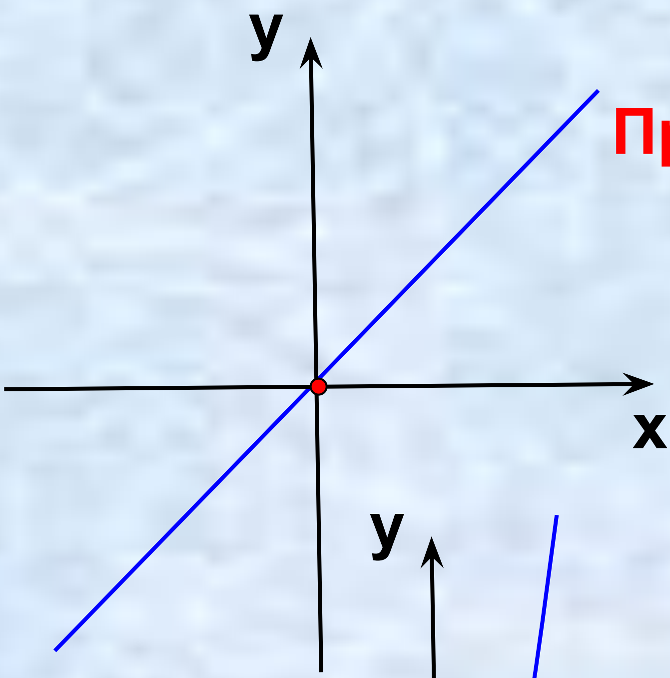
Степенная функция

Нам знакомы функции

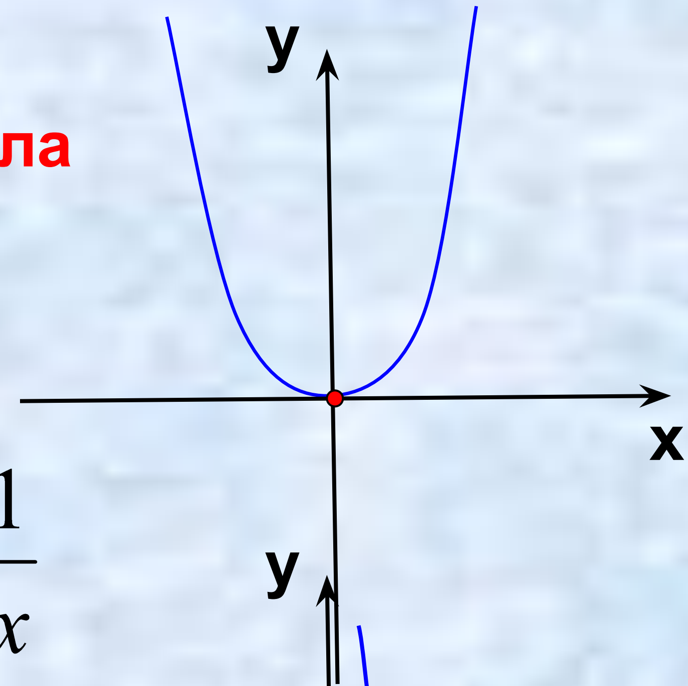


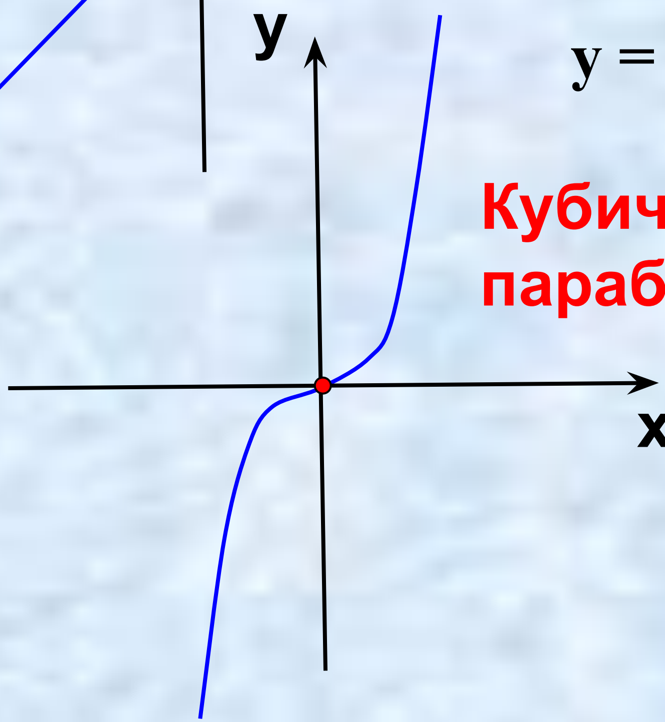
$y = x$

Прямая

$y = x^2$

Парабола





$y = x^3$

Кубическая парабола

$$y = \frac{1}{x}$$

Гипербола

$y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \dfrac{1}{x}$

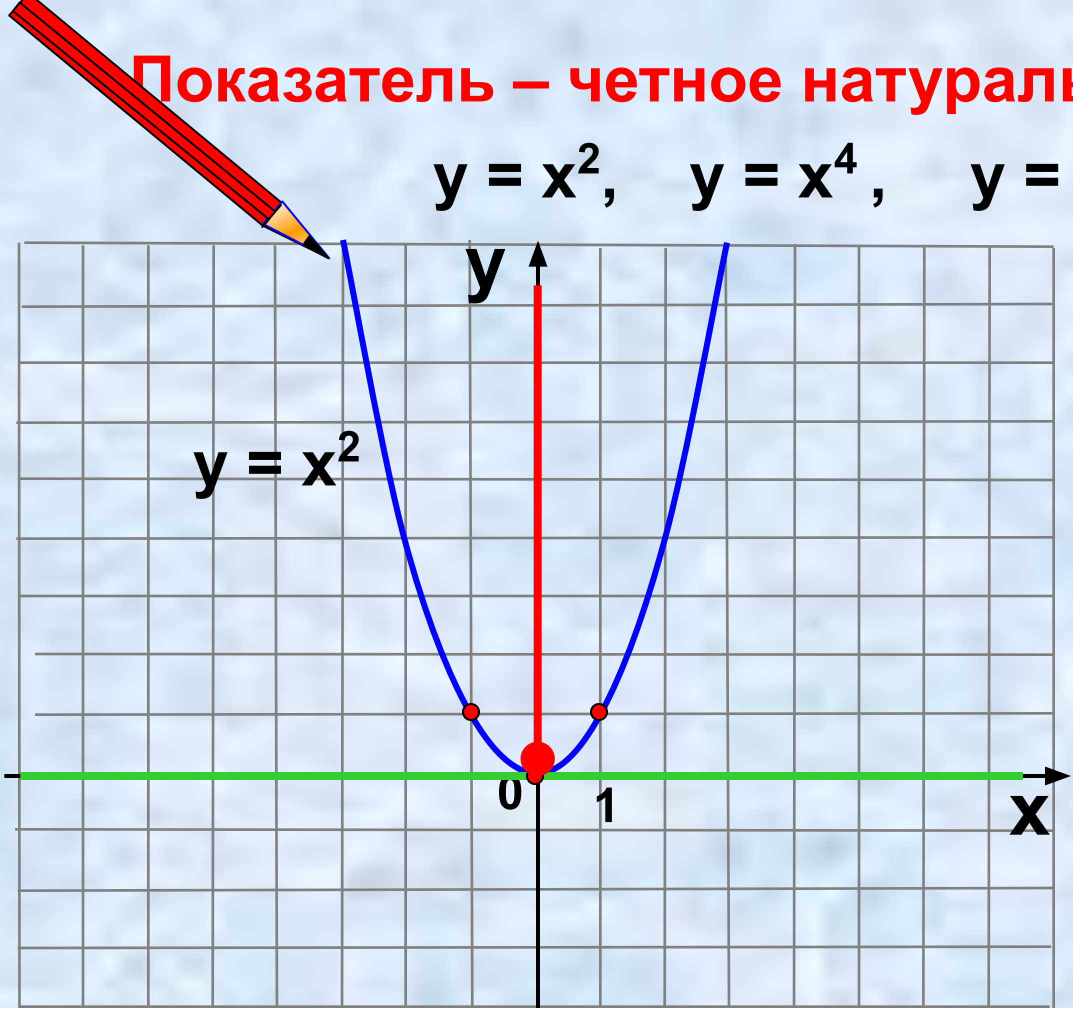
Все эти функции являются частными случаями степенной функции

