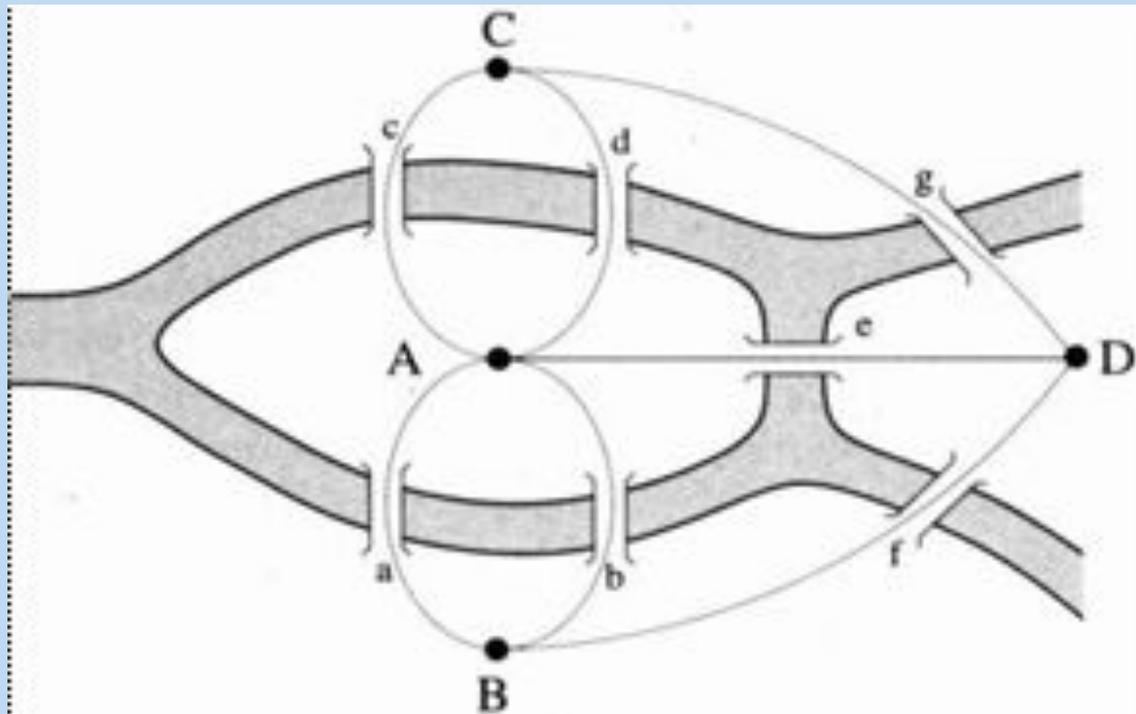


Стратегия игры. Решение задач методом «ГРАФЫ»



Мастер-класс учителя информатики Гавриленковой Натальи Альбертовны

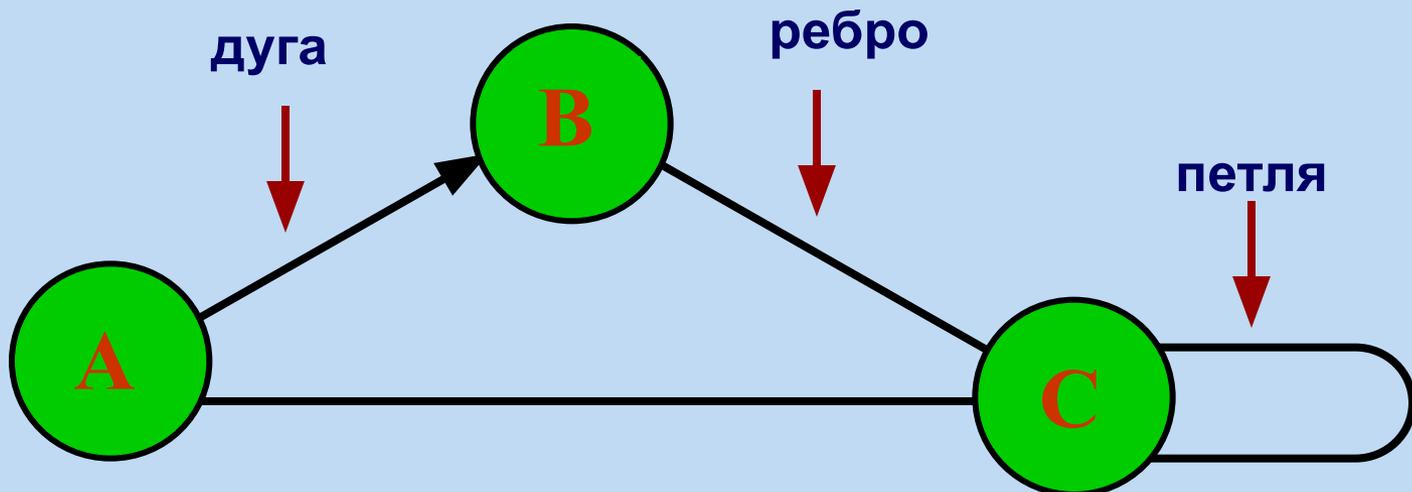
Состав графа

Граф состоит из **вершин**, связанных линиями.

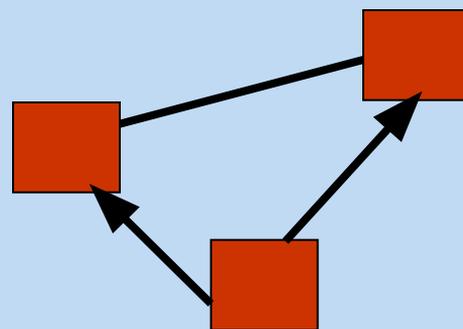
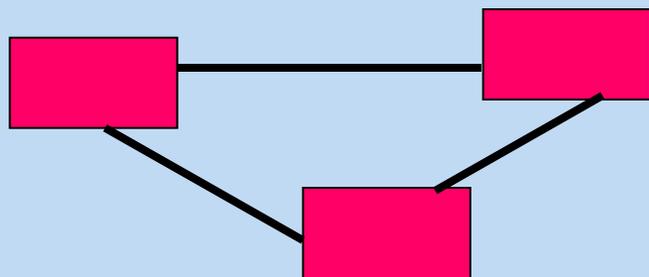
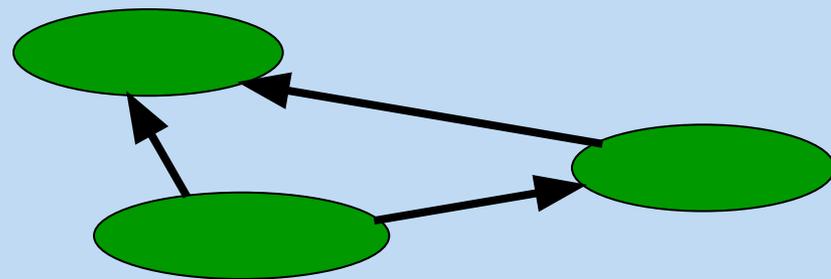
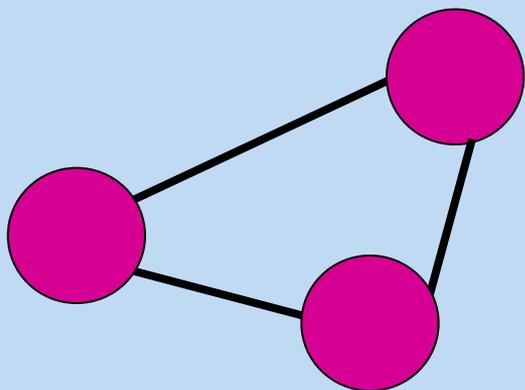
Направленная линия (со стрелкой) называется **дугой**.

Линия ненаправленная (без стрелки) называется **ребром**.

Линия, выходящая из некоторой вершины и входящая в неё же, называется **петлей**.

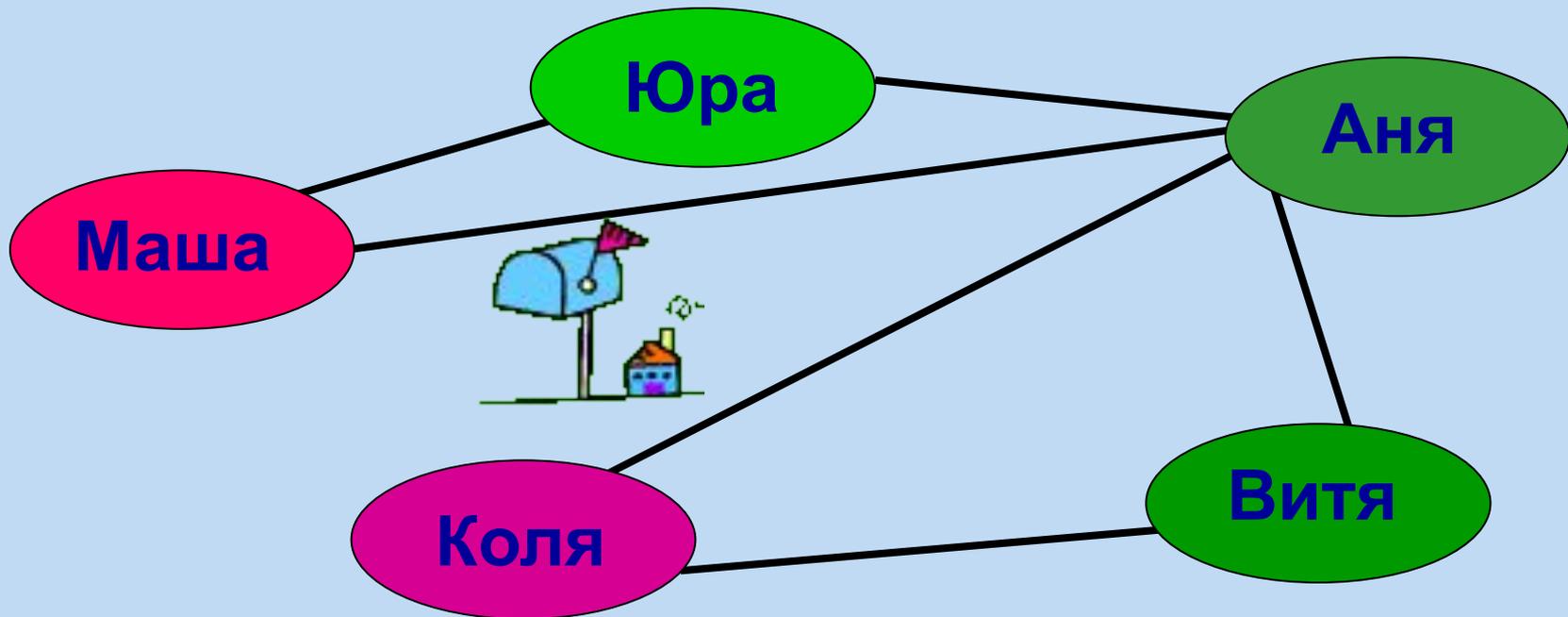


Изображение вершин



Неориентированный граф -

граф, вершины которого соединены ребрами. С помощью таких графов могут быть представлены схемы двухсторонних (симметричных) отношений.

