

по теме



# «Тригонометри Я»

МОУ Челно-Вершинская СОШ (ОЦ) Самарской  
области

Составила: Телегова Т.П. – учитель математики



# Темы игры

- История тригонометрии как науки
- Прямоугольный треугольник
- Углы и их измерение
- Вычисления
- Расскажи мне, Расскажи
- Формулы
- Исследование тригонометрических функций
- Проще простого
- Термины
- Решаем уравнения и неравенства
- Числовая окружность
- Преданья старины глубокой

# 1 тур

2 тур

Темы	Стоимость вопроса				
История тригонометрии	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>
Прямоугольный треугольник	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>
Углы и их измерение	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>
Вычисления	<u>20</u>	<u>40</u>	<u>60</u>	<u>80</u>	<u>100</u>

# История тригонометрии-20

Именно к этому периоду истории относится зарождение тригонометрии



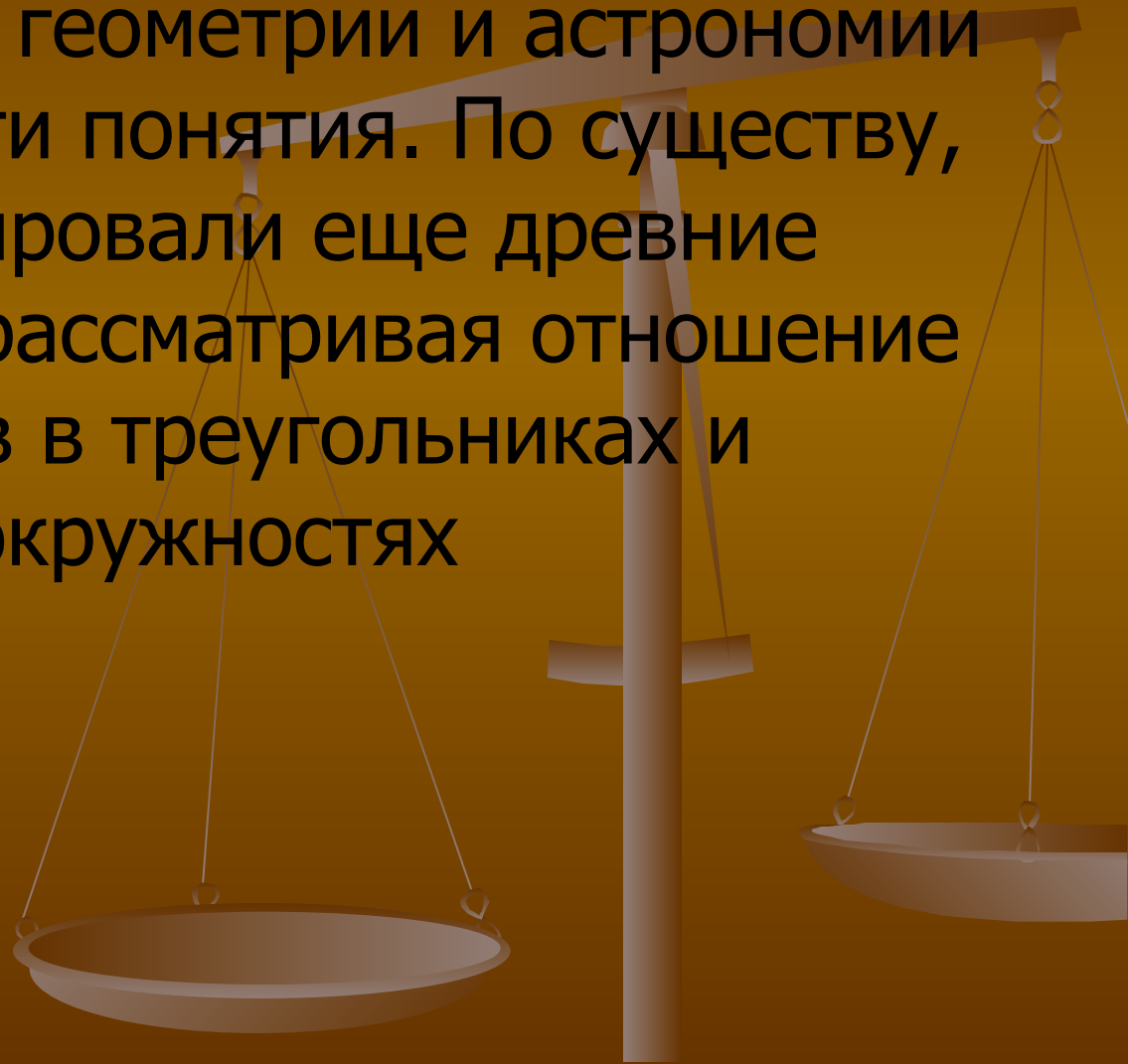
# Ответ

Зарождение тригонометрии  
относится к глубокой древности



# История тригонометрии-40

Постепенно в геометрии и астрономии установили эти понятия. По существу, ими оперировали еще древние математики, рассматривая отношение отрезков в треугольниках и окружностях



