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n},$ $a \neq 0, n \neq 0$	$a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$ $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m},$ $a > 0, n \in \mathbf{N},$ $m \in \mathbf{Z}$	

Реши, если силён

Задания на "3" балла

1. Вычисли:

$$1) -4 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + (0,2)^{-3} = -4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = -4 \cdot \frac{25}{4} + 5^3 = -25 + 125 = 100$$

$$2) (10^{-10} \cdot 100^6)^{-1} = (10^{-10} \cdot (10^2)^6)^{-1} = (10^{-10} \cdot 10^{12})^{-1} = (10^2)^{-1} = 10^{-2} = 0,01$$

$$3) (c^6 c^{-3})^{-1} \text{ при } C = \frac{1}{3}$$

$$(c^6 c^{-3})^{-1} = (c^3)^{-1} = c^{-3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$$

Задания на «4» балла

Расположите в порядке возрастания числа:

$$\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}; (1,4)^{-2} \text{ и } 1,4;$$

Решение: $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 = (1,4)^2 = 1,96;$

$$(1,4)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 < 1;$$

Ответ: $(1,4)^{-2}; 1,4; \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}.$

2) Упростите выражение:

$$(a^{-2} - b^{-2})(b^{-1} - a^{-1})^{-1}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)^{-1} &= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a - b}{ab}\right)^{-1} = \frac{(b - a)(b + a)}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a - b} = \\ &= -\frac{a + b}{ab} \end{aligned}$$

3) Представьте выражение в виде степени:

$$\frac{x^{-6} + x^{-4} + x^{-2}}{x^2 + x^4 + x^6};$$

Решение:

$$\frac{x^{-6}(1 + x^2 + x^4)}{x^2(1 + x^2 + x^4)} = \frac{x^{-6}}{x^2} = x^{-8}$$

4) Упростите выражение:

$$\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n};$$

Решение:

$$\frac{5^{n-1}(5^2 - 1)}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^{n-1} \cdot 24}{2 \cdot 5^n} = \frac{1 \cdot 12}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2,4$$

Задания на «5» баллов

1) Упростите: $\frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}}$;

Решение:

$$\frac{2^3 \cdot (25 \cdot 4)^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^3 \cdot (5^2 \cdot 2^2)^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^{2n+3} \cdot 5^{2n}}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{2^2 \cdot 5^2}{1} = 100$$

2) Сравните:

$$\left(\frac{0,138}{604,2}\right)^7 \text{ и } \left(\frac{60,42}{0,0138}\right)^{-8}$$

Решение:

$$\left(\frac{60,42}{0,0138}\right)^{-8} = \left(\frac{0,0138}{60,42}\right)^{-8} = \left(\frac{0,0138 \cdot 10}{60,42 \cdot 10}\right)^8 = \left(\frac{0,138}{604,2}\right)^8$$

Основание степени $\frac{0,138}{604,2} < 1$, поэтому по свойству показательной функции, если $a < 1$, то

при $n < m$ $a^n > a^m$.

Так как $7 < 8$ и $a < 1$

$$\left(\frac{0,138}{604,2}\right)^7 > \left(\frac{0,138}{604,2}\right)^8 \text{ и } \left(\frac{0,138}{604,2}\right)^7 > \left(\frac{60,42}{0,0138}\right)^{-8}$$

Вычислите значение числового выражения:

$$9((2\sqrt{54})^{\frac{1}{3}} - (3\sqrt{0,375})^{\frac{1}{3}})^{-4}$$

Решение: $9((\sqrt{4 \cdot 54})^{\frac{1}{3}} - (\sqrt{9 \cdot 0,375})^{\frac{1}{3}})^{-4} = 9(\sqrt{216^{\frac{1}{3}}} - \sqrt{(\frac{27}{8})^{\frac{1}{3}}})^{-4} =$

$$= 9(\sqrt{(6^3)^{\frac{1}{3}}} - \sqrt{((\frac{3}{2})^3)^{\frac{1}{3}}})^{-4} = 9(\sqrt{6} - \sqrt{1,5})^{-4} = 9(2\sqrt{1,5} - \sqrt{1,5})^{-4} =$$
$$= 9(1,5^{\frac{1}{2}})^{-4} = 9 \cdot 1,5^{-2} = 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} = 9 \cdot \frac{4}{9} = 4$$

Упростите выражение и найдите его значение при заданном значении переменной:

$$\left(1 - d^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) \text{ при } d = 3$$

Решение:

$$\begin{aligned} \left(1 - d^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + d^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) &= \left(1 - d^{-\frac{1}{4}}\right) \cdot d^{\frac{1}{4}} \cdot \left(d^{\frac{1}{4}} + 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \\ &= \left(d^{\frac{1}{4}} - d^{-\frac{1}{4}} d^{\frac{1}{4}}\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{4}} + 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \left(d^{\frac{1}{4}} - 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{4}} + 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = \\ &= \left(d^{\frac{1}{2}} - 1\right) \cdot \left(d^{\frac{1}{2}} + 1\right) = d - 1 \end{aligned}$$

Если $d = 3$, то $d - 1 = 3 - 1 = 2$

Ответ: 2



Найдите корни уравнения:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = 27$$

Решение:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{2x-1} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

$$2x - 1 = -3$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Ответ : -1 .



Спасибо за внимание.

Автор: Микрюкова Е. А.,
учитель школы № 49 г. Кирова.
2009 г.