$y = x^n$, $y = x^{-n}$ где n – заданное натуральное число

Свойства и график степенной функции зависят от значения показателя n

Показатель – четное натуральное число (2n)

$y = x^2$, $y = x^4$, $y = x^6$, $y = x^8$, …



$D(y): x \in R$

$E(y): \ y \geq 0$

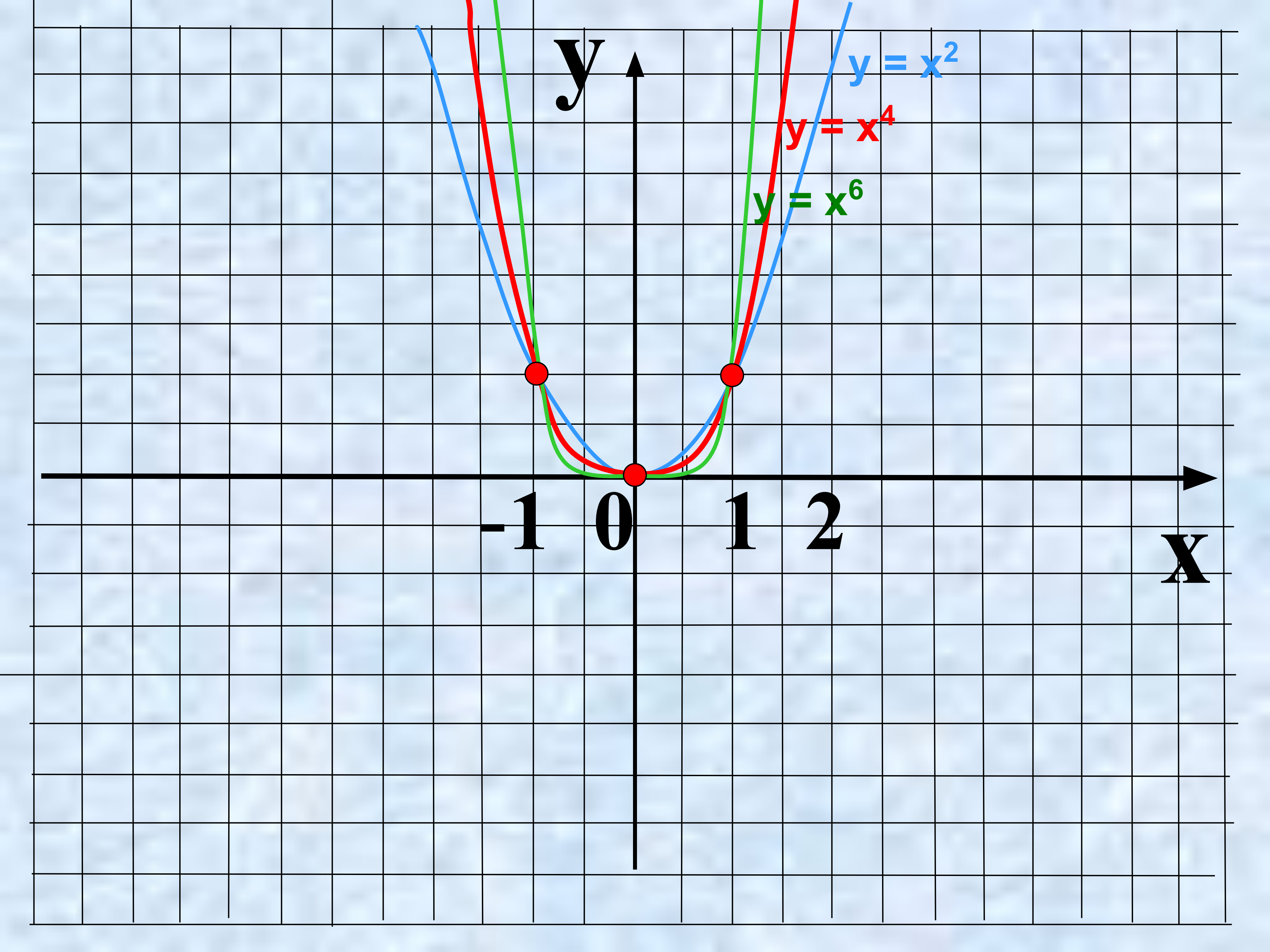
Функция $y=x^{2n}$ четная, т.к. $(-x)^{2n} = x^{2n}$

Функция убывает на промежутке $(-\infty;0]$

Функция возрастает на промежутке $[0;+\infty)$

График четной функции симметричен относительно оси Оу.

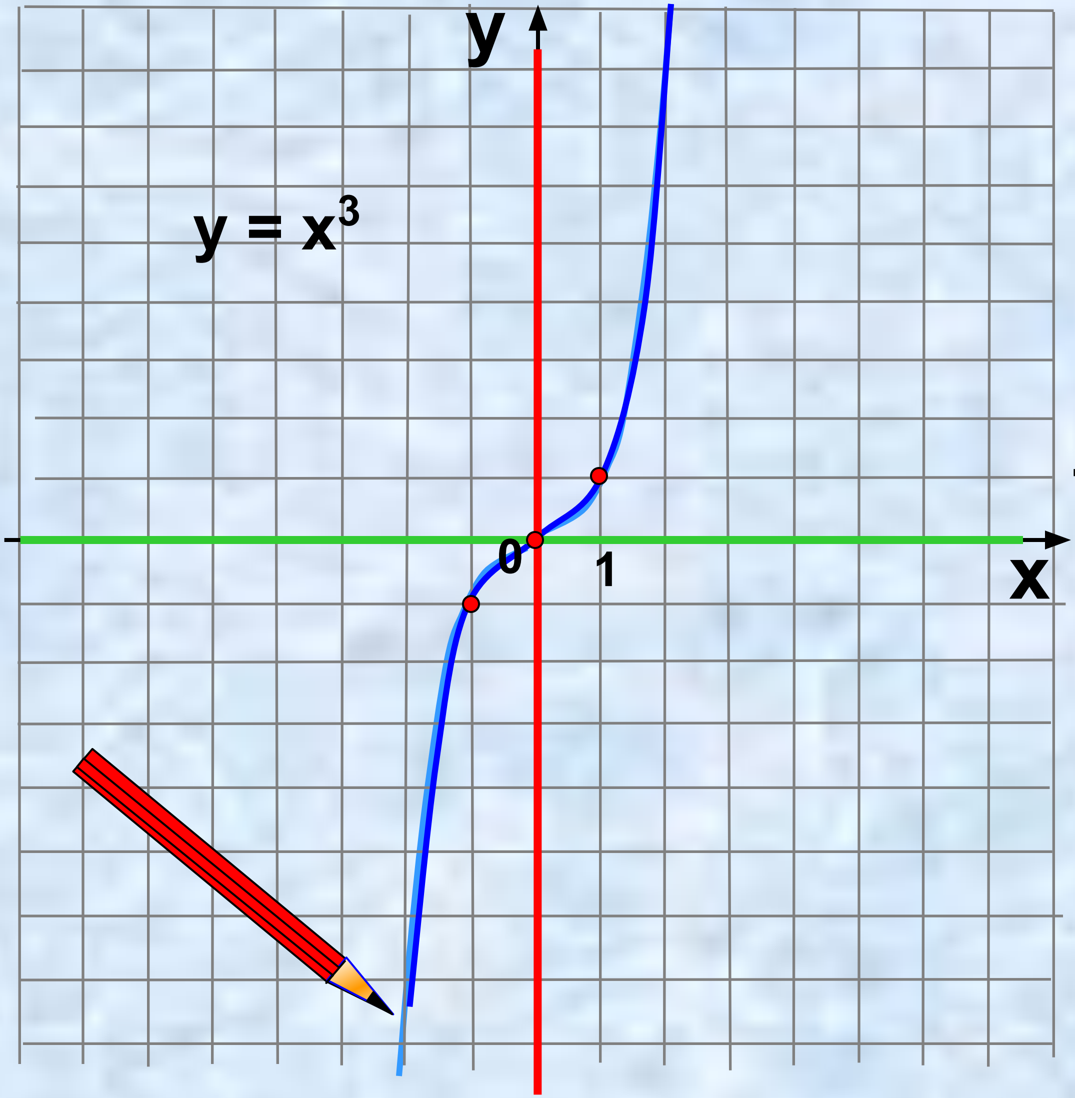
График нечетой функции симметричен относительно начала координат – точки О.