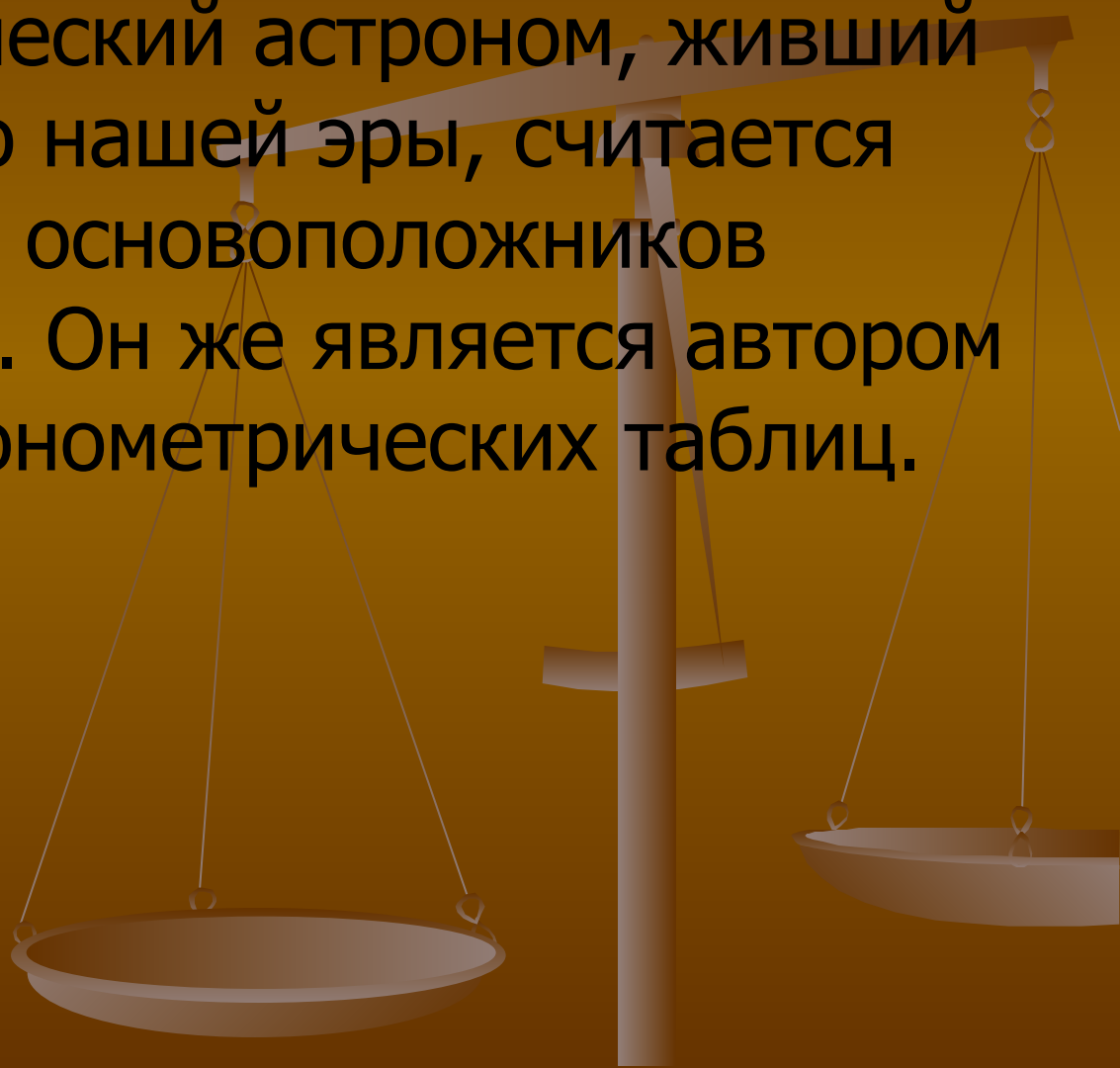
# Ответ

Понятия синуса, косинуса и тангенса угла



# История тригонометрии-60

Этот древнегреческий астроном, живший во II веке до нашей эры, считается одним из основоположников тригонометрии. Он же является автором первых тригонометрических таблиц.





Ответ

Гиппарх



# История тригонометрии-80

Важный вклад в развитие тригонометрии были внесены математиками этой страны в период V-XII в.в. н.э. Им были известны соотношения, которые в современных обозначениях пишутся так:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 = 1$$

$$\cos \alpha = \sin(90^\circ - \alpha)$$

Ответ

Индия



# История тригонометрии-100

В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 году при участии именно этого ученого.