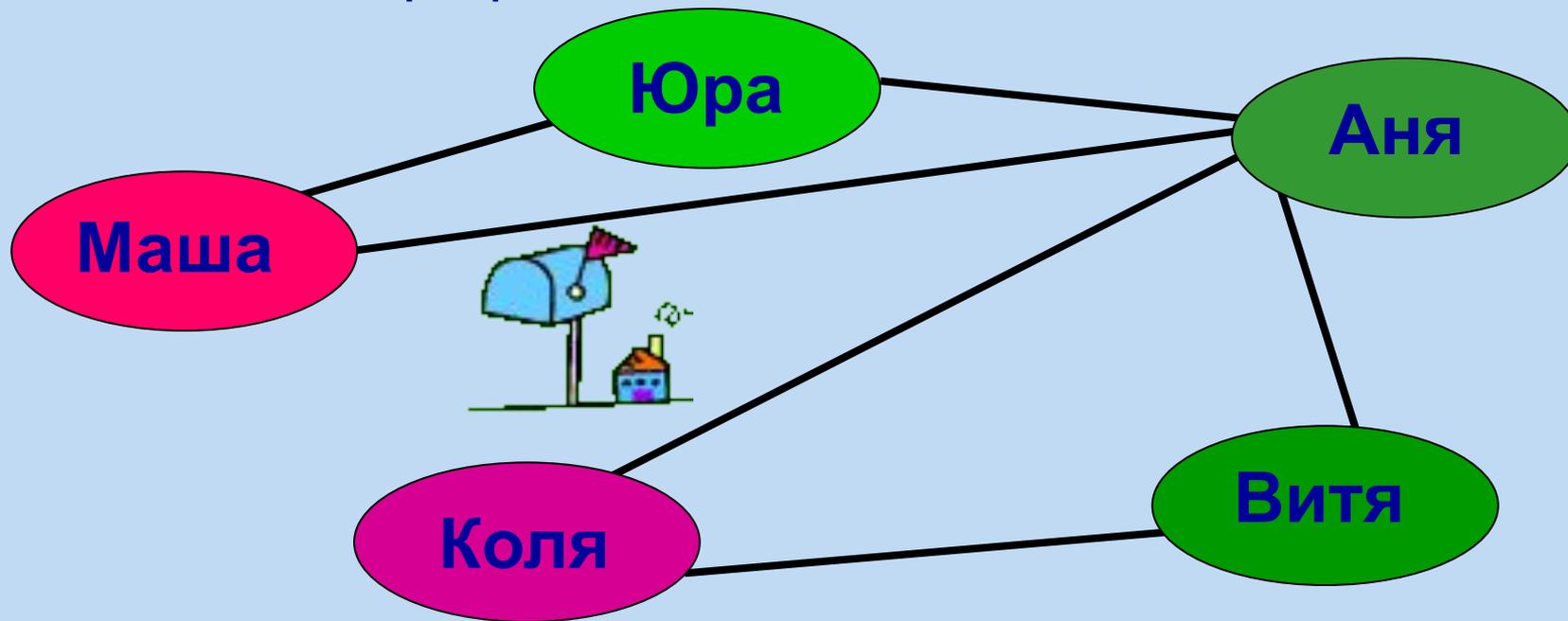


Граф, отражающий отношение «переписываются»
между объектами класса «дети»

Граф отношения «переписываются»

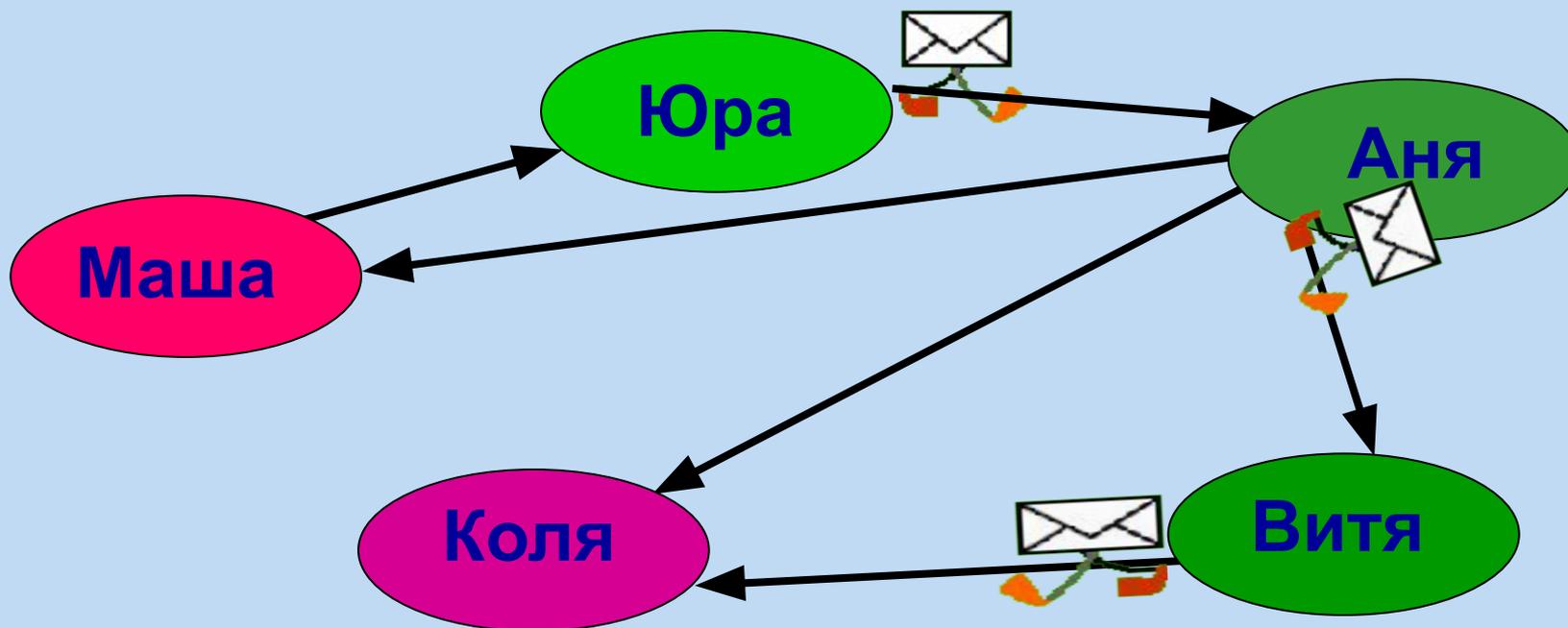
Цепь – путь по вершинам и ребрам, включающий любое ребро графа не более одного раза.

Цикл – цепь, начальная и конечная вершины которой совпадают. Граф с циклом называют **сетью**.



Ориентированный граф -

граф, вершины которого соединены дугами. С помощью таких графов могут быть представлены схемы односторонних отношений.



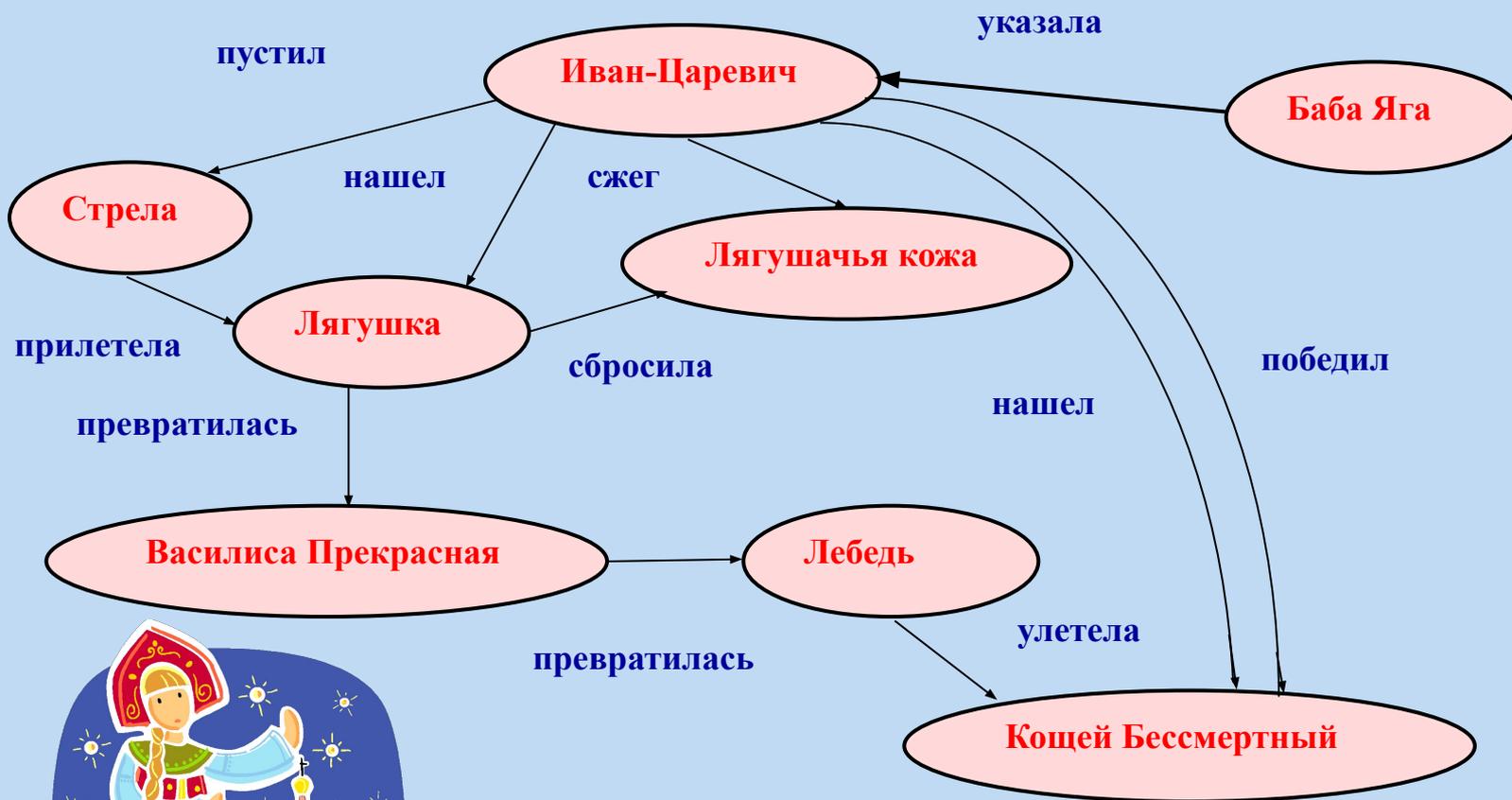
Граф, отражающий отношение «пишет письма».