y
y = x2
y = x4
y = x6
-1
0
1
2
x

Показатель – нечетное натуральное число (2n-1)

$y = x^3$, $y = x^5$, $y = x^7$, $y = x^9$, …

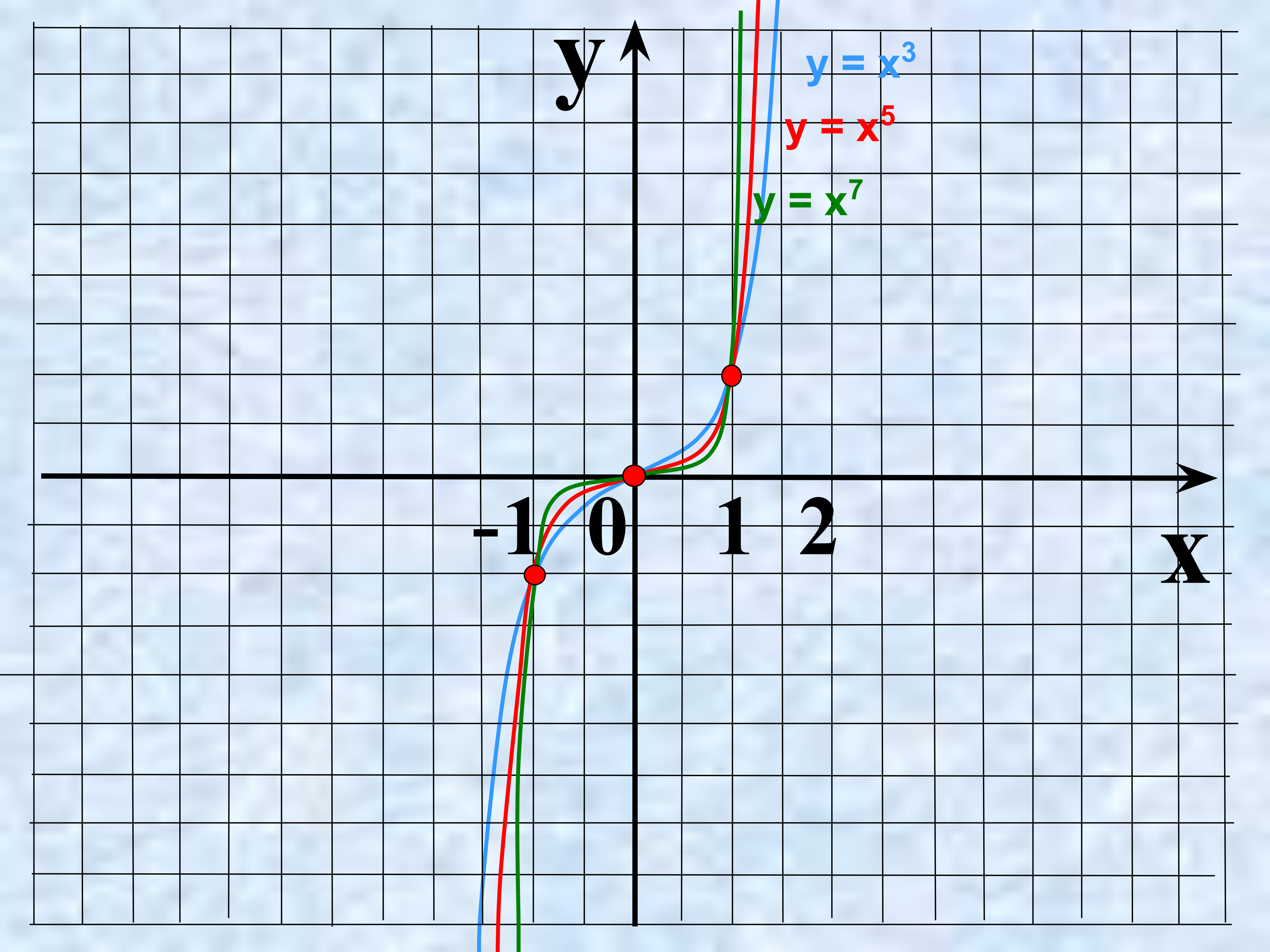


$$D(y): x \in R$$

$$E(y):\ y \in R$$

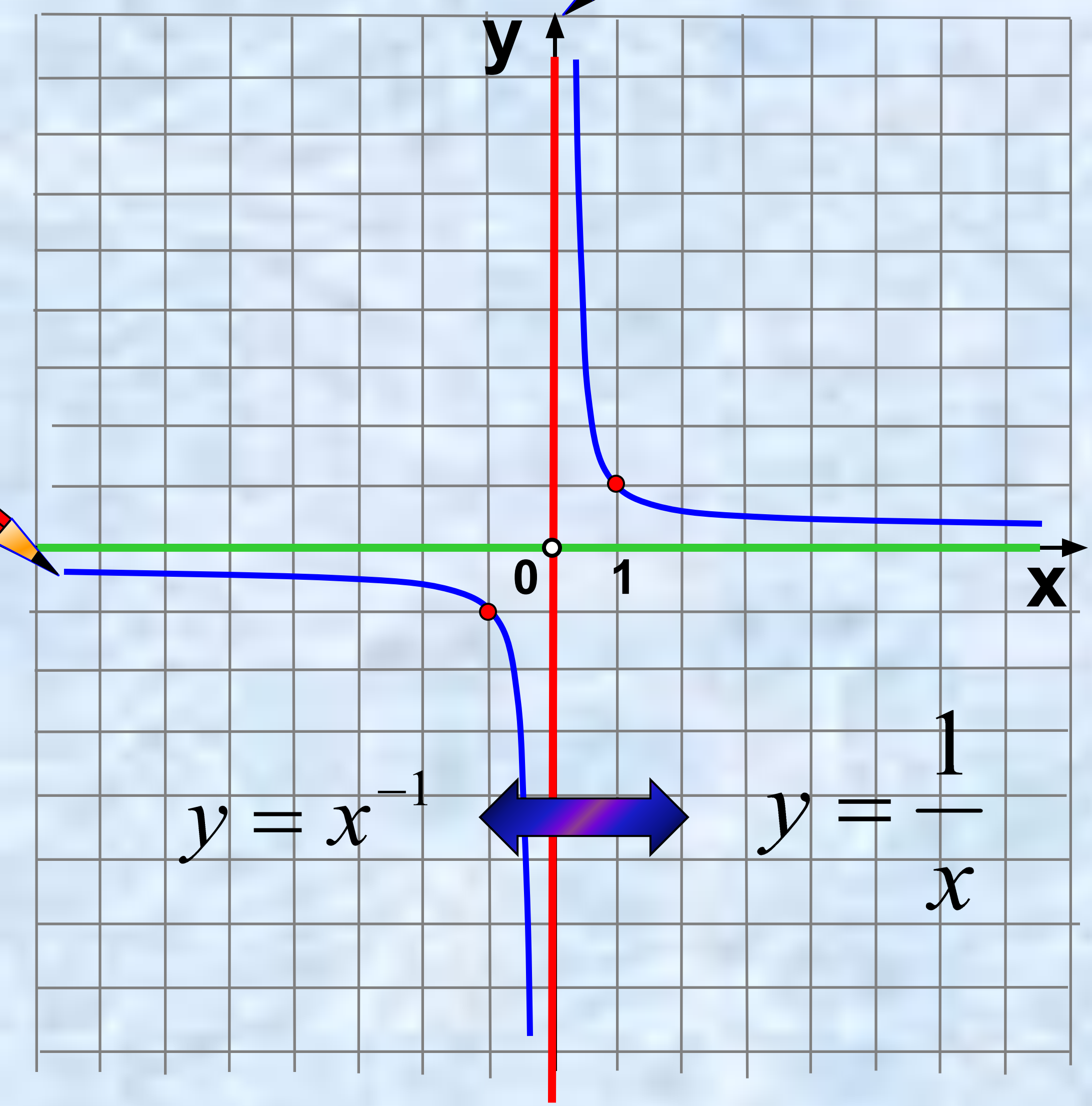
Функция $y=x^{2n-1}$ нечетная, т.к. $(-x)^{2n-1} = -\ x^{2n-1}$