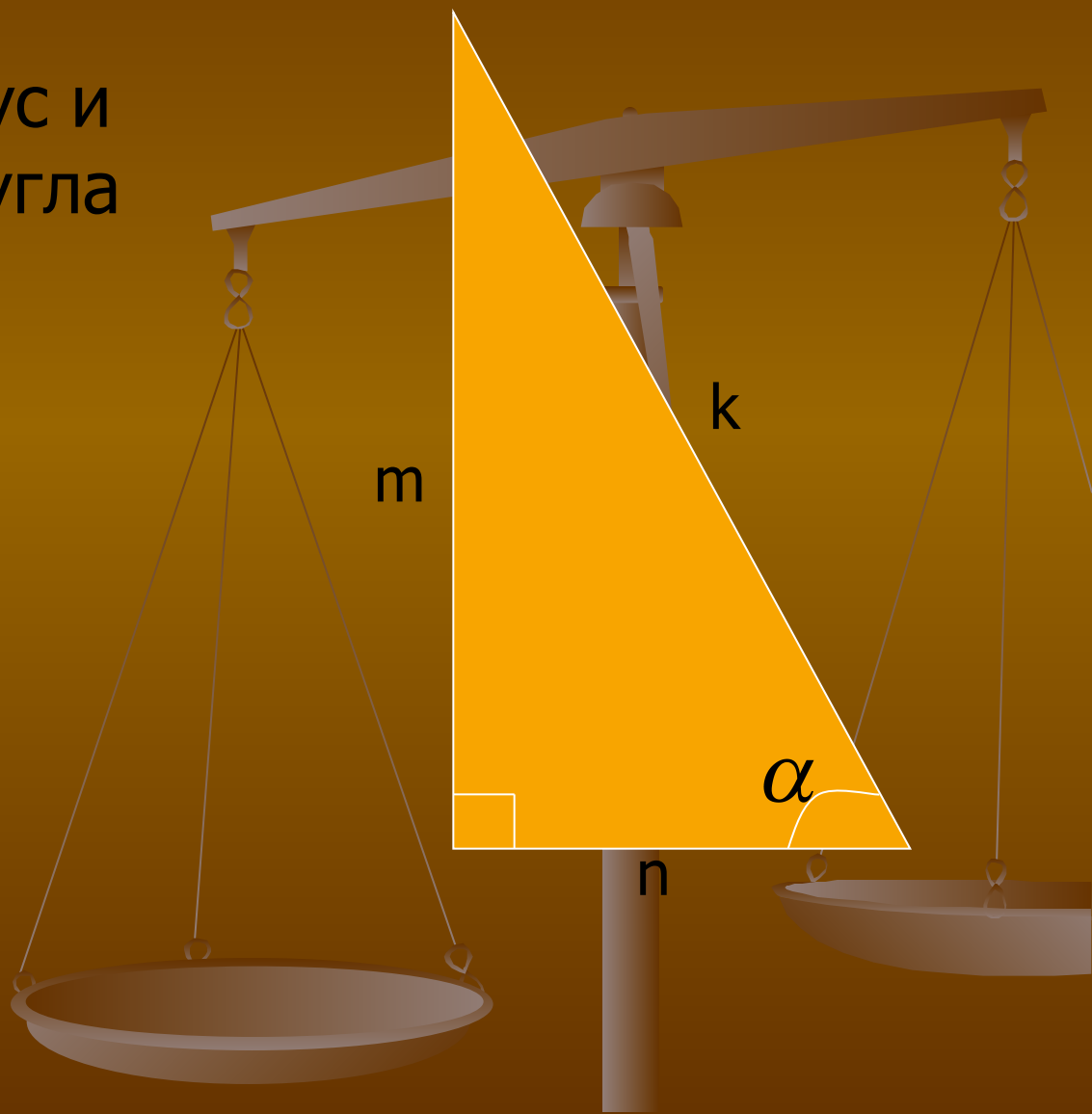
# Ответ

Л.Ф.Магницкого



# Прямоугольный треугольник - 20

