

# Степенная функция её свойства и график

Вы знакомы с функциями  $y=x$ ,  $y=x^2$ ,  $y=x^3$ ,  $y=1/x$  и т. д. Все эти функции являются частными случаями *степенной функции*, т. е. функции  $y = x^p$ , где  $p$  - заданное действительное число.

# Виды степенной функции

1. Показатель  $p=2n$  - четное натуральное число. В этом случае степенная функция  $y = x^{2n}$ , где  $n$  - натуральное число, обладает следующими свойствами:

- область определения - все действительные числа, т. е. множество  $R$  ;
- множество значений - неотрицательные числа, т. е.  $y \geq 0$ ;
- функция  $y=x^{2n}$  четная, так как  $(-x)^{2n} = x^{2n}$  ;
- функция является убывающей на промежутке  $x \geq 0$  и возрастающей на промежутке  $x \leq 0$ .

График функции  $y = x^p$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y = x^4$  (рис. 1).

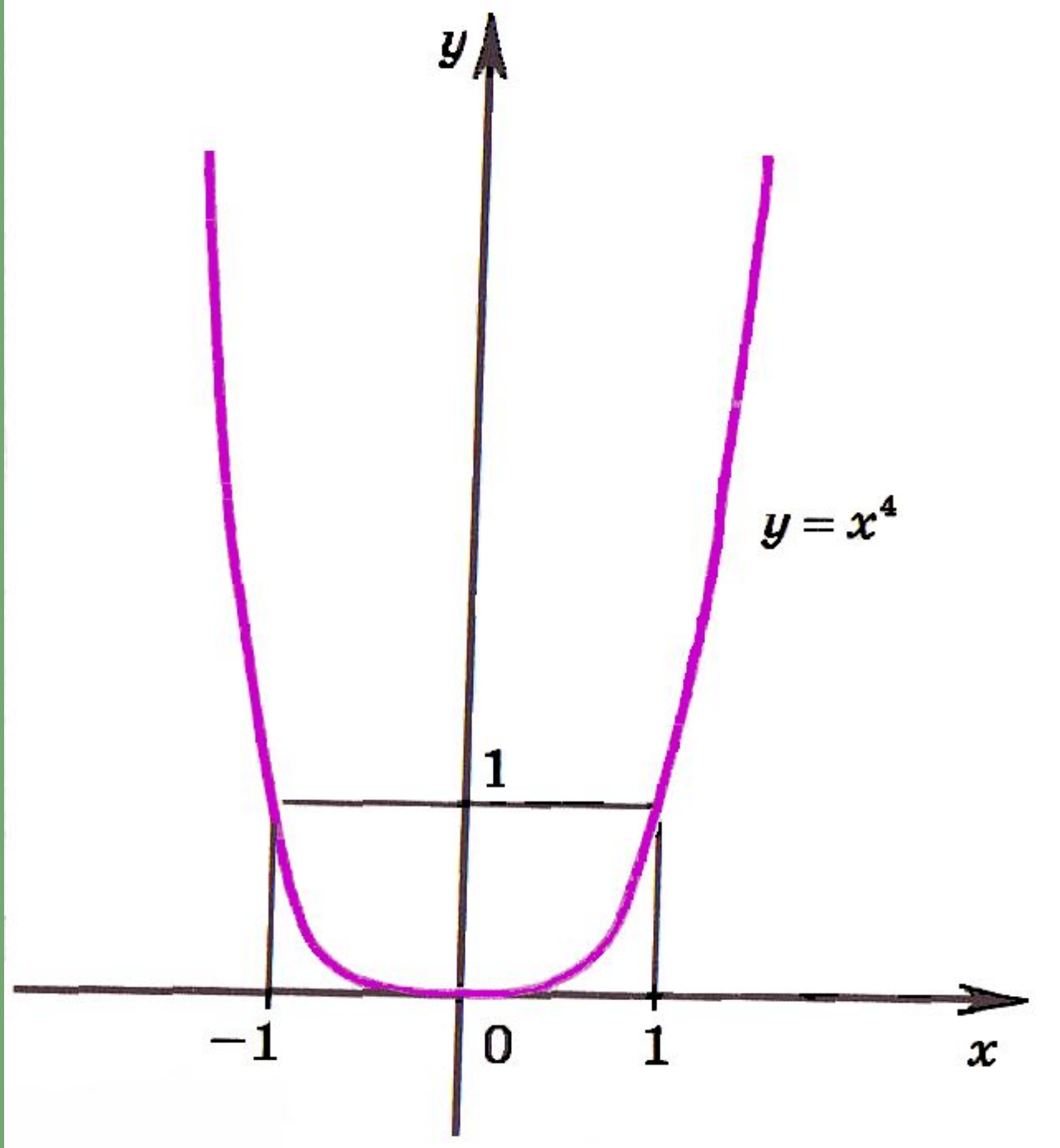


Рис. 1

2. Показатель  $p=2n-1$  - нечетное натуральное число.