Функция возрастает на промежутке $(-\infty;+\infty)$


y
y = x3
y = x5
y = x7
-1
0
1
2
x

Показатель p = – (2n-1), где n – натуральное число

$y = x^{-3}$, $y = x^{-5}$, $y = x^{-7}$, $y = x^{-9}$, …



$y = x^{-1}$ ⟺ $y = \frac{1}{x}$

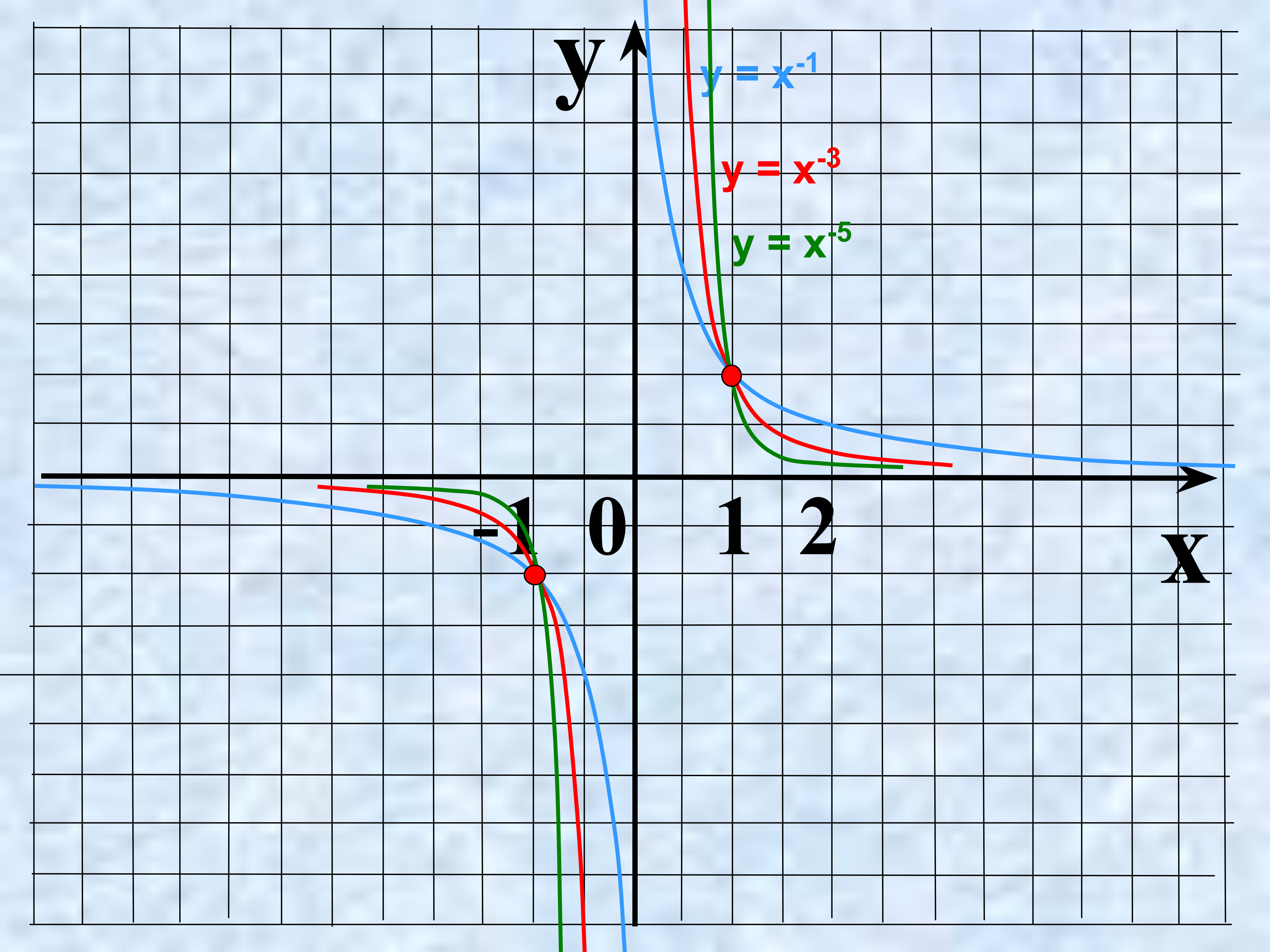
$D(y): x \neq 0$

$E(y): \ y \neq 0$

Функция $y=x^{-(2n-1)}$ нечетная, т.к. $(-x)^{-(2n-1)} = -x^{-(2n-1)}$

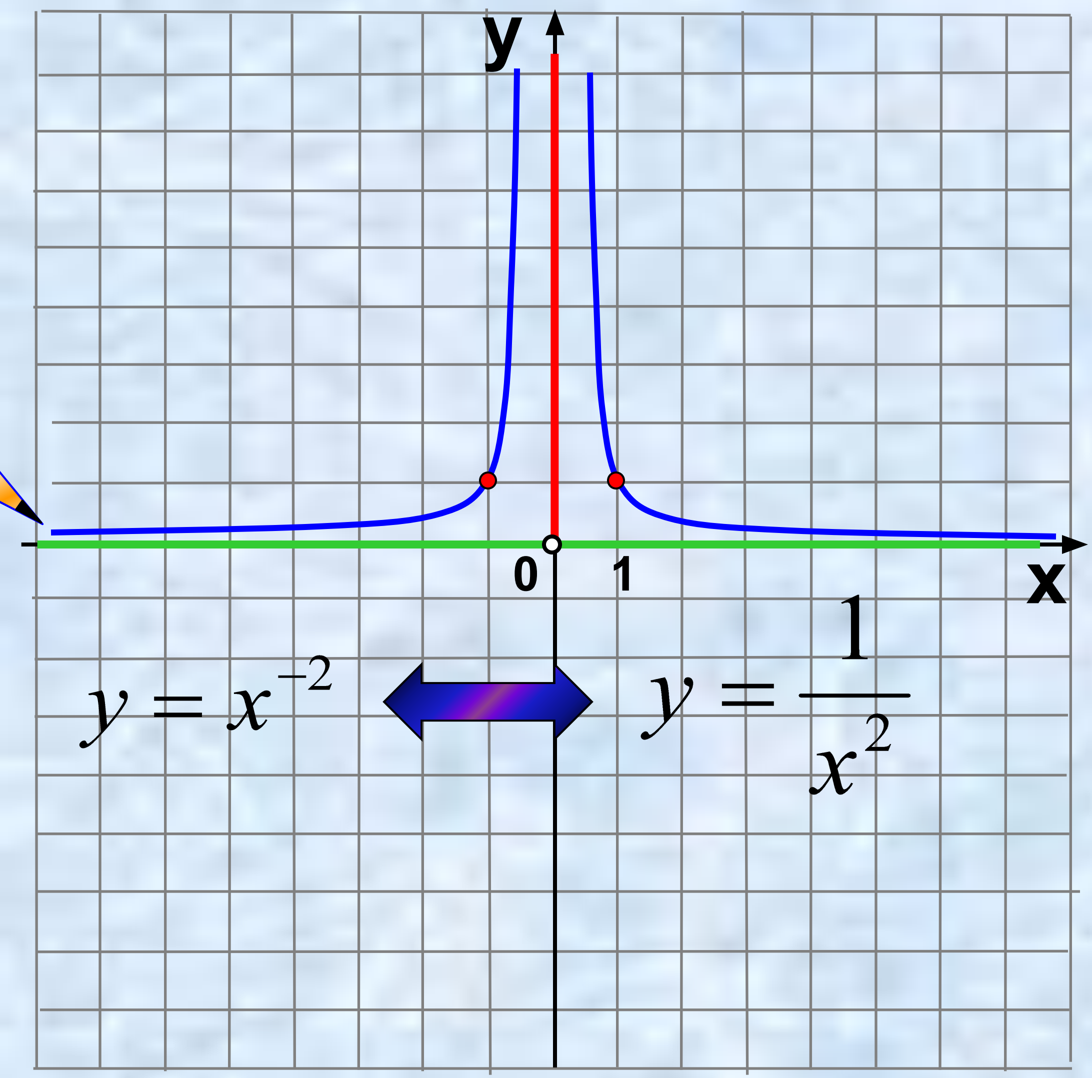
Функция убывает на промежутке $(-\infty;0)$