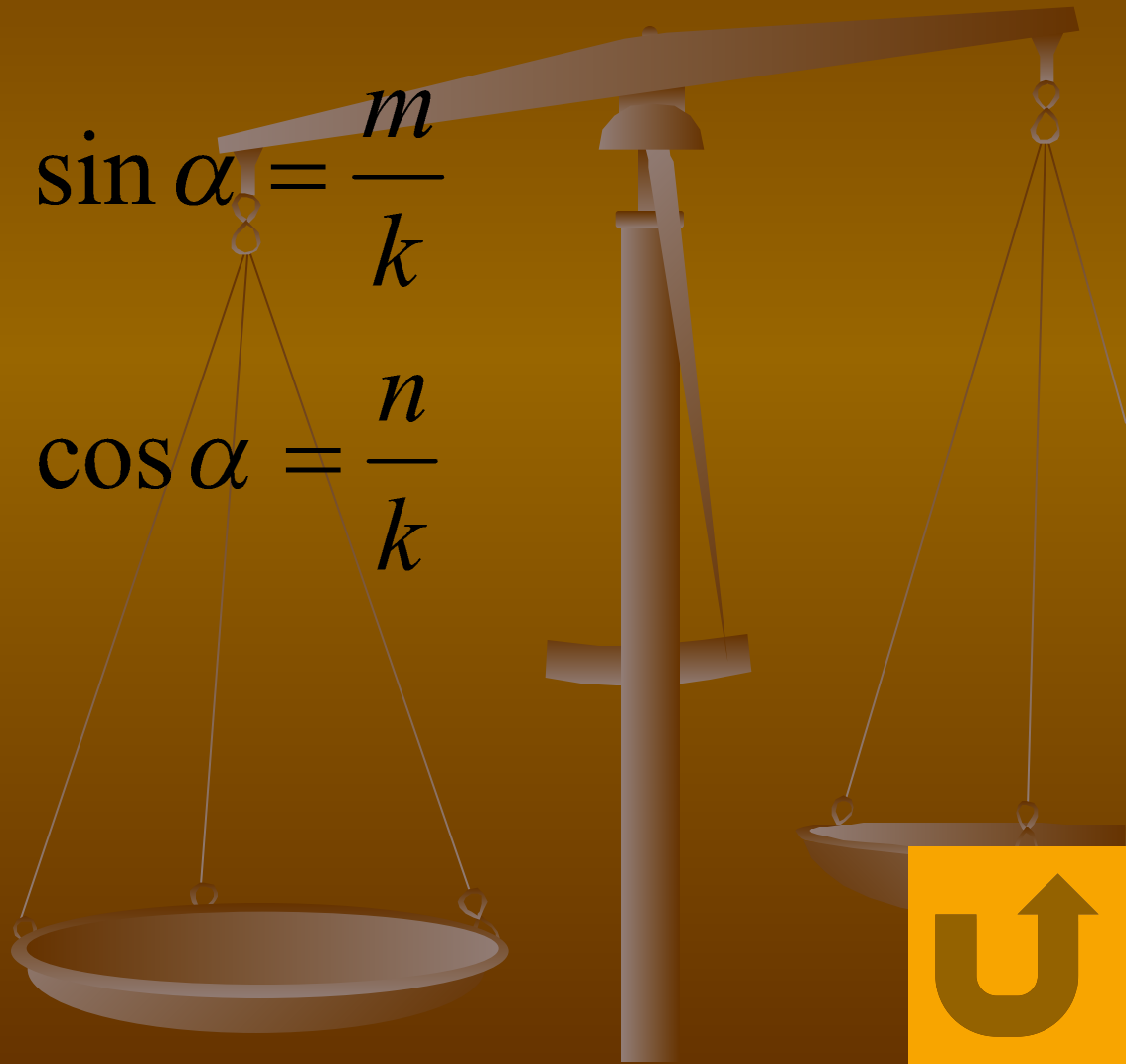
Определите синус и косинус острого угла прямоугольного треугольника