В этом случае степенная функция  $y=x^{2n-1}$ , где  $2n-1$  - натуральное число, обладает следующими свойствами:

- область определения - множество  $R$ ;

- множество значений - множество  $R$ ;

- Функция  $y=x^{2n-1}$  нечетная, так как  $(-x)^{2n-1}=-x^{2n-1}$ ;

- функция является возрастающей на всей действительной оси.

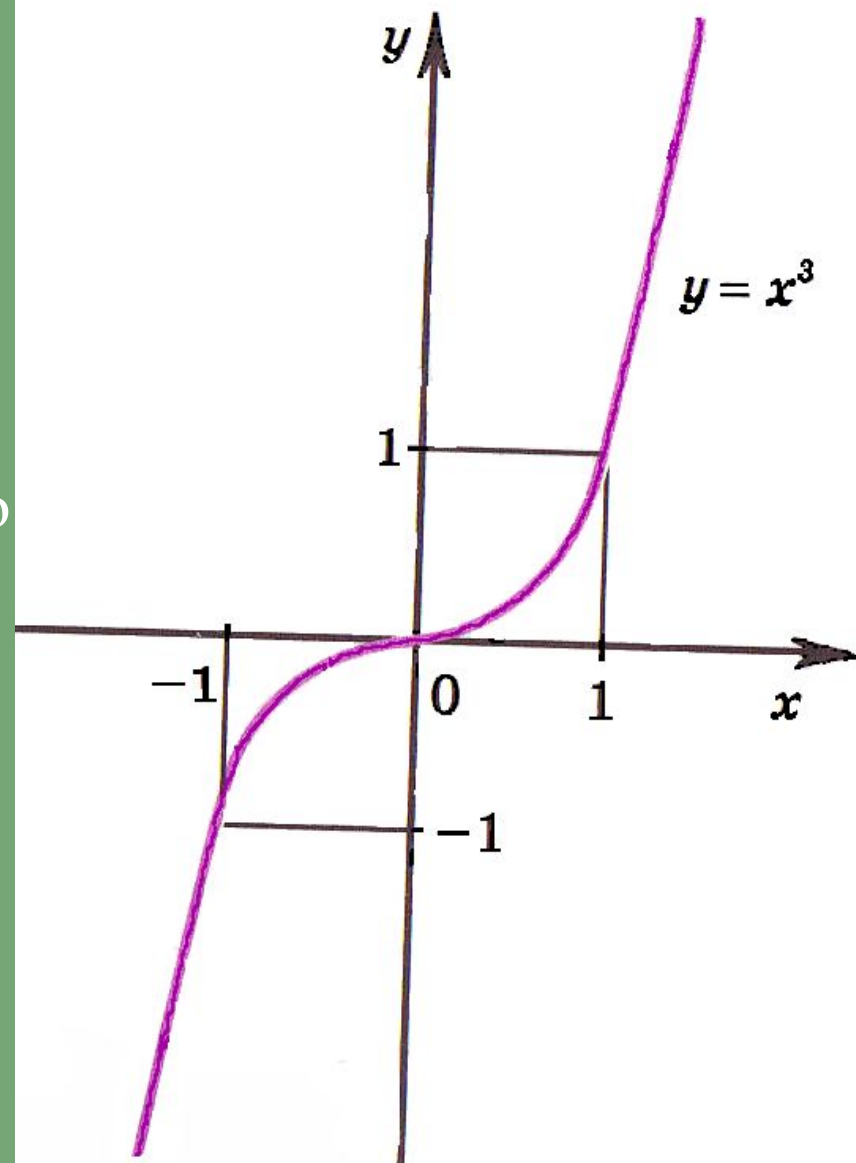


Рис.2

График функции  $y=x^{2n-1}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y=x^3$  (рис. 2)

3. Показатель  $p = -2n$ , где  $n$  - натуральное число.