Взвешенный граф -

граф, у которого вершины или рёбра (дуги) несут дополнительную информацию (вес).

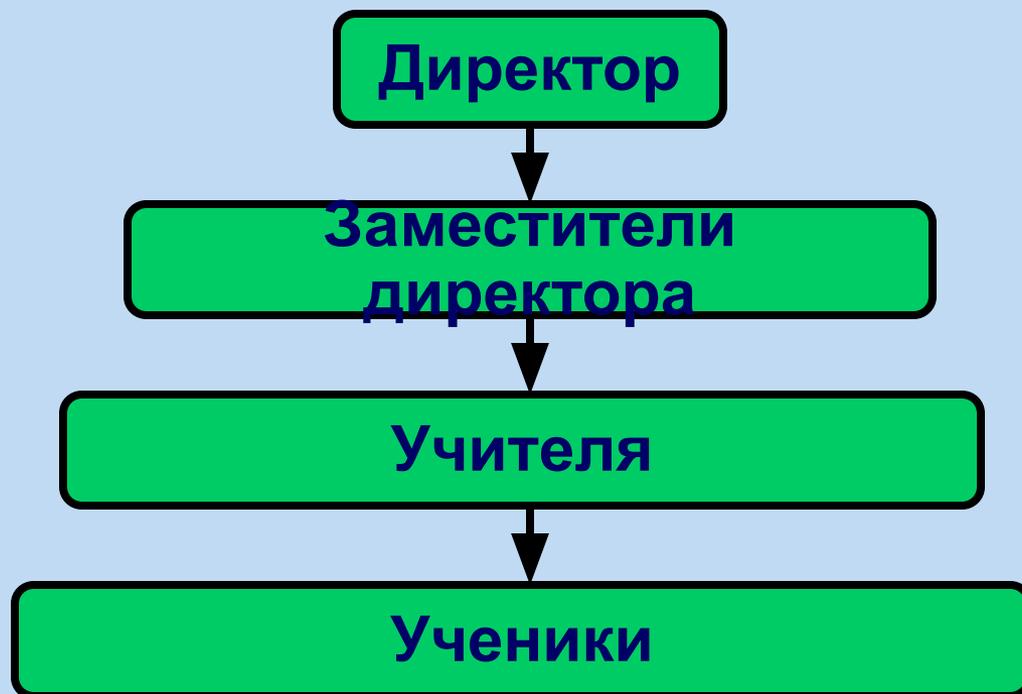


Семантическая сеть



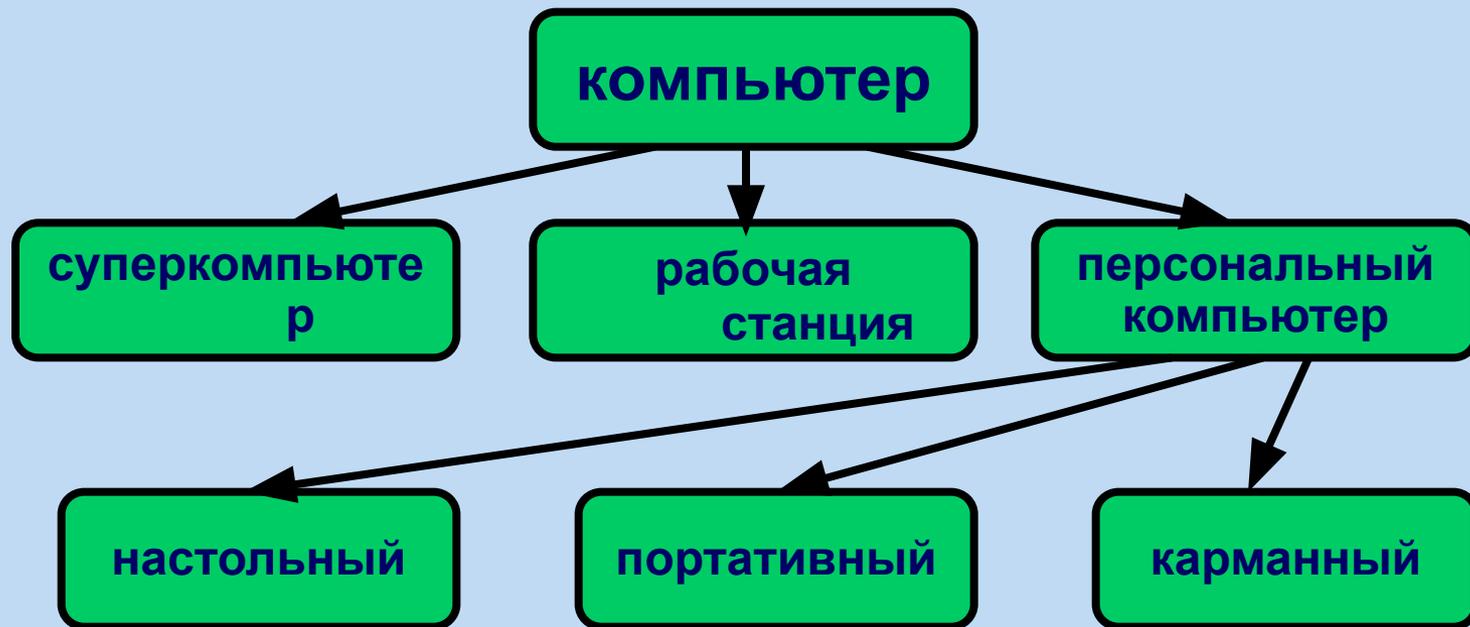
Иерархия -

это расположение частей или элементов целого в порядке от высшего к низшему.



Отношения подчиненности в школе

Дерево – граф иерархической структуры. Между любыми двумя его вершинами существует единственный путь. Дерево не содержит циклов и петель.



Классификация компьютеров

Корень – главная вершина дерева.

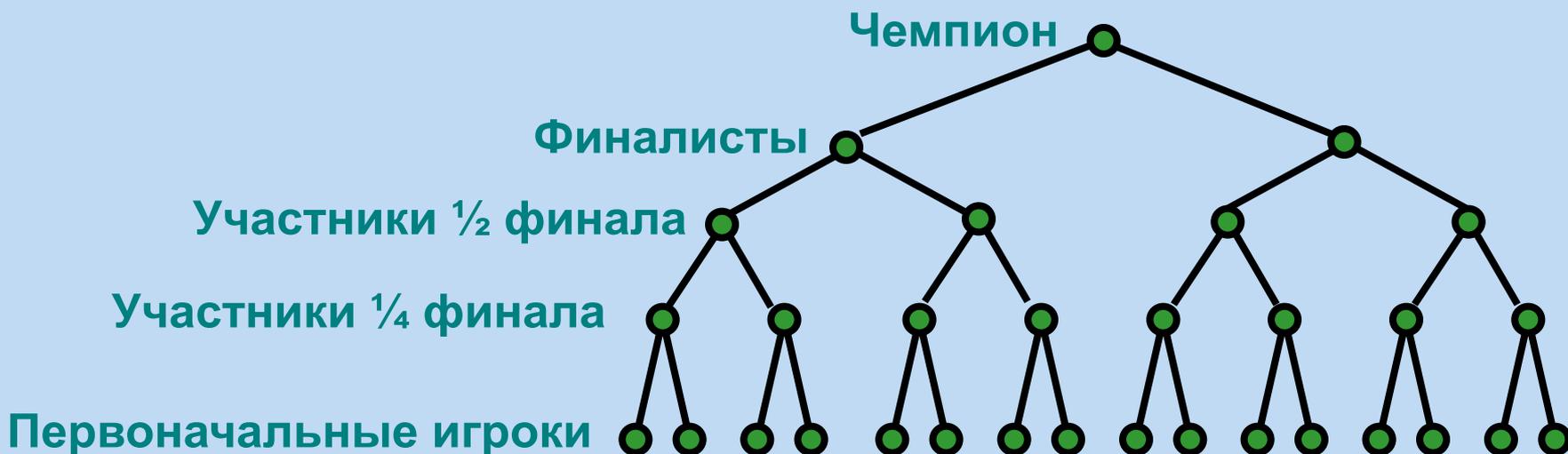
Предок – объект верхнего уровня.

Потомок – объект нижнего уровня.

Листья – вершины, не имеющие потомков.