# ОТВЕТ

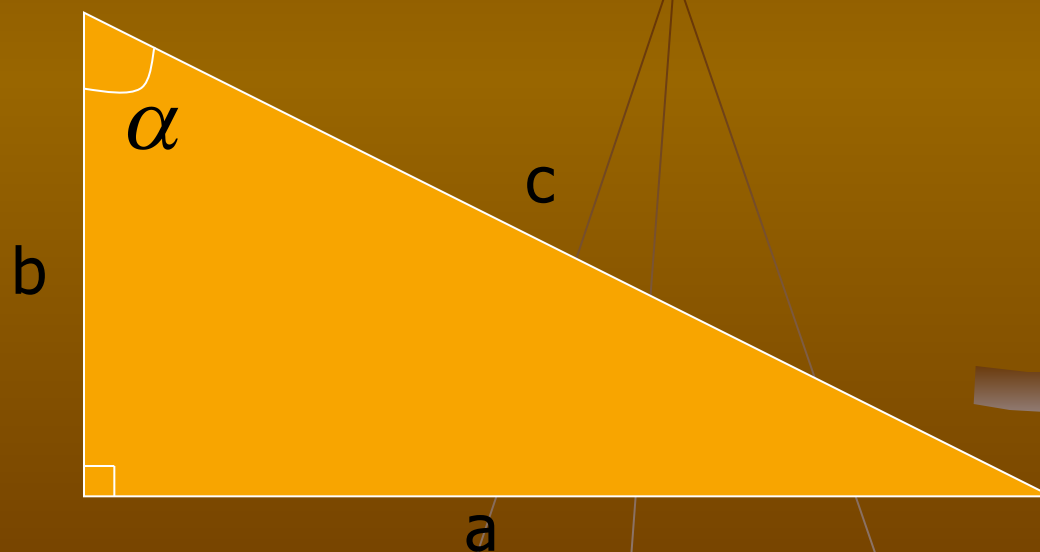
$$\sin \alpha = \frac{m}{k}$$

$$\cos \alpha = \frac{n}{k}$$



# Прямоугольный треугольник - 40

Определите тангенс и котангенс острого угла  $\alpha$  прямоугольного треугольника