Функция убывает на промежутке $(0;+\infty)$


y
y = x-1
y = x-3
y = x-5
-1
0
1
2
x

Показатель p = – 2n, где n – натуральное число

$y = x^{-2}$, $y = x^{-4}$, $y = x^{-6}$, $y = x^{-8}$, …



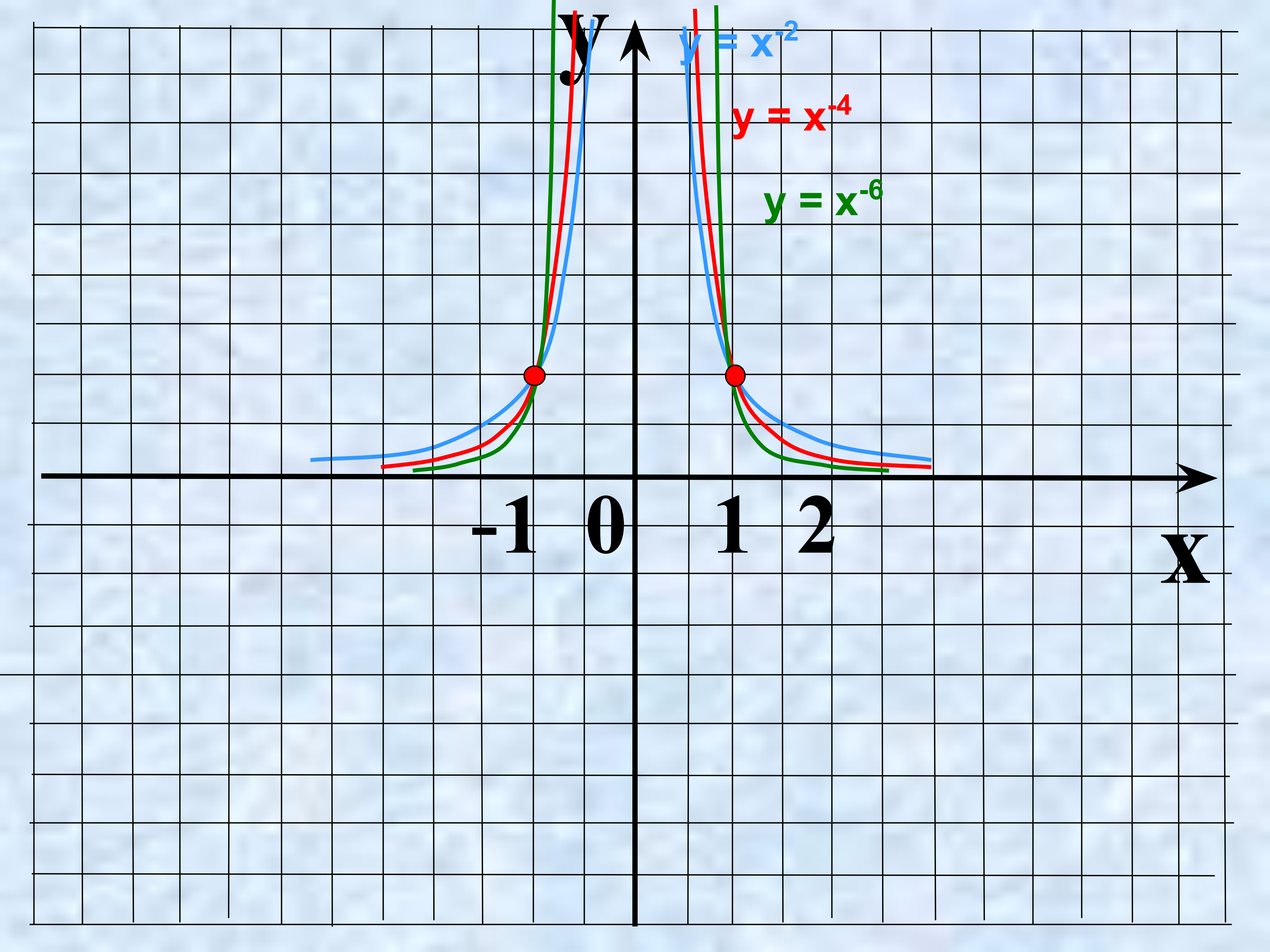
$D(y): x \neq 0$

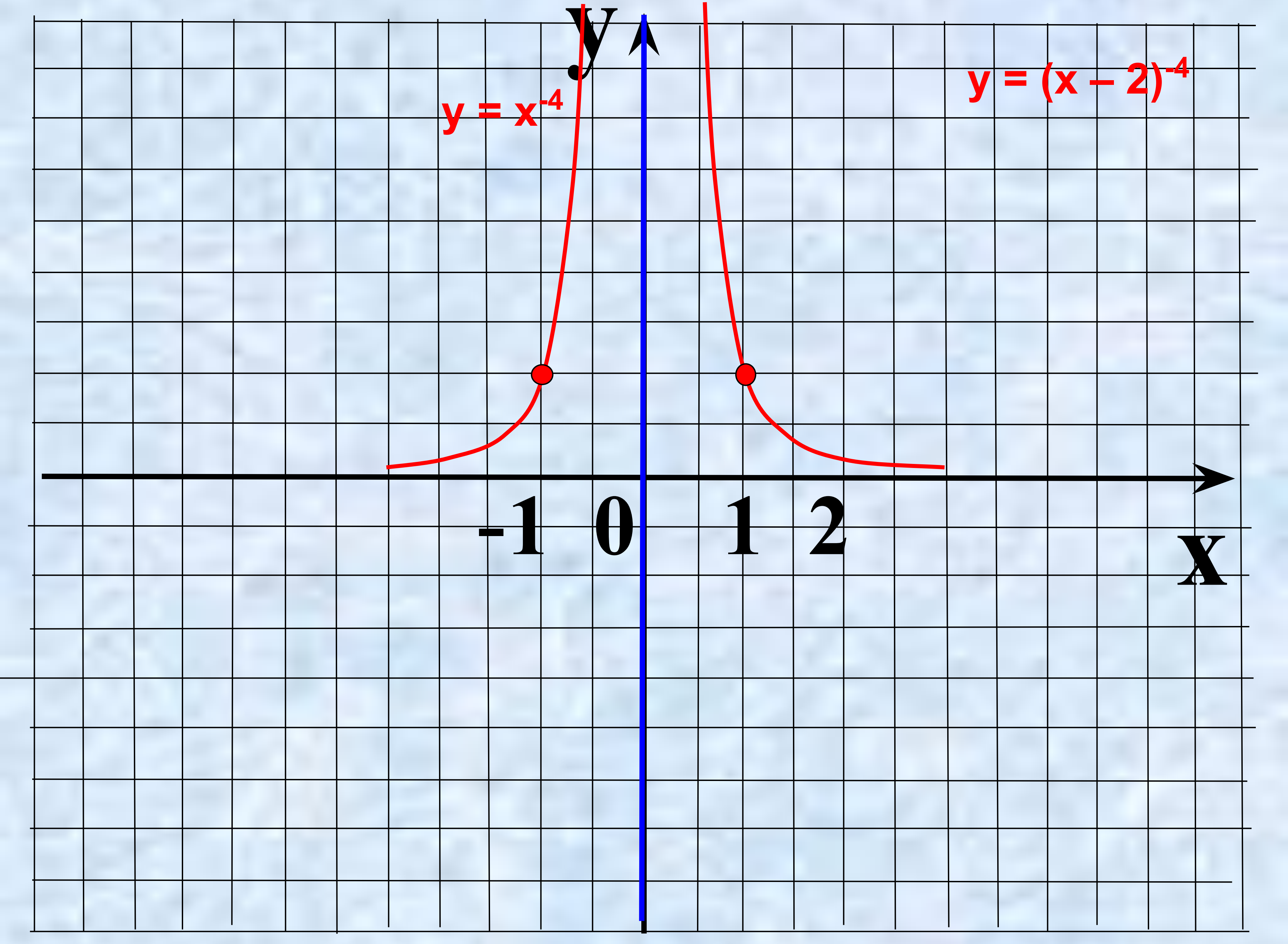
$E(y):\ y > 0$

Функция $y=x^{2n}$ четная, т.к. $(-x)^{-2n} = x^{-2n}$

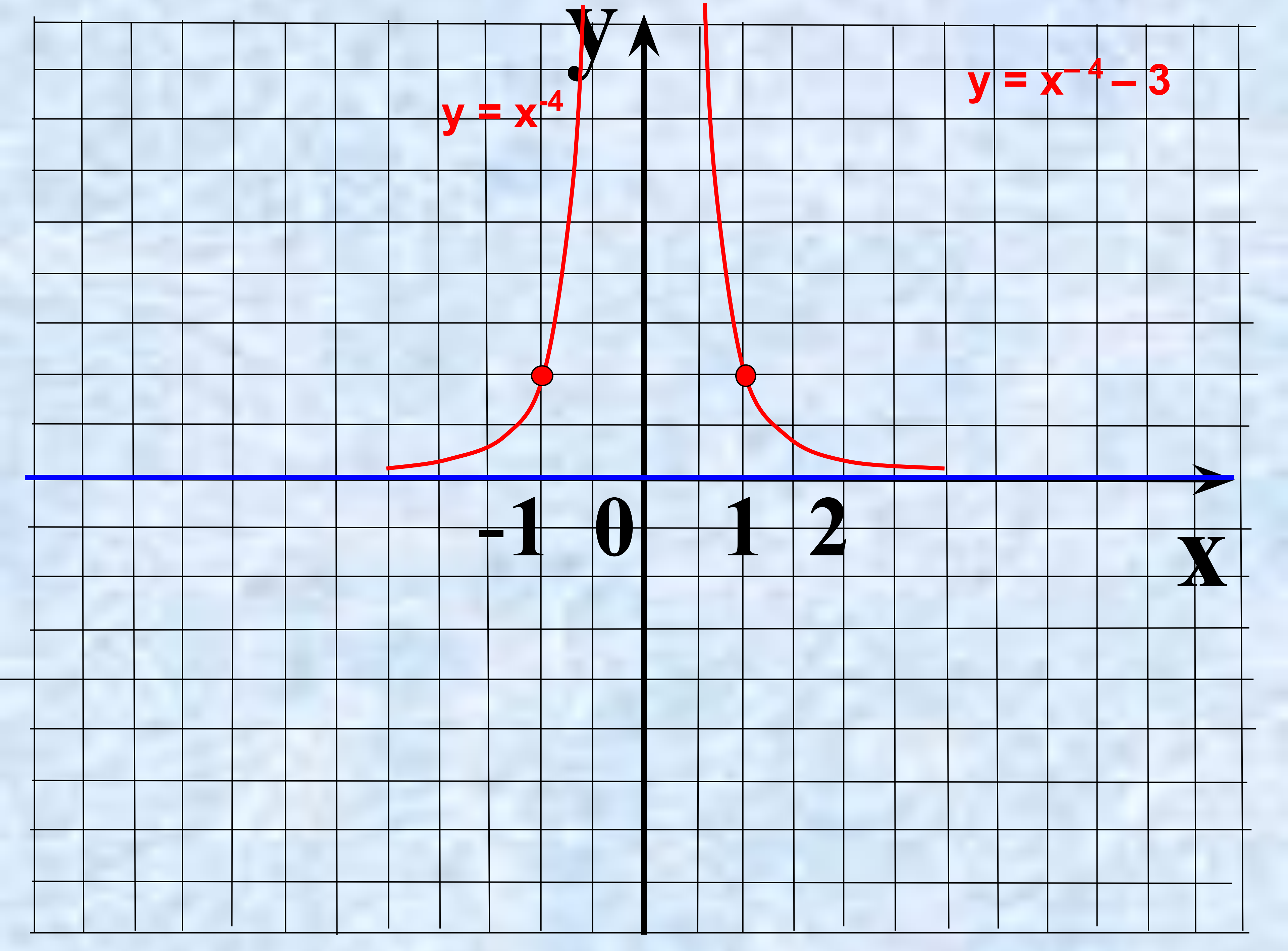
Функция возрастает на промежутке $(-\infty;0)$

