Тема урока:

Сумма n-первых членов арифметической прогрессии

Цель урока:

- *Вывести формулу суммы n-членов арифметической прогрессии, выработать навыки непосредственного применения данной формулы.*

Задачи урока:

- *Учебная: познакомить учащихся с формулой суммы n-первых членов арифметической прогрессии.*
- *Воспитательная: воспитывать интерес к истории математики.*
- *Развивающая: развивать любознательность и вычислительные навыки.*

Из истории математики:

С формулой суммы n первых членов арифметической прогрессии был связан эпизод из жизни немецкого математика К. Ф. Гаусса (1777 – 1855).

Когда ему было 9 лет, учитель, занятый проверкой работ учеников других классов, задал на уроке следующую задачу: «Сосчитать сумму натуральных чисел от 1 до 40 включительно: 1 + 2 + 3 + … +40. Каково же было удивление учителя, когда один из учеников (это был Гаусс) через минуту воскликнул: «Я уже решил…»

Большинство учеников после долгих подсчетов получили неверный результат. В тетради Гаусса было написано одно число и притом верное.

Как Гауссу удалось так быстро сосчитать сумму такого большого количества чисел?

Попытаемся найти ответ на данный вопрос.

Вот схема рассуждений Гаусса.

Сумма чисел в каждой паре 41. Таких пар 20, поэтому искомая сумма равна

$$41 \times 20 = 820.$$

Попытаемся понять как ему это удалось. Выведем формулу суммы n первых членов арифметической прогрессии.

$a_n)$ – арифметическая прогрессия.

$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_{n-1} + a_n,$

$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + a_{n-3} + \ldots = a_2 + a_1$

$a_2 + a_{n-1} = (a_1 + d) + (a_n - d) = a_1 + a_n,$

$a_3 + a_{n-2} = (a_2 + d) + (a_{n-1} - d) = a_2 + a_{n-1} = a_1 + a_n,$

$a_4 + a_{n-3} = (a_3 + d) + (a_{n-2} - d) = a_3 + a_{n-2} = a_1 + a_n$ и т.д.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

– формула суммы n первых членов арифметической прогрессии.(записать в тетрадь)

$S_n = (a_1 + a_n)n : 2$, $a_n = a_1 + d(n - 1)$

$d(n - 1))n : 2$

$$S_n = \frac{\left(2a_1 + d(n-1)\right) \cdot n}{2}$$

– формула суммы n первых членов арифметической прогрессии. (записать в тетрадь)

А теперь подобно Гауссу решим задачу о нахождении суммы натуральных чисел от 1 до 40.

Тренировочные упражнения:

1. (a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 6$, $a_5 = 26$. Найти S_5.

Решение:

S_n = (a_1+a_5) : 2 × 5

Теперь вычислим сумму пяти первых членов арифметической прогрессии: S_5 = (6+26) : 2 × 5=80.

Ответ: 80.

2. (a_n) – арифметическая прогрессия.

$a_1 = 12$, $d = -3$. Найти S_{16}.

Решение:

$S_{16} = (a_1+a_{16}):2\times16$

Заметим, что в данной прогрессии не задан последний член этой суммы. Найдем 16 член прогрессии:

$a_{16} = 12+ 15\times(-3) =12+(-45) =-33$

Теперь вычислим сумму: $S_{16} = (12+ (-33)) \times16: 2 = (-21) \times8 = -168$. Ответ: -168.

При решении таких задач можно воспользоваться второй формулой

$S_{16} =(2a_1 +d(n -1)):2\times16 =(2\times12+15\times(-3)):2\times16 =-21:2\times16 = -168$. Ответ: - 168.

В заключение вспомним строки А. С. Пушкина из романа «Евгений Онегин», сказанные о его герое: «…не мог он ямба от хорея, как мы не бились, отличить». Отличие ямба от хорея состоит в различных расположениях ударных слогов стиха. Ямб – стихотворный метр с ударениями на четных слогах стиха (Мой дядя самых честных правил…), то есть ударными являются 2-й, 4-й, 6-й, 8-й и т. д. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и с разностью, равной двум: 2, 4, 6, 8, … Хорей – стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. (Буря мглою небо кроет…) Номера ударных слогов также образуют арифметическую прогрессию, но ее первый член равен единице, а разность по-прежнему равна двум: 1, 3, 5, 7, … .

Задание на дом:

Выполнить № 16.33(в, г), 16.35(в,г), 16.36(в,г)