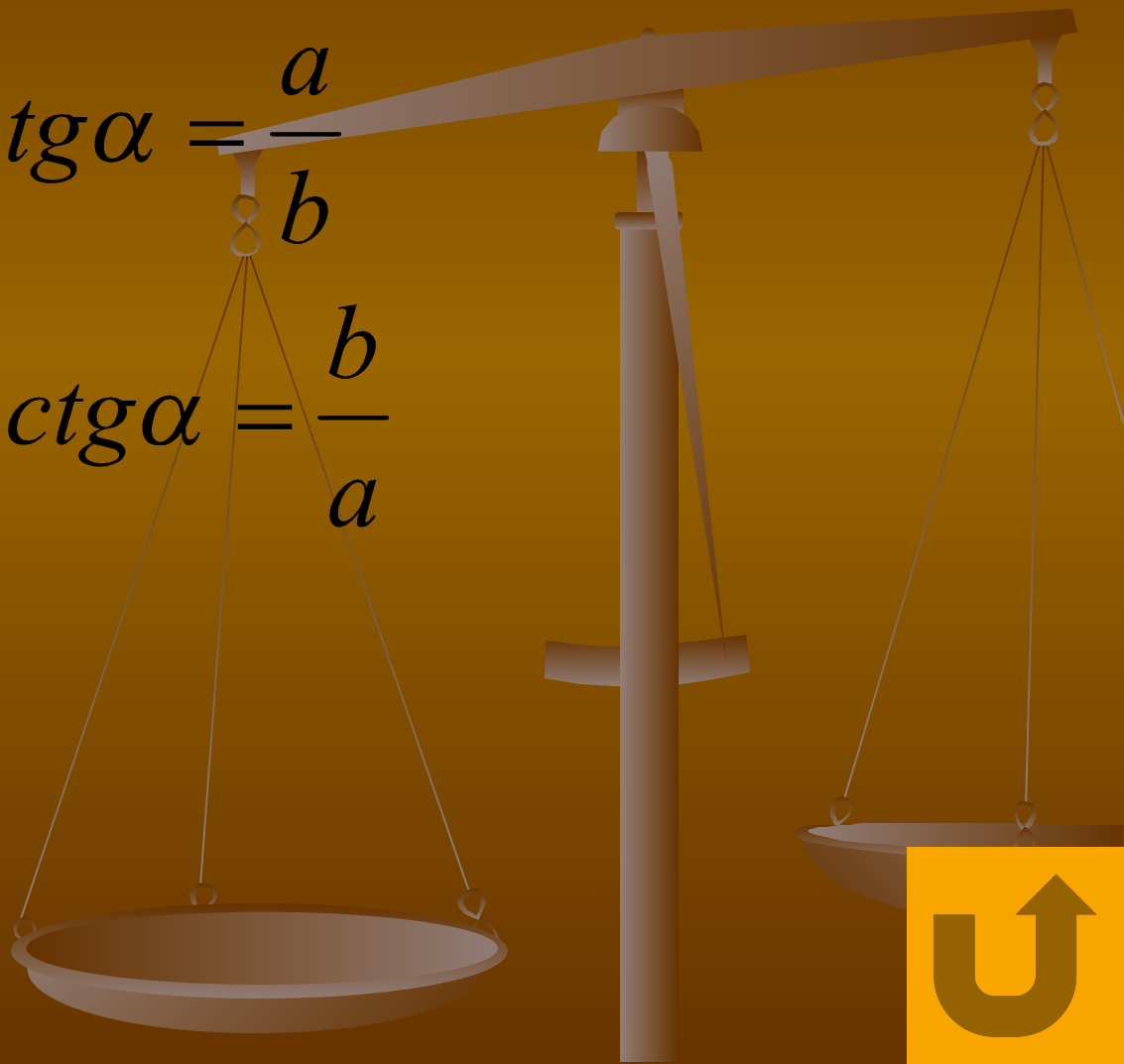




# ОТВЕТ

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{b}{a}$$



# Прямоугольный треугольник - 60

Может ли синус угла быть равным  $\frac{3}{4}$  см?