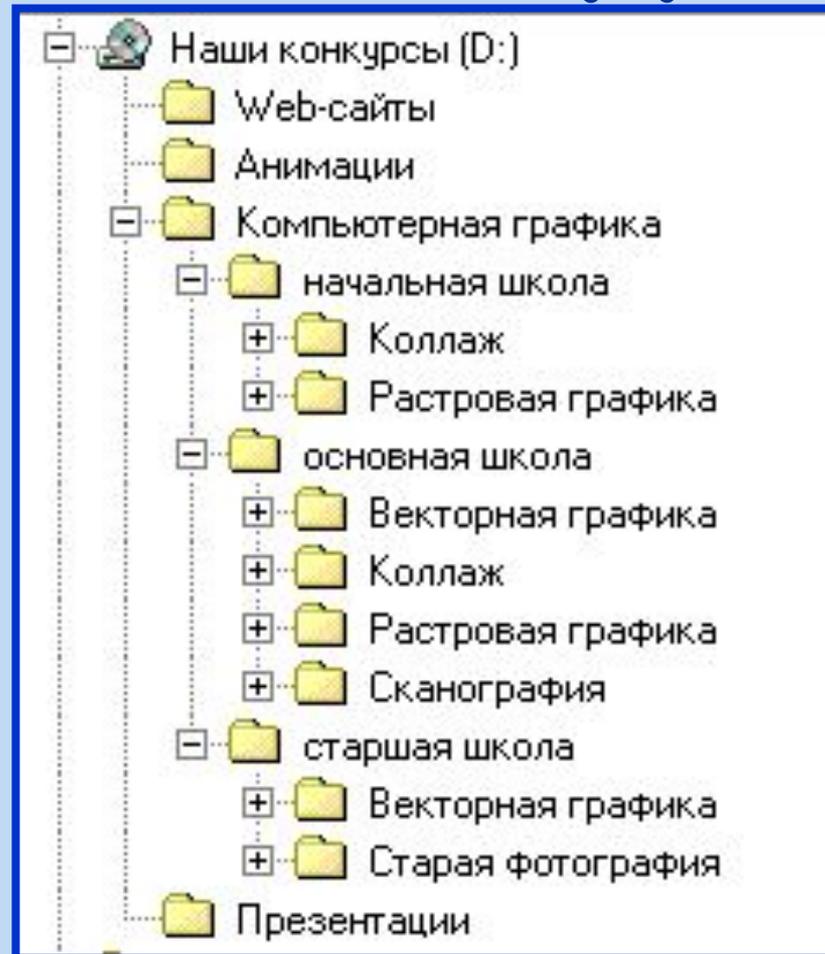


Укажите перечисленные объекты у дерева



Олимпийская система спортивных соревнований

Файловая структура



Укажите корневую вершину, объекты 1-го, 2-го и 3-го уровней

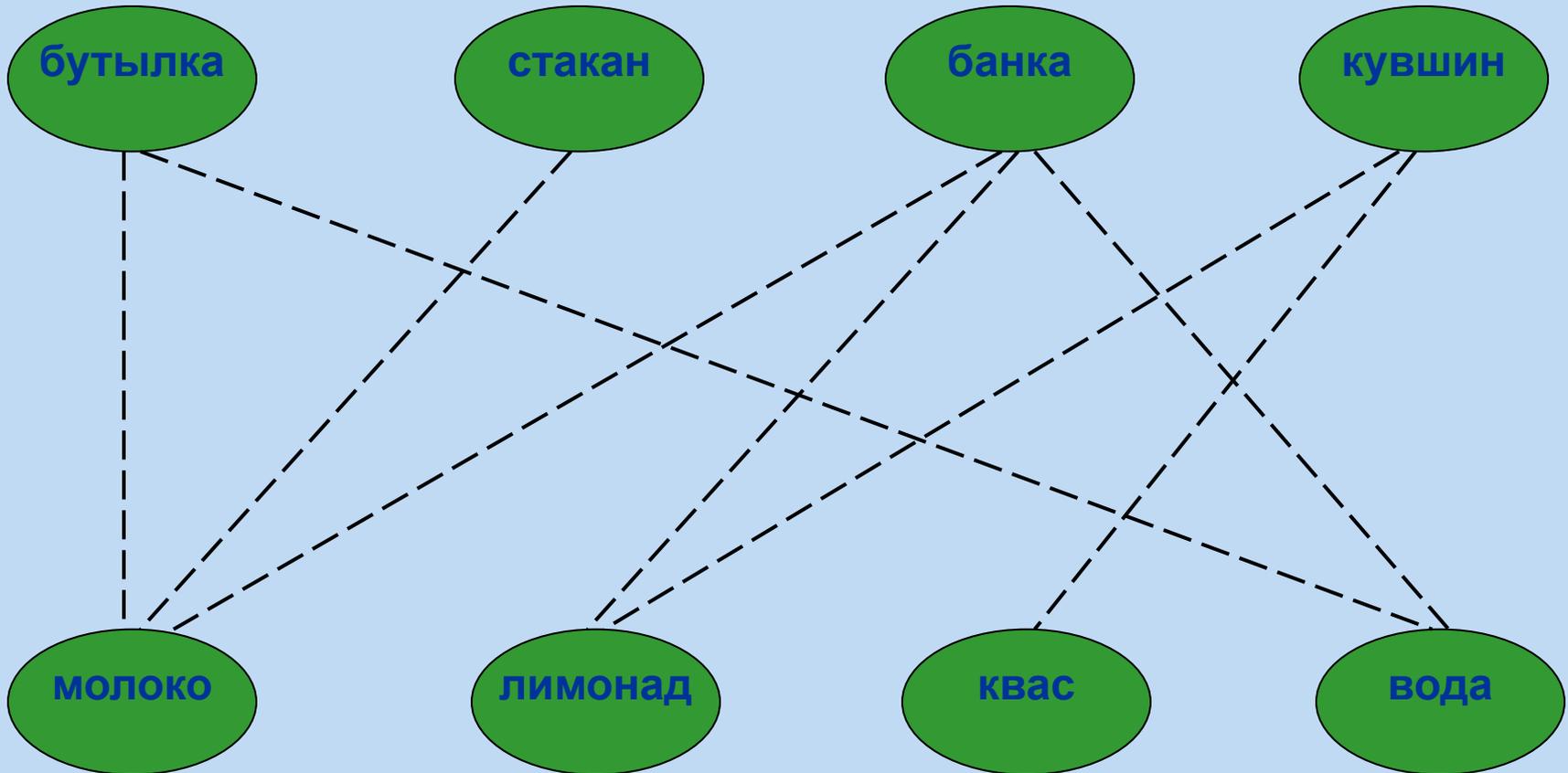
Задача:

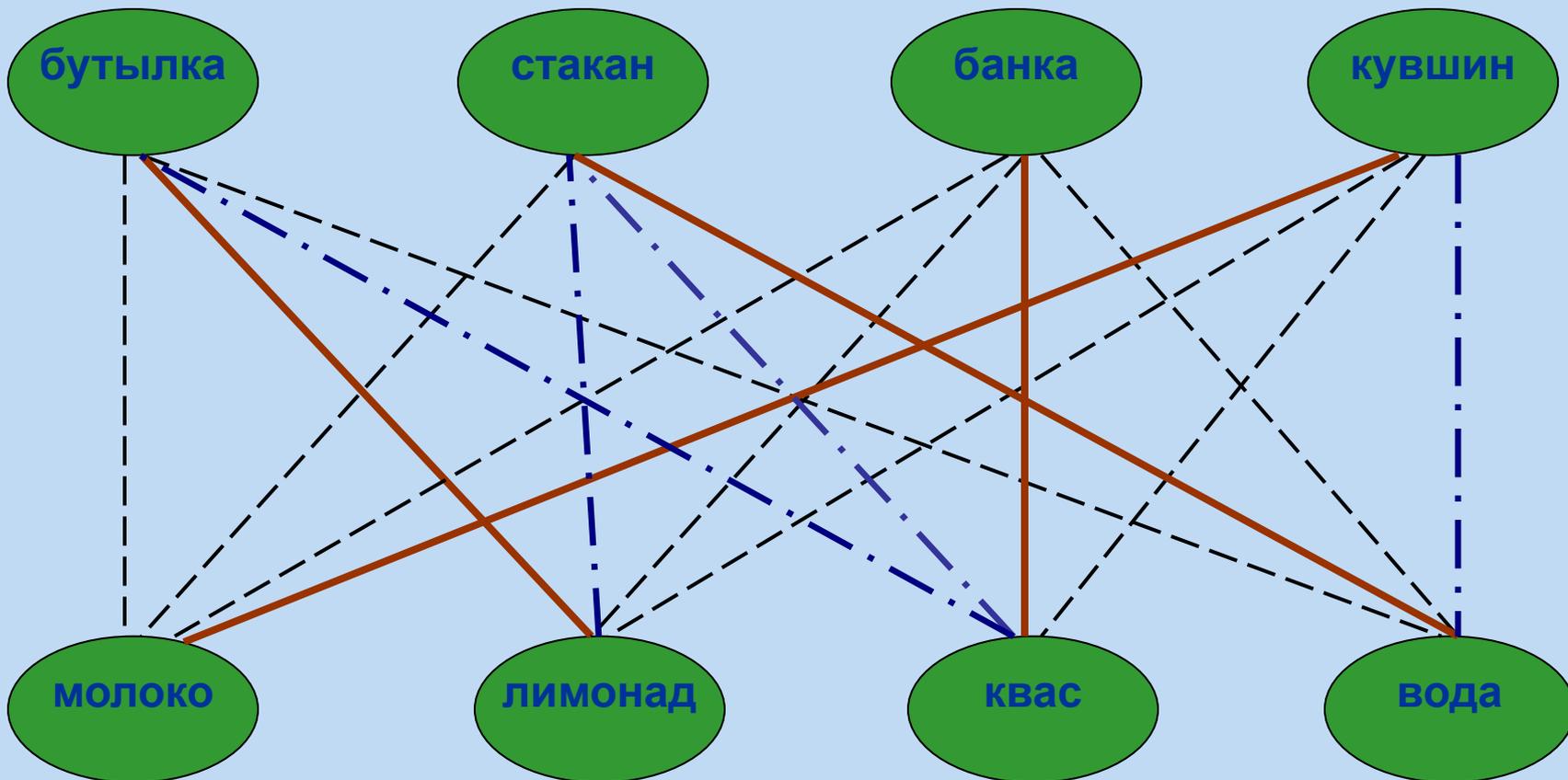
В бутылке, стакане, кувшине и банке находятся молоко, лимонад, квас и вода. Известно, что вода и молоко не в бутылке, сосуд с лимонадом стоит между кувшином и сосудом с квасом, в банке – не лимонад и не вода. Стакан стоит около банки и сосуда с молоком. Куда налита каждая жидкость?