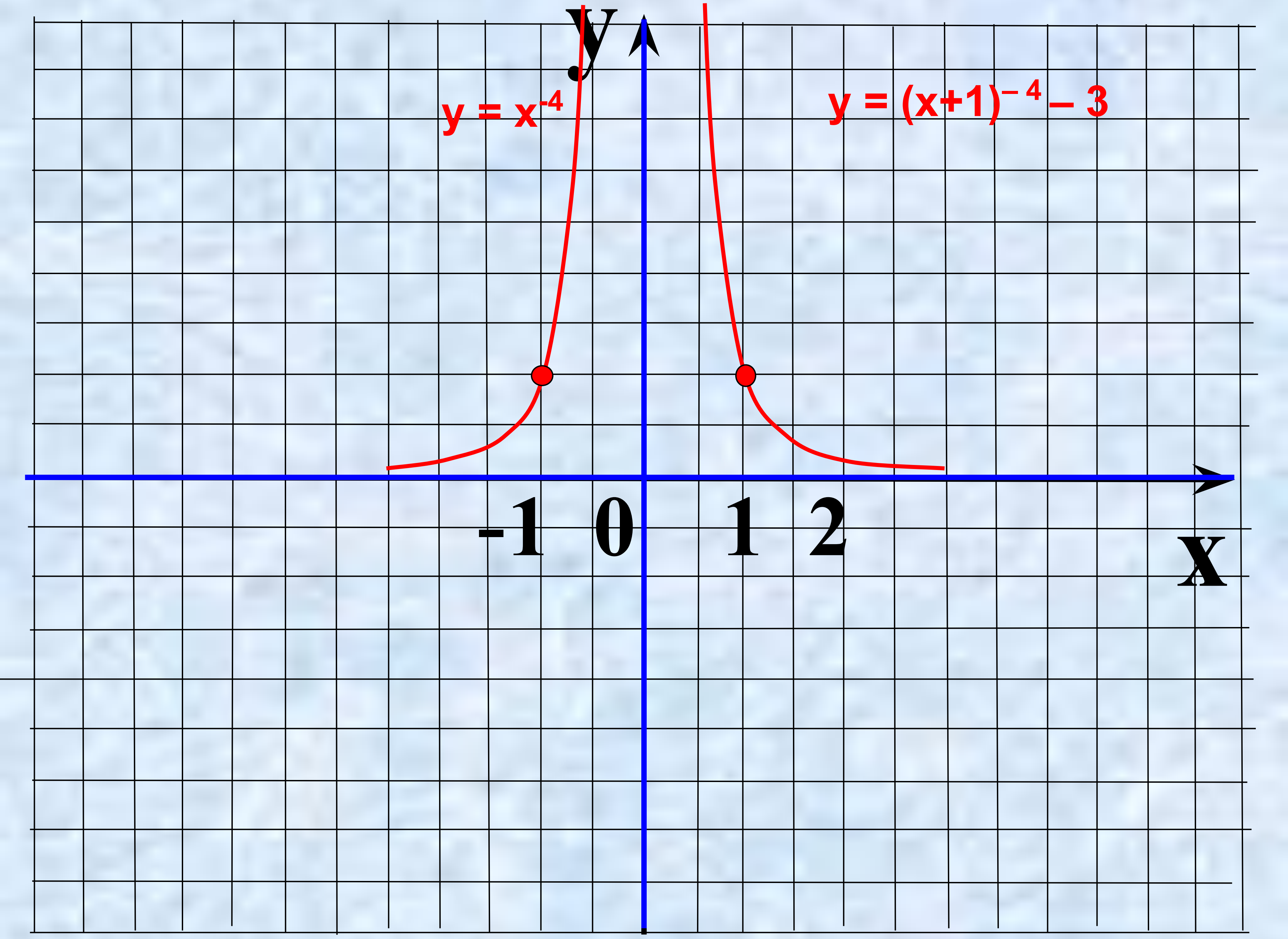
Функция убывает на промежутке $(0;+\infty)$