# Ответ

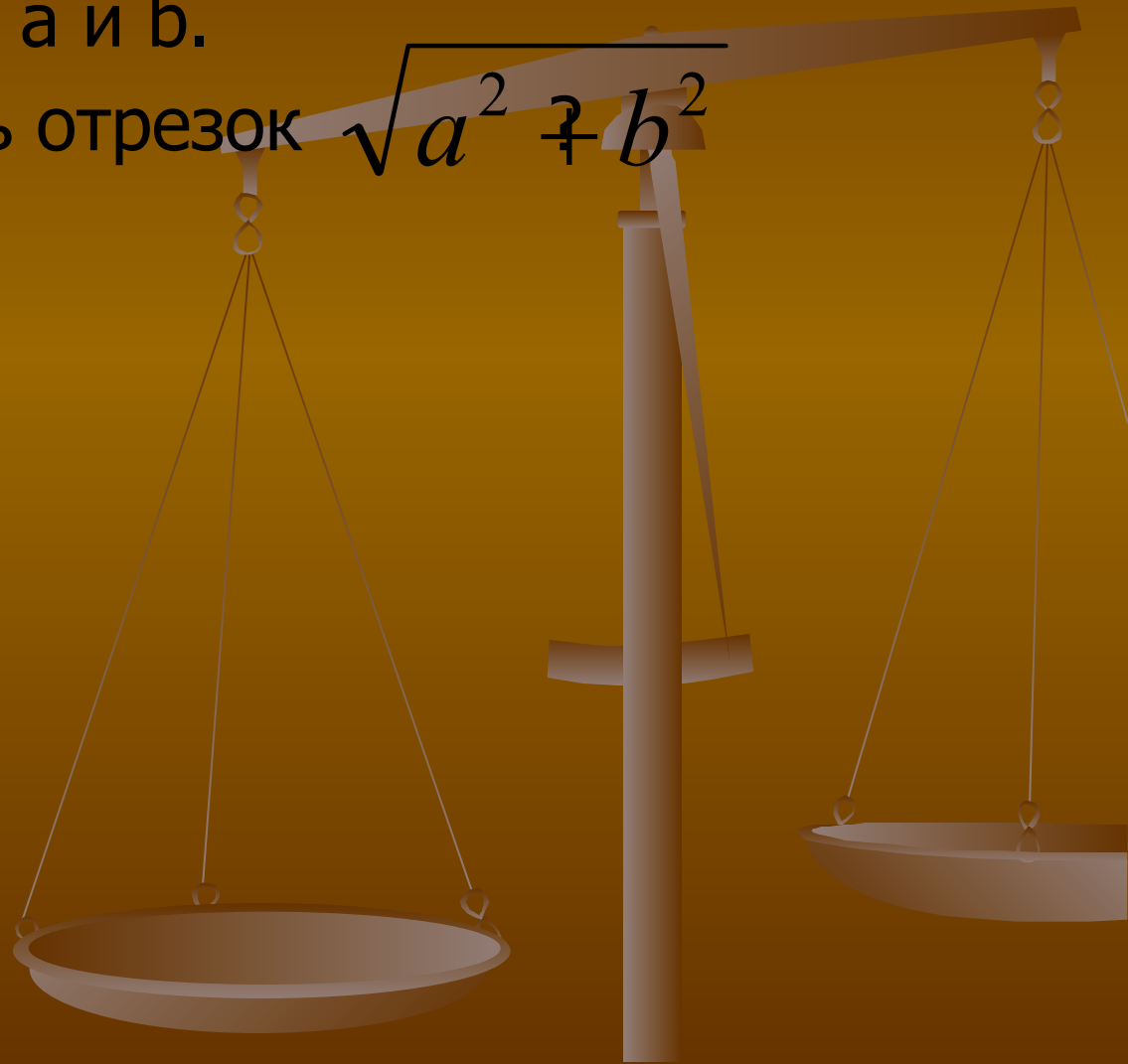
Нет, так как синус – есть отношение – число отвлеченное, а не именованное.



# Прямоугольный треугольник - 80

Даны отрезки  $a$  и  $b$ .