В этом случае степенная функция  $y=x^{2n}$  обладает следующими свойствами:

- область определения - множество  $\mathbb{R}$ , кроме  $x=0$ ;
- множество значений - положительные числа  $y>0$ ;
- Функция  $y=x^{2n}$  - четная, так как  $(-x)^{2n}=x^{2n}$ ;
- функция является возрастающей на промежутке  $x<0$  и убывающей на промежутке  $x>0$ .

График функции  $y=x^{2n}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y=x^{-2}$  (рис.3).

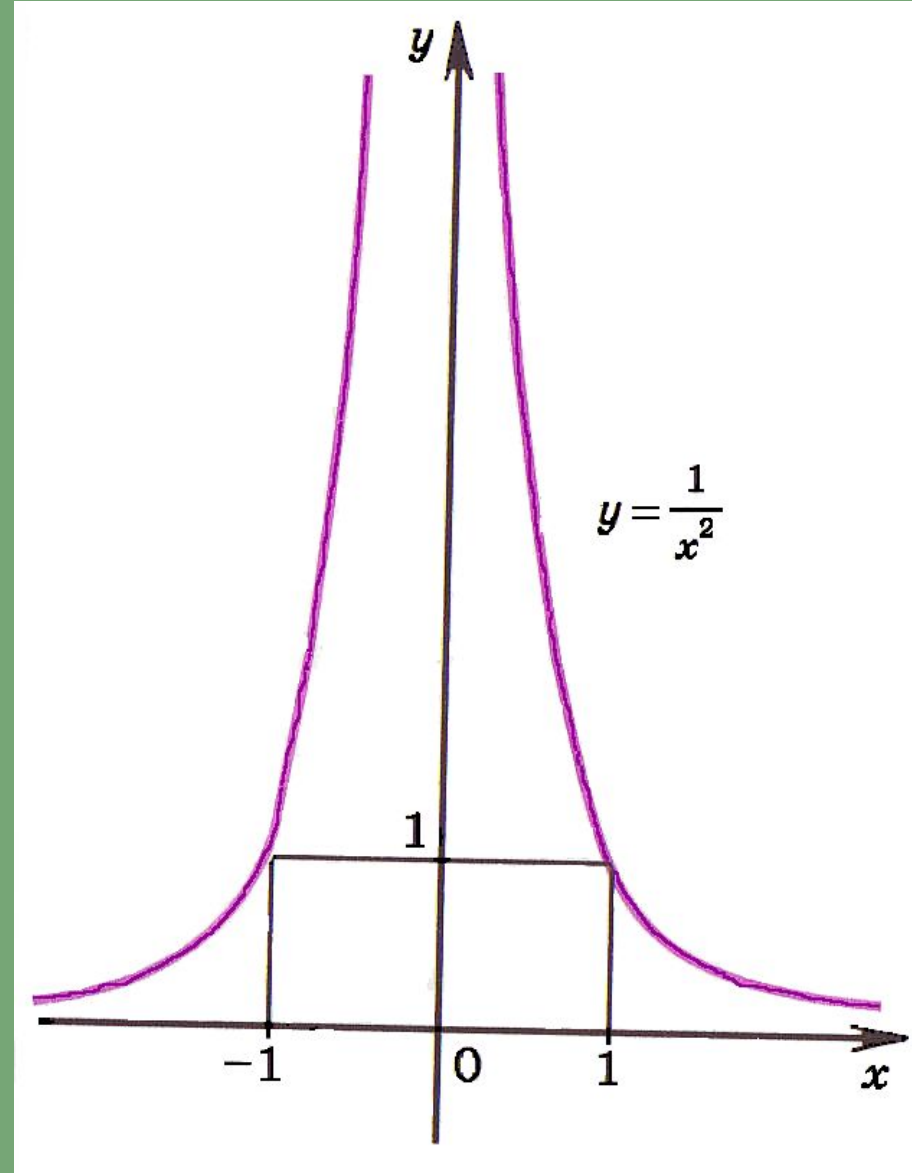


Рис.3

4. Показатель  $p = -(2n - 1)$ ,  
где  $n$  - натуральное число.

В этом случае степенная функция  $y=x^{-(2n-1)}$  обладает следующими свойствами:

- область определения - множество  $\mathbb{R}$ , кроме  $x=0$ ;
- множество значений - множество  $\mathbb{R}$ , кроме  $y=0$ ;
- функция нечетная, так как  $(-x)^{-(2n-1)} = x^{-(2n-1)}$ ;
- функция является убывающей на промежутках  $x<0$  и  $x>0$ .