	Молоко	Лимонад	Квас	Вода
Бутылка	—	+	—	—
Стакан	—	—	—	+
Кувшин	+	—	—	—
Банка	—	—	+	—

Ответ: в кувшине-молоко, в банке-квас, в стакане-вода, в бутылке-лимонад.

Соединим пунктирными ребрами те вершины, которые не могут быть связаны друг с другом.

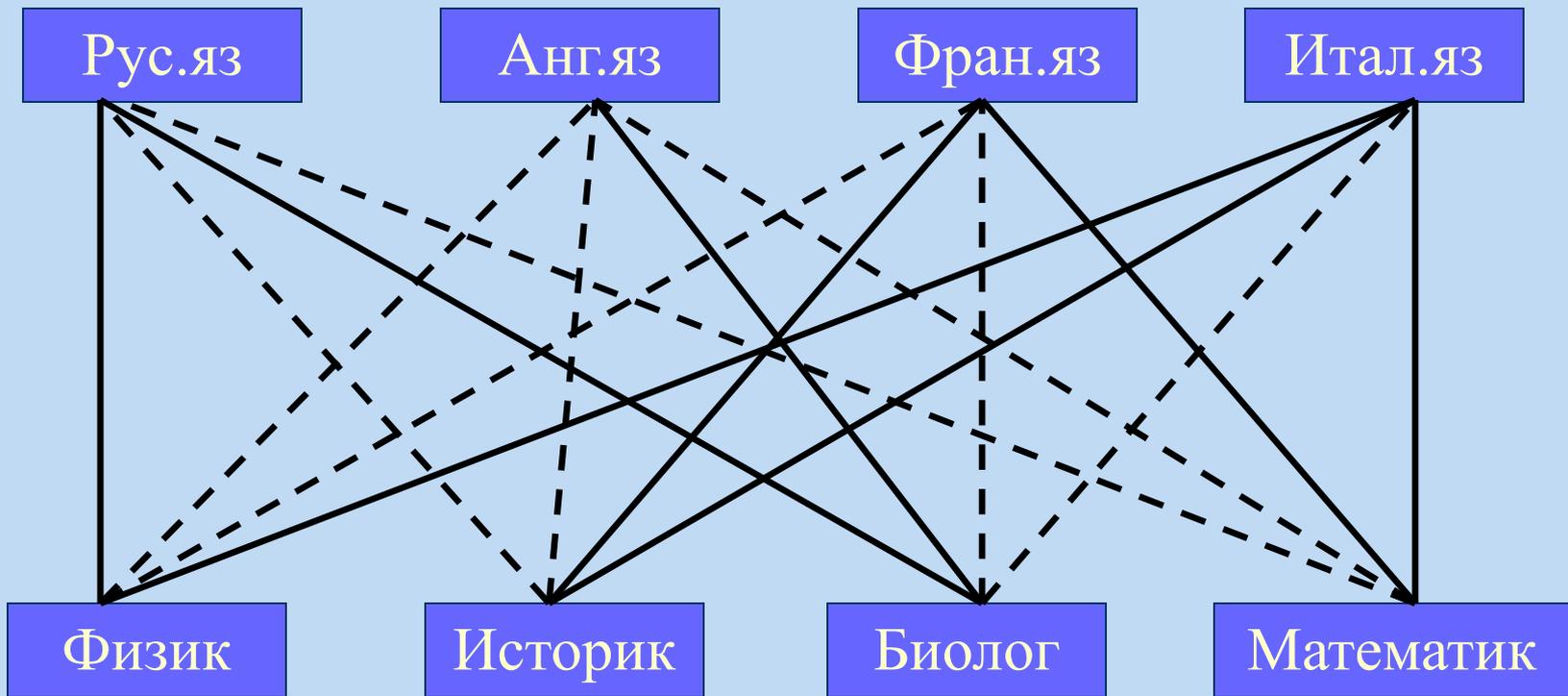




Ответ: в кувшине-молоко, в банке-квас, в стакане-вода, в бутылке-лимонад.

Задача:

На международном конгрессе встретились четверо ученых: физик, историк, биолог и математик. Национальности их различны и, хотя каждый из ученых владеет двумя языками их четырех (русский, английский, французский и итальянский), нет такого языка, на котором они могут разговаривать вчетвером. Есть язык, на котором они могут разговаривать сразу трое, – итальянский. Никто из ученых не владеет французским и русским языками одновременно. Хотя физик не говорит по-английски, но может быть переводчиком, если биолог и историк захотят поговорить друг с другом. Историк может говорить с математиком по-французски. Физик, биолог и математик не могут беседовать втроем на одном языке. Какими двумя языками владеет биолог (укажите названия языков в именительном падеже через



Ответ: русский английский

Решение:

	Рус.яз	Анг.яз	Фран.яз	Итал.яз
Физик	+	—	—	+
Историк	—	—	+	+
Биолог	+	+	—	—
Математик	—	—	+	+

Ответ: русский английский

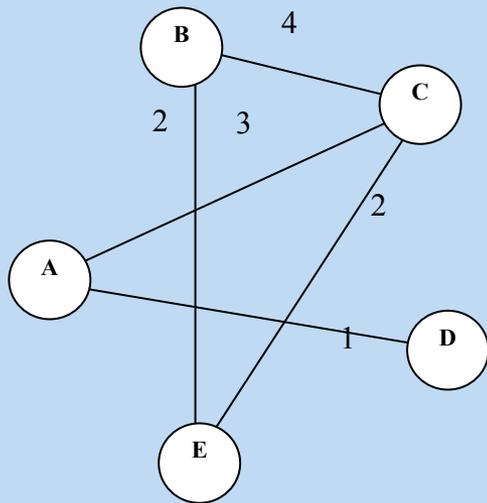
A10 (базовый уровень, время - 2 мин)

Тема: Использование информационных моделей (таблицы, диаграммы, графики).

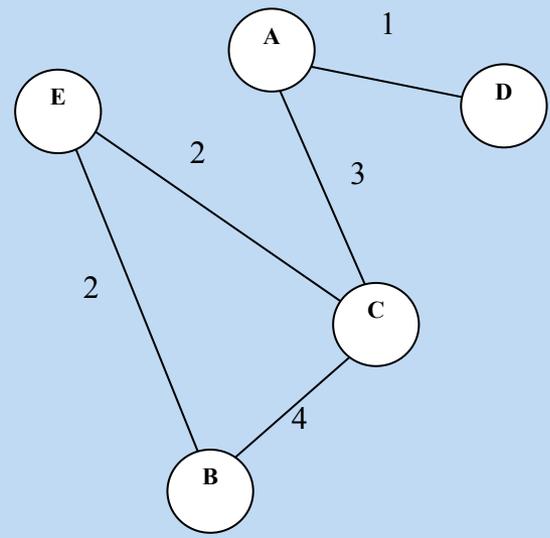
Перебор вариантов, выбор лучшего по какому-то признаку.

Что нужно знать:

- в принципе, особых дополнительных знаний, кроме здравого смысла и умения перебирать варианты (не пропустив ни одного!) здесь, как правило, не требуется
- полезно знать, что такое *граф* (это набор вершин и соединяющих их ребер) и как он описывается в виде таблицы, хотя, как правило, все необходимые объяснения даны в формулировке задания
- чаще всего используется *взвешенный граф*, где с каждым ребром связано некоторое число (вес), оно может обозначать, например, расстояние между городами или стоимость перевозки



	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		



- обратите внимание, что граф по заданной таблице (она еще называется *весовой матрицей*) может быть нарисован по-разному; например, той же таблице соответствует граф, показанный на рисунке справа от нее
- в приведенном примере матрица симметрична относительно главной диагонали; это может означать, например, что стоимости перевозки из B в C и обратно равны (это не всегда так)
- желательно научиться быстро (и правильно) строить граф по весовой матрице и наоборот

Пример задания:

Между четырьмя местными аэропортами: ОКТЯБРЬ, БЕРЕГ, КРАСНЫЙ и СОСНОВО, ежедневно выполняются авиарейсы. Приведён фрагмент расписания перелётов между ними:

Аэропорт вылета прилета	Аэропорт прилета	Время вылета	Время
СОСНОВО	КРАСНЫЙ	06:20	08:35
КРАСНЫЙ	ОКТЯБРЬ	10:25	12:35
ОКТЯБРЬ	КРАСНЫЙ	11:45	13:30
БЕРЕГ	СОСНОВО	12:15	14:25
СОСНОВО	ОКТЯБРЬ	12:45	16:35
КРАСНЫЙ	СОСНОВО	13:15	15:40
ОКТЯБРЬ	СОСНОВО	13:40	17:25
ОКТЯБРЬ	БЕРЕГ	15:30	17:15
СОСНОВО	БЕРЕГ	17:35	19:30
БЕРЕГ	ОКТЯБРЬ	19:40	21:55

Путешественник оказался в аэропорту ОКТЯБРЬ в полночь (0:00). Определите самое раннее время, когда он может попасть в аэропорт СОСНОВО.

- 1) 15:40 2) 16:35 3) 17:15 4) 17:25

Решение:

1) есть прямой рейс из аэропорта ОКТЯБРЬ в СОСНОВО с прибытием в 17:25:

ОКТЯБРЬ СОСНОВО 13:40 17:25

2) сможет ли путешественник оказаться в СОСНОВО раньше этого времени, если полетит через другой аэропорт, с пересадкой

3) можно лететь, через КРАСНЫЙ, но, как следует из расписания,

ОКТЯБРЬ КРАСНЫЙ 11:45 13:30

...

КРАСНЫЙ СОСНОВО 13:15 15:40

путешественник не успеет на рейс КРАСНЫЙ – СОСНОВО, который улетает в 13:15

4) можно лететь через БЕРЕГ,

БЕРЕГ СОСНОВО 12:15 14:25

...