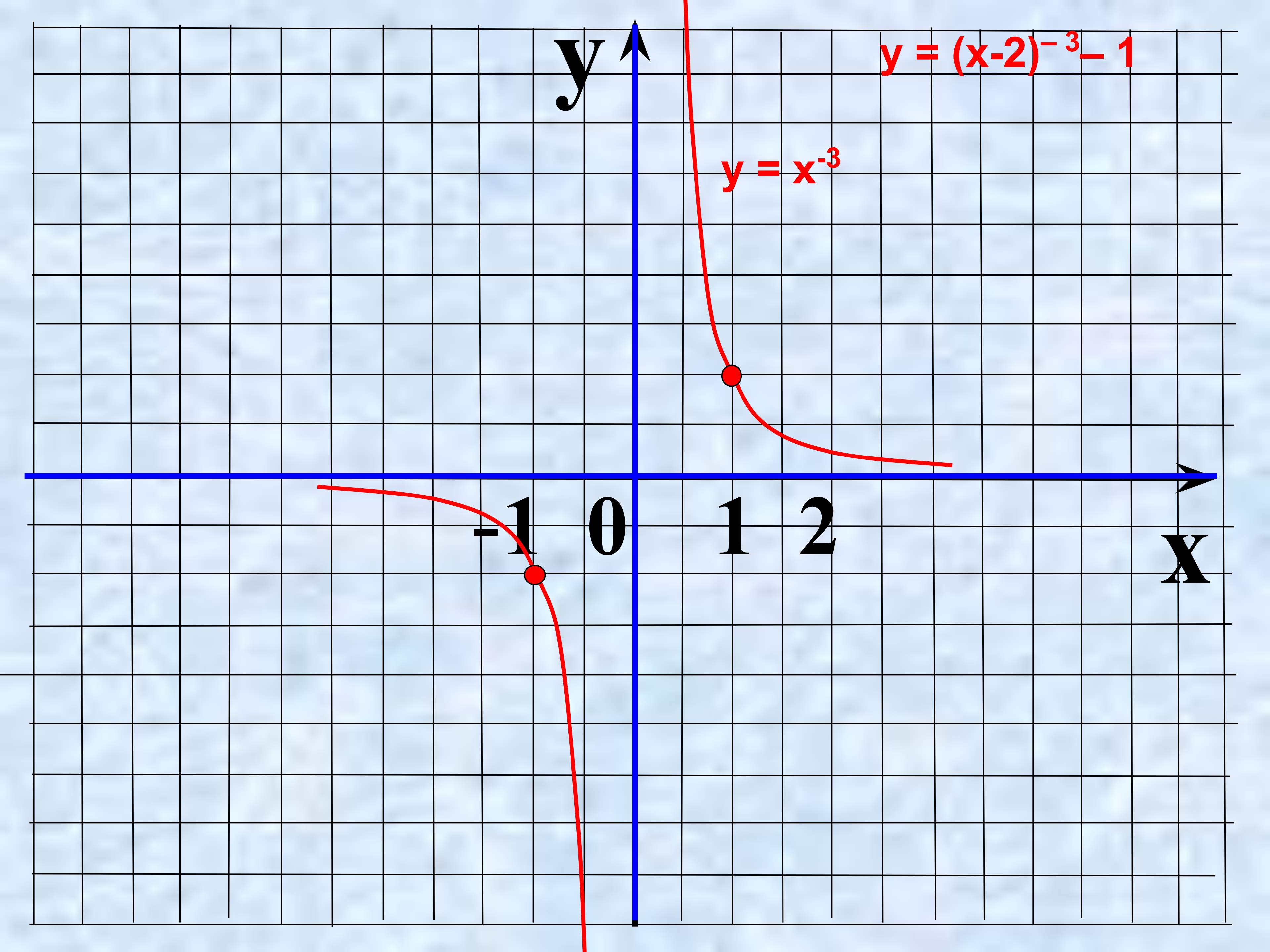

y
y = x^-2
y = x^-4
y = x^-6
-1
0
1
2
x



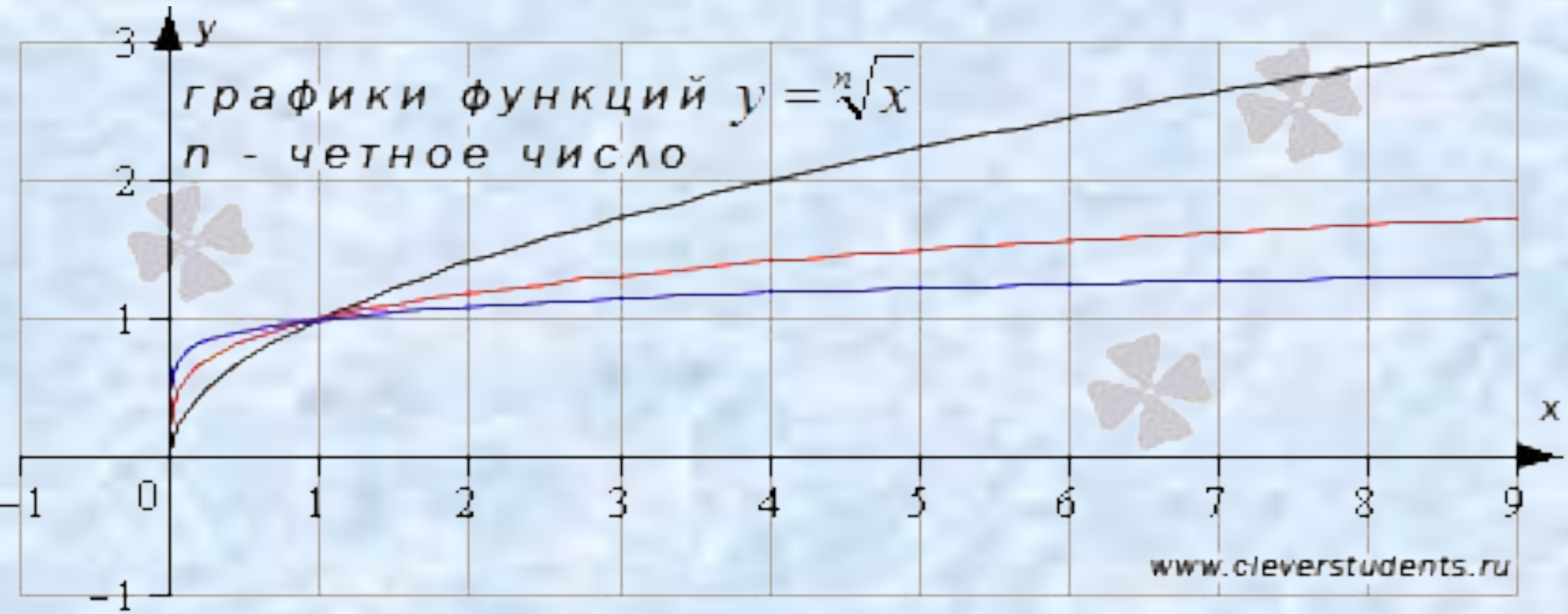
y
y = x-4
y = (x – 2)-4
-1
0
1
2
x


y
y = x-4
y = x– 4 – 3
-1
0
1
2
x


y
y = x^-4
y = (x+1)^– 4 – 3
-1
0
1
2
x


y = (x-2)⁻³– 1
y = x⁻³
y
x
-1
0
1
2

Ф-ции $y = \sqrt{x}$, $y = \sqrt[4]{x}$ и $y = \sqrt[8]{x}$ им соответствует чёрная, красная и синяя линии

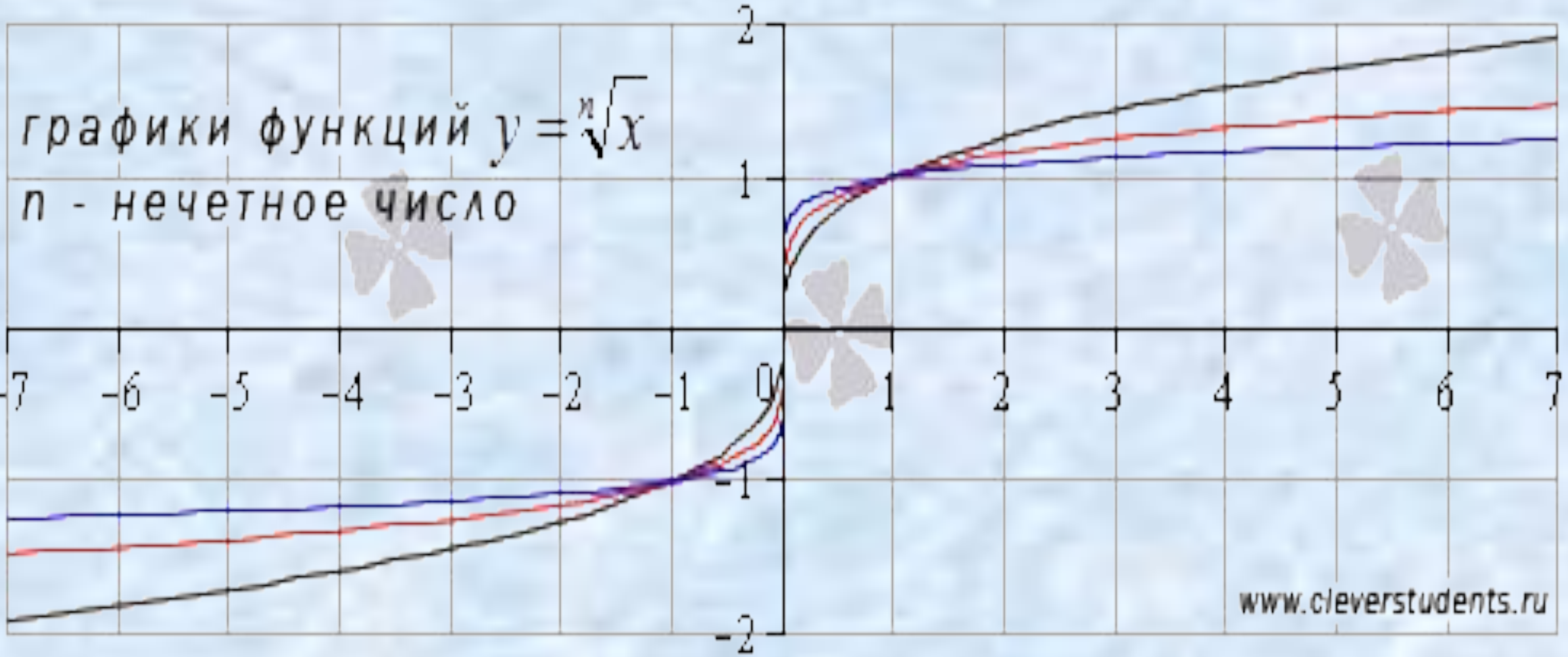


Свойства функции корень *n*-ой степени при четных *n*.

- Область определения: множество всех неотрицательных действительных чисел $\left[0,+\infty\right)$.
- При *x=0* функция $y=\sqrt[n]{x}$ принимает значение, равное нулю.
- Эта функция общего вида (не является четной или нечетной).
- Область значений функции: $\left[0,+\infty\right)$.
- Функция $y=\sqrt[n]{x}$ при четных показателях корня возрастает на всей области определения.
- Эта функция имеет выпуклость, направленную вверх, на всей области определения, точек перегиба нет.
- Асимптот нет.
- График функции корень *n*-ой степени при четных *n* проходит через точки *(0,0)* и*(1,1)*.

$$y=\sqrt[3]{x},\quad y=\sqrt[5]{x}\quad y=\sqrt[9]{x}$$

черная, красная и синяя кривые.



Свойства функции корень *n*-ой степени при нечетных *n*.

- Область определения: множество всех действительных чисел.
- Эта функция нечетная.
- Область значений функции: множество всех действительных чисел.
- Функция $y=\sqrt[n]{x}$ при нечетных показателях корня возрастает на всей области определения.
- Эта функция вогнутая на промежутке $(-\infty, 0]$ и выпуклая на промежутке $[0, +\infty)$, точка с координатами *(0,0)* – точка перегиба.
- Асимптот нет.
- График функции корень *n*-ой степени при нечетных *n* проходит через точки *(-1,-1)*,*(0,0)* и *(1,1)*.