График функции  $y=x^{-(2n-1)}$  имеет такой же вид, как, например, график функции  $y=x^{-3}$  (рис. 4).

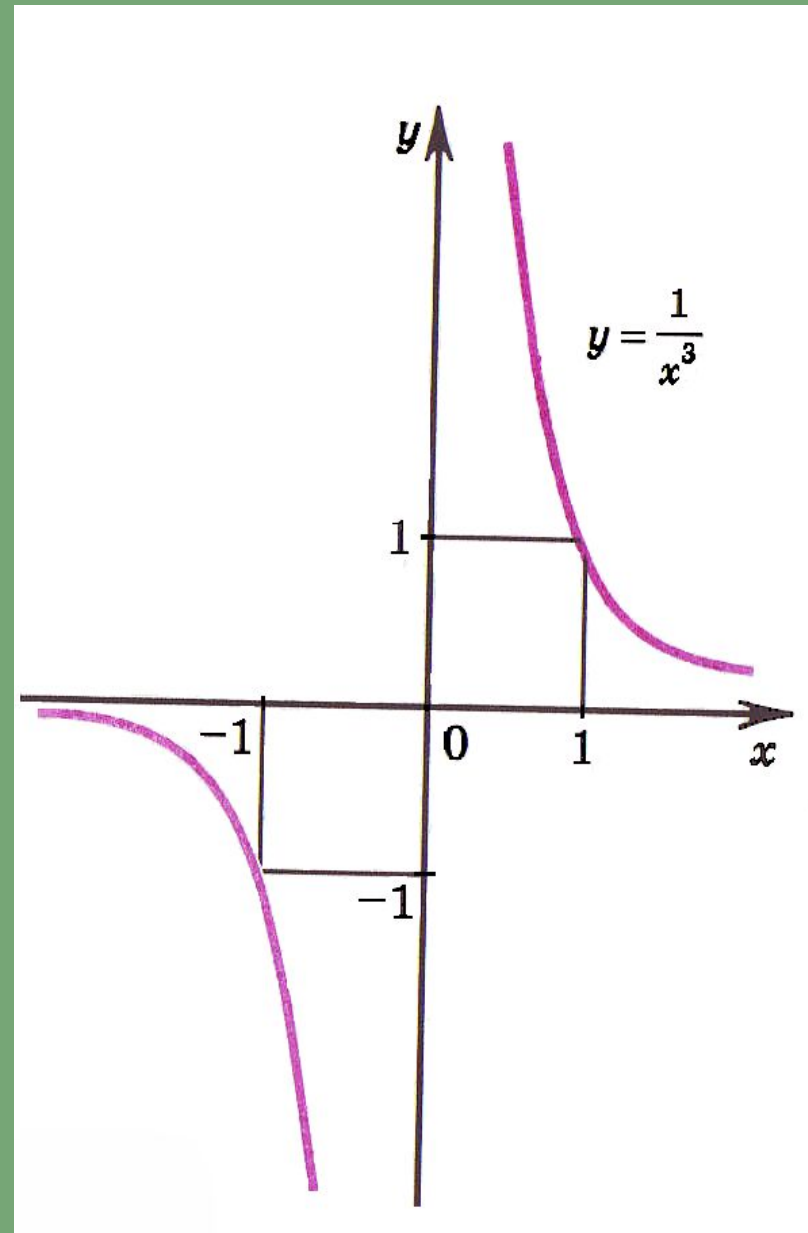


Рис.4

## 5. Показатель $p$ - положительное действительное нецелое число.

В этом случае функция  $y=x^p$  обладает следующими свойствами:

- ▣ область определения - неотрицательные числа  $x$ ;
- ▣ множество значений - неотрицательные числа  $y$ ;
- ▣ функция является возрастающей на промежутке  $(x; \infty)$ .