ОКТЯБРЬ БЕРЕГ 15:30 17:15

но рейс БЕРЕГ – СОСНОВО вылетает даже раньше, чем рейс ОКТЯБРЬ – БЕРЕГ

5) **правильный ответ – 4 (прямой рейс).**

Возможные ловушки и проблемы:

- можно не заметить, что путешественник не успеет на пересадку в КРАСНОМ (неверный ответ 15:40)
- можно перепутать аэропорты вылета и прилета (неверный ответ 16:35)

Решение (вариант 2, граф):

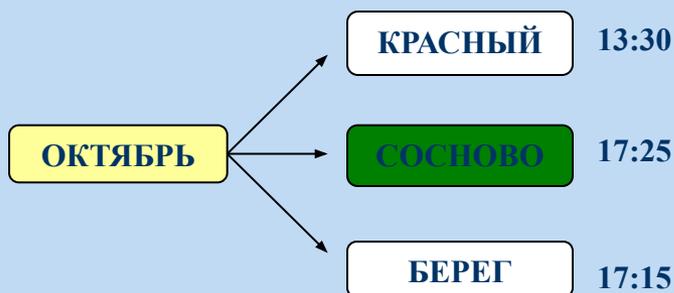
1) из аэропорта ОКТЯБРЬ есть три рейса:

ОКТЯБРЬ СОСНОВО 13:40 17:25

ОКТЯБРЬ КРАСНЫЙ 11:45 13:30

ОКТЯБРЬ БЕРЕГ 15:30 17:15

2) построим граф, около каждого пункта запишем время прибытия



3) проверим, не будет ли быстрее лететь с пересадкой: рейс «КРАСНЫЙ-СОСНОВО» вылетает в 13:15, то есть, путешественник на него не успевает; он не успеет также и на рейс «БЕРЕГ-СОСНОВО», вылетающий в 12:15

4) **правильный ответ – 4 (прямой рейс).**

Пример задания:

Таблица стоимости перевозок устроена следующим образом: числа, стоящие на пересечениях строк и столбцов таблиц, означают стоимость проезда между соответствующими соседними станциями. Если пересечение строки и столбца пусто, то станции не являются соседними. Укажите таблицу, для которой выполняется условие: «Минимальная стоимость проезда из А в В не больше 6». Стоимость проезда по маршруту складывается из стоимостей проезда между соответствующими соседними станциями.

1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		

2)

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		

3)

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		

4)

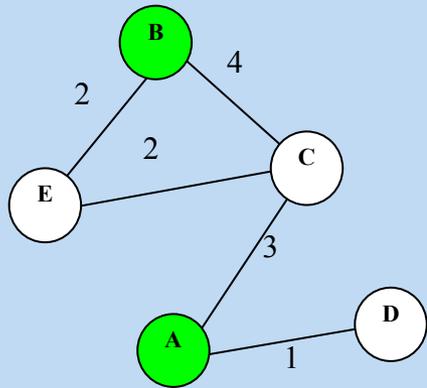
	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		

Решение:

1) для каждой таблицы нарисуем соответствующую ей схему дорог, обозначив стоимость перевозки рядом с линиями, соединяющими соседние станции:

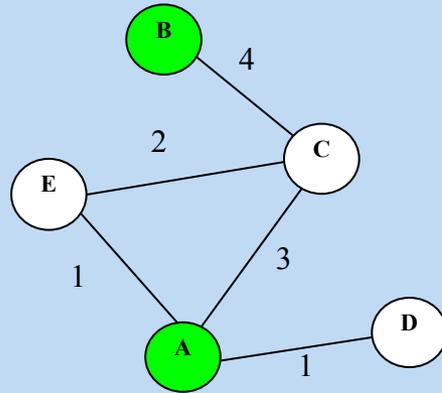
1)

	A	B	C	D	E
A			3	1	
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E		2	2		



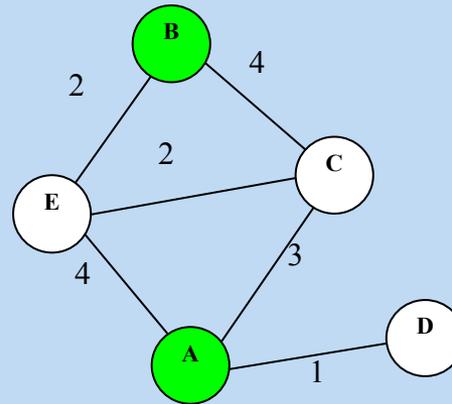
2)

	A	B	C	D	E
A			3	1	1
B			4		
C	3	4			2
D	1				
E	1		2		



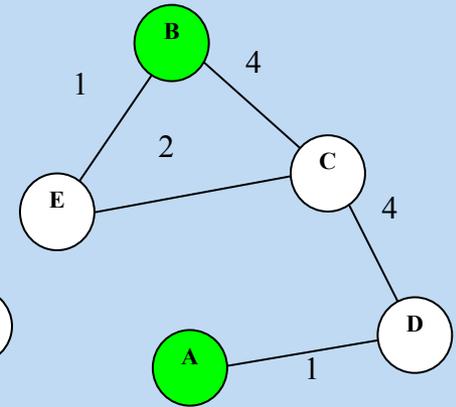
3)

	A	B	C	D	E
A			3	1	4
B			4		2
C	3	4			2
D	1				
E	4	2	2		



4)

	A	B	C	D	E
A				1	
B			4		1
C		4		4	2
D	1		4		
E		1	2		



2) теперь по схемам определяем кратчайшие маршруты для каждой таблицы:

1: $A \square C \square B$ или $A \square C \square E \square B$, стоимость 7

2: $A \square C \square B$ или $A \square E \square C \square B$, стоимость 7

3: $A \square E \square B$, стоимость 6

4: $A \square D \square C \square E \square B$, стоимость 8

3) условие «не больше 6» выполняется только для таблицы 3

4) **правильный ответ – 3.**

Возможные ловушки и проблемы:

- **нужно внимательно строить схемы по таблицам, этот дополнительный переход (от табличных моделей к графическим) повышает наглядность, но добавляет еще одну возможность для ошибки**
- **наглядность схемы зависит от того, как удачно вы выберете расположение ее узлов; один из подходов – сначала расставить все узлы равномерно на окружности, нарисовать все связи и посмотреть, как можно расположить узлы более удобно, по невнимательности можно пропустить решение с минимальной стоимостью**

С3 (высокий уровень, время - 30 мин)

Тема: Дерево игры. Поиск выигрышной стратегии.

Что нужно знать:

- в простых играх можно найти выигрышную стратегию, просто перебрав все возможные варианты ходов соперников

Задача:

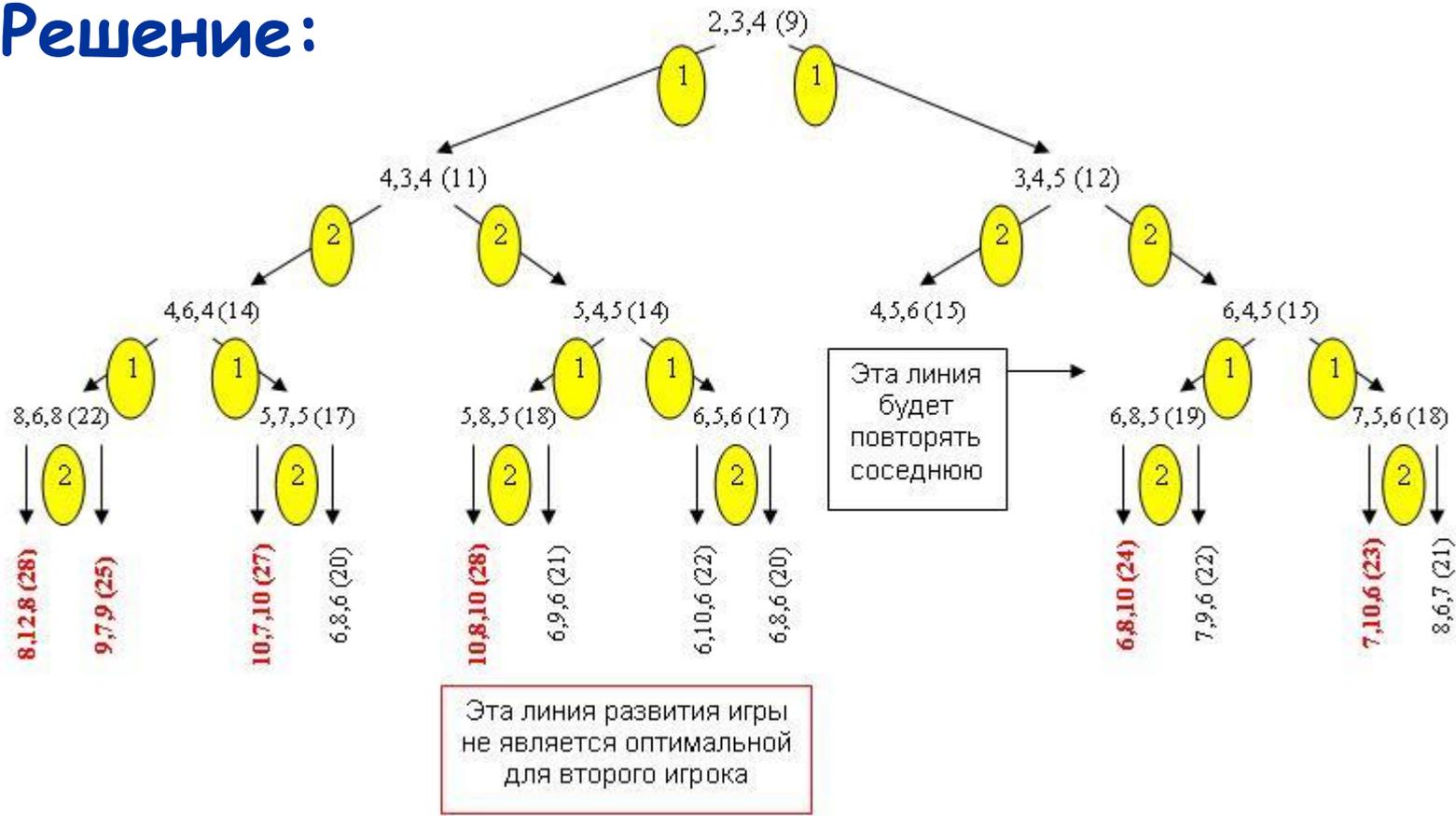
Даны три кучи камней, содержащих соответственно 2, 3 и 4 камня. За один ход разрешается или удвоить количество камней в меньшей куче(если их две – то в каждой из них), или добавить по 1 камню в каждую из всех трех куч. Выигрывает тот игрок, после хода которого во всех трех кучах суммарно становится не менее 23 камней. Игроки ходят по очереди. Выяснить, кто выигрывает при правильной игре – первый или второй игрок. Ответ обоснуйте.

Выигрышные стратегии в игре в Камешки

В разумной партии каждый игрок должен стараться следовать общему правилу – всегда оставлять противнику **проигрышную позицию**. В ходе решения задач можно заметить, что в одной партии в Камешки только один из игроков может следовать этому правилу – тот, кто первым может занять выигрышную позицию (имеет выигрышную стратегию). Если он будет ей следовать, а, значит, делать только разумные ходы и оставлять противнику только проигрышные позиции, то выиграет при любой игре противника.

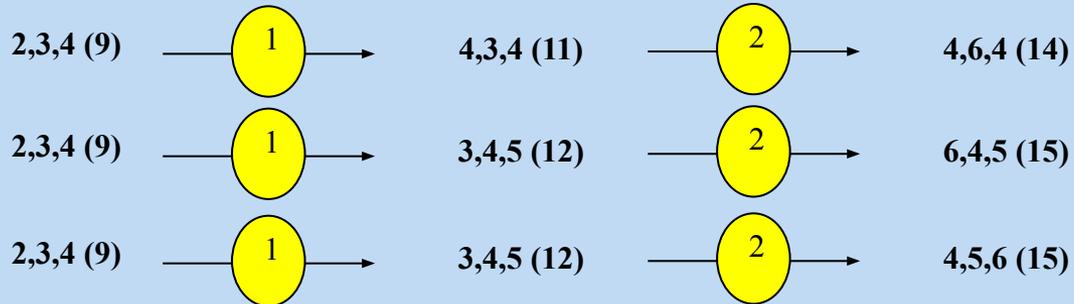
Если начальная позиция выигрышная, то выигрышную стратегию имеет Первый, если проигрышная – Второй.

Решение:



При правильной стратегии **выигрывает второй игрок** при любом ходе первого игрока.

Ход второго игрока может быть одним из следующих:



Решение (2 вариант, таблица):

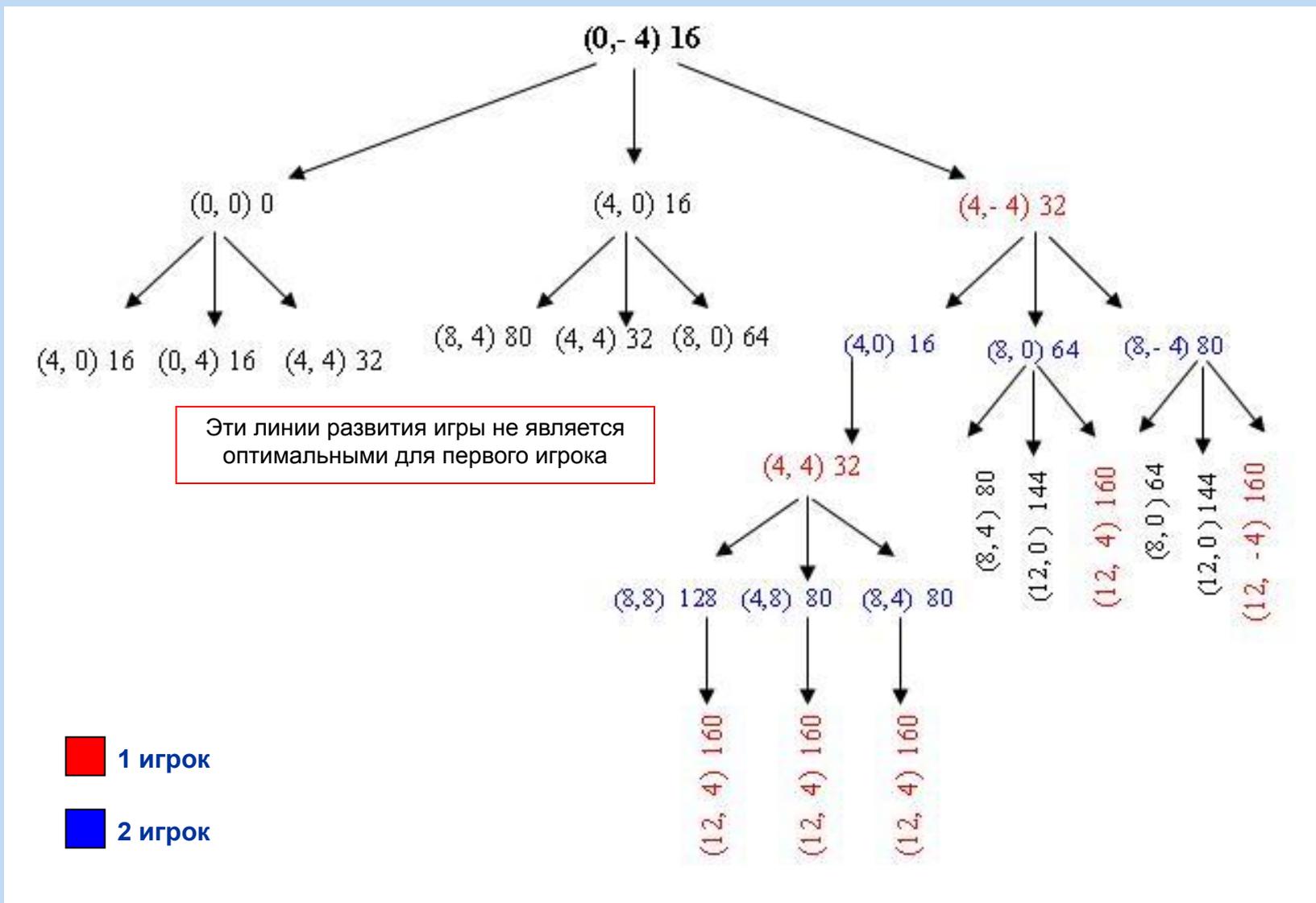
	1 ход	2 ход	3 ход	4 ход
Стартовая позиция	I-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (все варианты хода)	I-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход)
<u>2,3,4(9)</u>	3,4,5 (12)	<u>6,4,5(15)</u>	7,5,6(18)	<u>7,10,6(23)</u>
			6,8,5(19)	<u>6,8,10(24)</u>
		<u>4,5,6(15)</u>	8,5,6(19)	Повторяют предыдущие варианты четвертого хода.
			5,6,7(18)	
	4,3,4 (11)	5,4,5(14) – эта линия не является оптимальной для 2-го игрока		
		<u>4,6,4(14)</u>	5,7,5(17)	<u>10,7,10(27)</u>
8,6,8(22)			<u>8,12,8(28)</u>	

Вывод: выигрывает второй игрок при любом ходе первого игрока. Выигрышные ходы второго игрока на втором ходе: **6,4,5** или **4,5,6** или **4,6,4**.

Задача (ЕГЭ 2009г.):

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами $(0, -4)$. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x, y) в одну из трех точек: или в точку с координатами $(x+4, y)$, или в точку с координатами $(x, y+4)$, или в точку с координатами $(x+4, y+4)$. Выигрывает игрок, после хода которого расстояние по прямой от фишки до точки с координатами $(0, 0)$ больше 12 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков - игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

Решение: расстояние от фишки до точки (0,0) $x^2 + y^2 > (12^2 = 144)$



Ответ: выигрывает первый игрок, своим первым ходом он должен поставить фишку в точке с координатами (4,-4).

Решение (2 вариант, таблица):

Выигрывает первый игрок, своим первым ходом он должен поставить фишку в точке с координатами (4,-4). Для доказательства рассмотрим неполное дерево игры, оформленное в виде таблицы, где в каждой ячейке координаты фишки на каждом этапе игры.

1 ход	2 ход	3 ход	4 ход	5 ход
Позиция после первого хода	II-й игрок (все варианты хода)	I-й игрок (выигрышный ход)	II-й игрок (все варианты хода)	I-й игрок (один из вариантов)
<u>4,-4</u>	8,-4	<u>12,-4</u>	Выигрыш первого игрока	
	8,0	<u>12,4</u>	Выигрыш первого игрока	
	4,0	<u>4,4</u>	8,4	<u>12,8</u>
			4,8	<u>8,12</u>
			8,8	<u>12,12</u>