График функции  $y=x^p$ , где  $p$  - положительное нецелое число, имеет такой же вид, как, например, график функции  $y=x$  (при  $0 < p < 1$ ) или как, например, график функции  $y=x$  (при  $p > 1$ ) (рис.5 а, б)



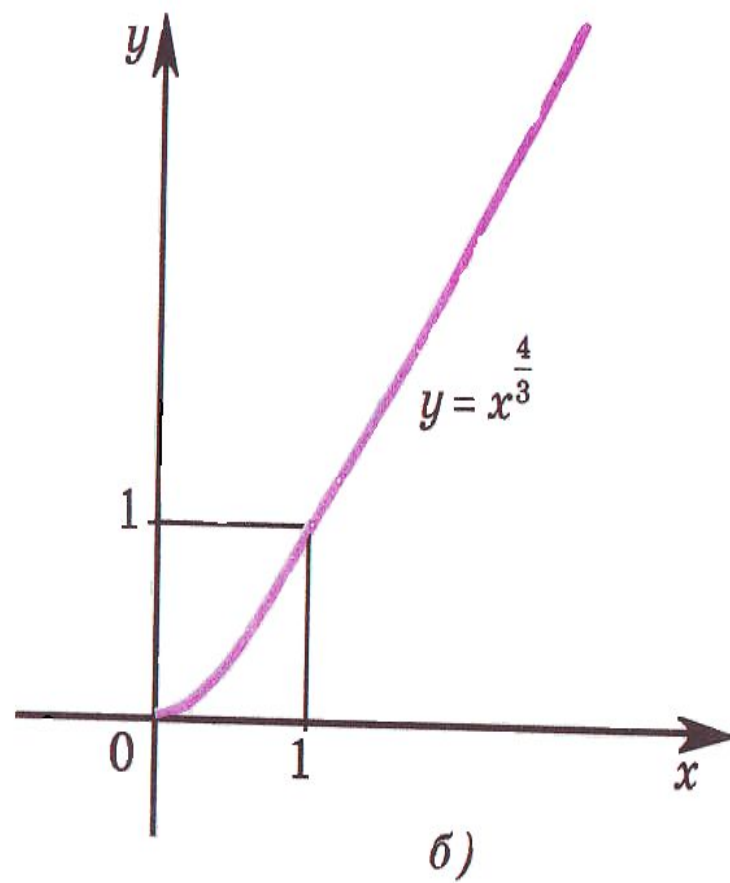
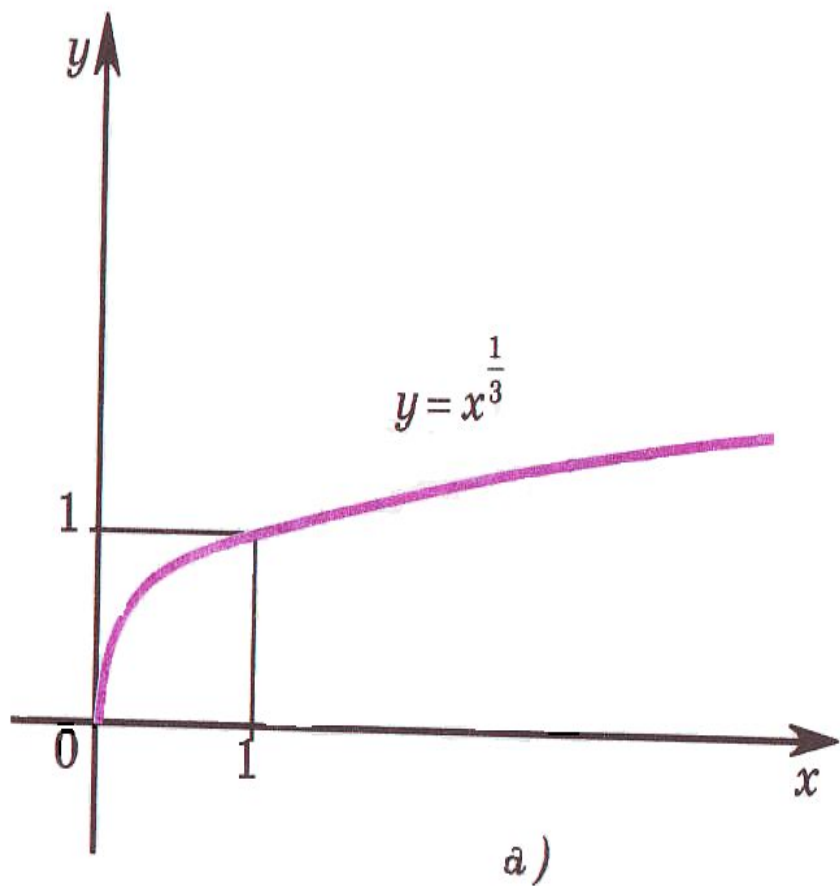


Рис.5