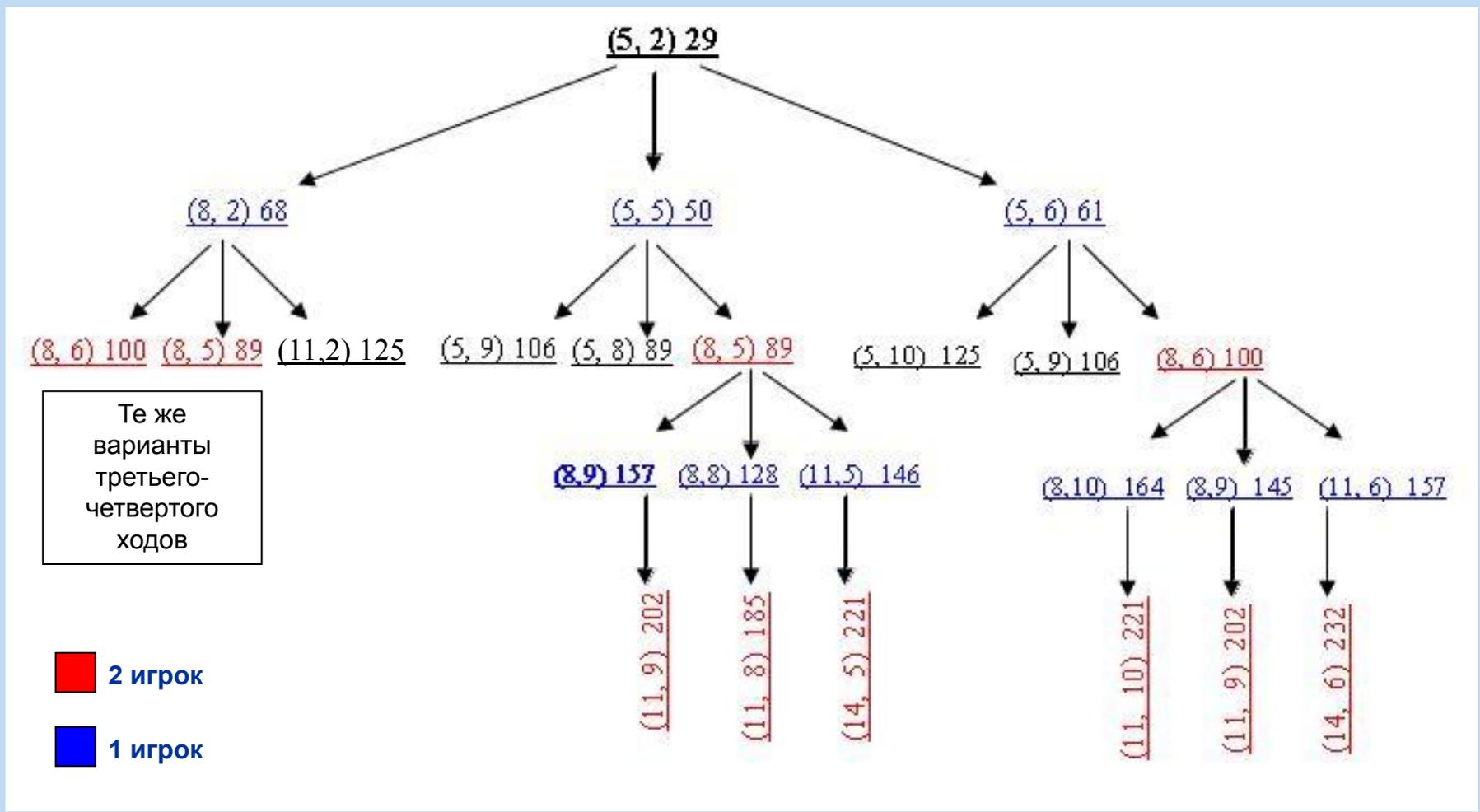
Таблица содержит все возможные варианты ходов второго игрока. Из неё видно, что при любом ответе второго игрока у первого имеется ход, приводящий к победе.

Указания по оцениванию	Баллы
<p>Правильное указание выигрывающего игрока и его ходов со строгим доказательством правильности (с помощью или без помощи дерева игры).</p>	3
<p>Правильное указание выигрывающего игрока, стратегии игры, приводящей к победе, но при отсутствии доказательства ее правильности.</p>	2
<p>При наличии в представленном решении одного из пунктов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.Правильно указан выигрывающий игрок и его первый ход, рассмотрены все возможные ответы второго игрока, но неверно определены дальнейшие действия. 2.Правильно указан выигрывающий игрок и его первый ход, но описание выигрышной стратегии неполно и рассмотрены несколько (больше одного, но не все) вариантов ответов второго игрока. 	1
<p>Задание не выполнено или в представленном решении полностью отсутствует описание элементов выигрышной стратегии, и отсутствует анализ вариантов первого-второго ходов играющих (даже при наличии правильного указания выигрывающего игрока).</p>	0
<p>Максимальный балл</p>	3

Задача (ЕГЭ 2008г.):

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами $(5,2)$. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x,y) в одну из трех точек: или в точку с координатами $(x+3,y)$, или в точку с координатами $(x,y+3)$, или в точку с координатами $(x,y+4)$. Выигрывает игрок, после хода которого расстояние от фишки до точки с координатами $(0,0)$ не меньше 13 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков - игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

Решение: расстояние от фишки до точки (0,0) $x^2 + y^2 \geq (13^2 = 169)$



Ответ: выигрывает II игрок, выигрышные ходы II игрока на 2 ходе 8,6 или 8,5.

Решение:

Выигрывает второй игрок. Для доказательства рассмотрим неполное дерево игры, оформленное в виде таблицы, где в каждой ячейке записаны координаты фишки на каждом этапе игры.

	1 ход	2 ход	3 ход	4 ход
Стартовая позиция	1-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход)	1-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход, один из вариантов)
5,2	5,6	8,6	11,6	14,6
			8,9	11,9
			8,10	11,10
	5,5	8,5	11,5	14,5
			8,8	11,8
			8,9	11,9
	8,2	8,5 или 8,6 (экзаменуемому достаточно привести один из вариантов)	Те же варианты третьего-четвертого ходов.	

Таблица содержит все возможные варианты ходов первого игрока. Из неё видно, что при любом ходе первого игрока, у второго имеется ход приводящий к победе. **Выигрышные ходы II игрока на 2 ходе 8,6 или 8,5.**

Основные ошибки при выполнении задания:

- неверно подсчитаны координаты точки 2% учащихся;
- 1,5 % учащихся не учла изменения условия задачи (решали на «камушки»);
 - неверно указали выигравшего игрока (19%);
 - неверно указали первый ход выигравшего игрока (7%);
 - 1,5% учащихся в приведенном решении явно не выделили ответ на вопрос задачи (не указано, кто выигрывает, какой первый ход он должен сделать);
- 5% - не указали все варианты ходов играющих.
- 23% - стратегия игры описана неверно или отсутствует вовсе (бездоказательно).

Задание для самостоятельного выполнения:

Два игрока играют в следующую игру. На координатной плоскости стоит фишка. Игроки ходят по очереди. В начале игры фишка находится в точке с координатами $(2, 3)$. Ход состоит в том, что игрок перемещает фишку из точки с координатами (x, y) в одну из трех точек: или в точку с координатами $(2x, y)$, или в точку с координатами $(x, 2y)$, или в точку с координатами $(x, y+2)$. Выигрывает игрок, после хода которого расстояние от фишки до точки с координатами $(0, 0)$ больше 13 единиц. Кто выигрывает при безошибочной игре обоих игроков – игрок, делающий первый ход, или игрок, делающий второй ход? Каким должен быть первый ход выигрывающего игрока? Ответ обоснуйте.

	1 ход	2 ход	3 ход	4 ход
Стартовая позиция	I-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход)	I-й игрок (все варианты хода)	II-й игрок (выигрышный ход)
2,3	4,3 (25)	4,6(52)	8,6(100)	16,6
			4,12(160)	4,24
			4,8(80)	4,16
		4,5(41)	8,5(89)	16,5
			4,10(116)	4,20
			4,7 (65)	4,14
	2,6 (40)	4,6(52)	Повторяют предыдущие варианты третьего - четвертого ходов.	
	2,5 (29)	4,5(41)		

Вывод: выигрывает второй игрок при любом ходе первого игрока.

Выигрышные ходы второго игрока на 2 ходе: **4,6** или **4,5**.

Преподавание в
школьном курсе темы
«Граф»

Инновационный продукт «Информатика (1-4 классы)»

Семенов А.Л., Рудченко Т.А.

Данный ресурс разработан в рамках конкурса НФПК "Разработка Иновационных учебно-методических комплексов (ИУМК) для системы общего образования". Многие понятия и умения лежат в основе содержания основных курсов начальной школы, поэтому логично рассматривать информатику как системообразующий элемент содержания образования начальной школы - как предмет, поддерживающий все другие дисциплины, создающий удобный аппарат (лексический, структурный, логический) для изложения материала, решения задач и выработки технических навыков учащихся.

Коллекция ЦОР

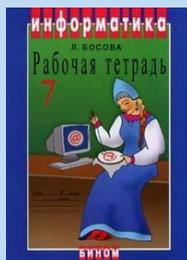
[http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/18fd93c9-c986-cf56-bf3e-6eb14efbf1fb/?interface=catalog&class\[\]=45&class\[\]=42&class\[\]=43&class\[\]=44&subject\[\]=19](http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/18fd93c9-c986-cf56-bf3e-6eb14efbf1fb/?interface=catalog&class[]=45&class[]=42&class[]=43&class[]=44&subject[]=19)

- **Семенов А.Л., Рудченко Т.А.** Информатика. 4 класс.
Учебник. Рабочая тетрадь. Тетрадь проектов



<http://school-collection.edu.ru/catalog/rubr/18fd93c9-c986-cf56-bf3e-6eb14efb1fb/109197/>

- **Л.Л. Босова.** Информатика и ИКТ. Учебник для 7 класса.
Рабочая тетрадь



§ 2.10. Схемы (стр. 101-115)

- **Тема: «Моделирование» в 11 классе.**

Семакин И. Задачник – практикум. 1 том



2.2 Информационные модели на графах (стр. 77-92)

Приложение:

А10 тренировочные упражнения



С3 тренировочные упражнения



Используемые источники:

- Сайт К.Полякова: <http://krolyakov.narod.ru> 
- Л.Л. Босова. УМК Информатика 5-7 класс
- официальный сайт www.ege.ru 
- *Якушкин П.А., Крылов С.С.* ЕГЭ 2010. Информатика. Экзаменационные задания.— М: Эксмо, 2009.
- *Самылкина Н.Н., Островская Е.М.* ЕГЭ 2010. Информатика. Тренировочные задания. — М: Эксмо, 2009.
Ошибки: вар. 1 (А1, С3)
- *Гусева И.Ю.* ЕГЭ. Информатика: раздаточный материал тренировочных тестов. — СПб: Тригон, 2009.
Ошибки: вар. 1 (А6, В6), вар. 3 (А20), вар. 4 (В2, В8), вар. 5 (С3)
- *Самылкина Н.Н., Русаков С.В., Шестаков А.П., Баданина С.В.* Готовимся к ЕГЭ по информатике. Элективный курс. — М: Бином, 2008.