Как построить отрезок  $\sqrt{a^2 + b^2}$



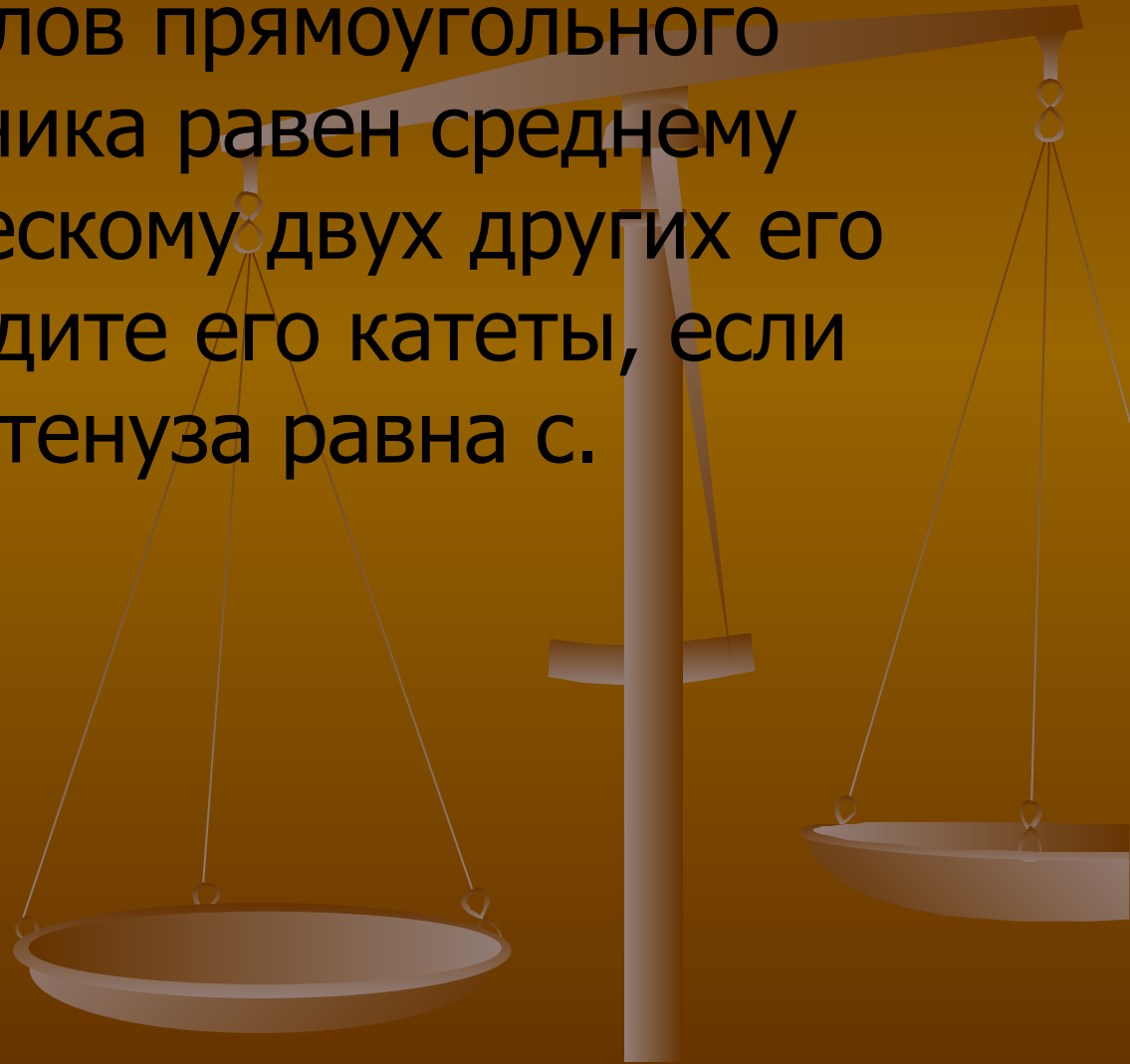
# Ответ

Формула  $\sqrt{a^2 + b^2}$  выражает гипотенузу прямоугольного треугольника, у которого катеты  $a$  и  $b$ .



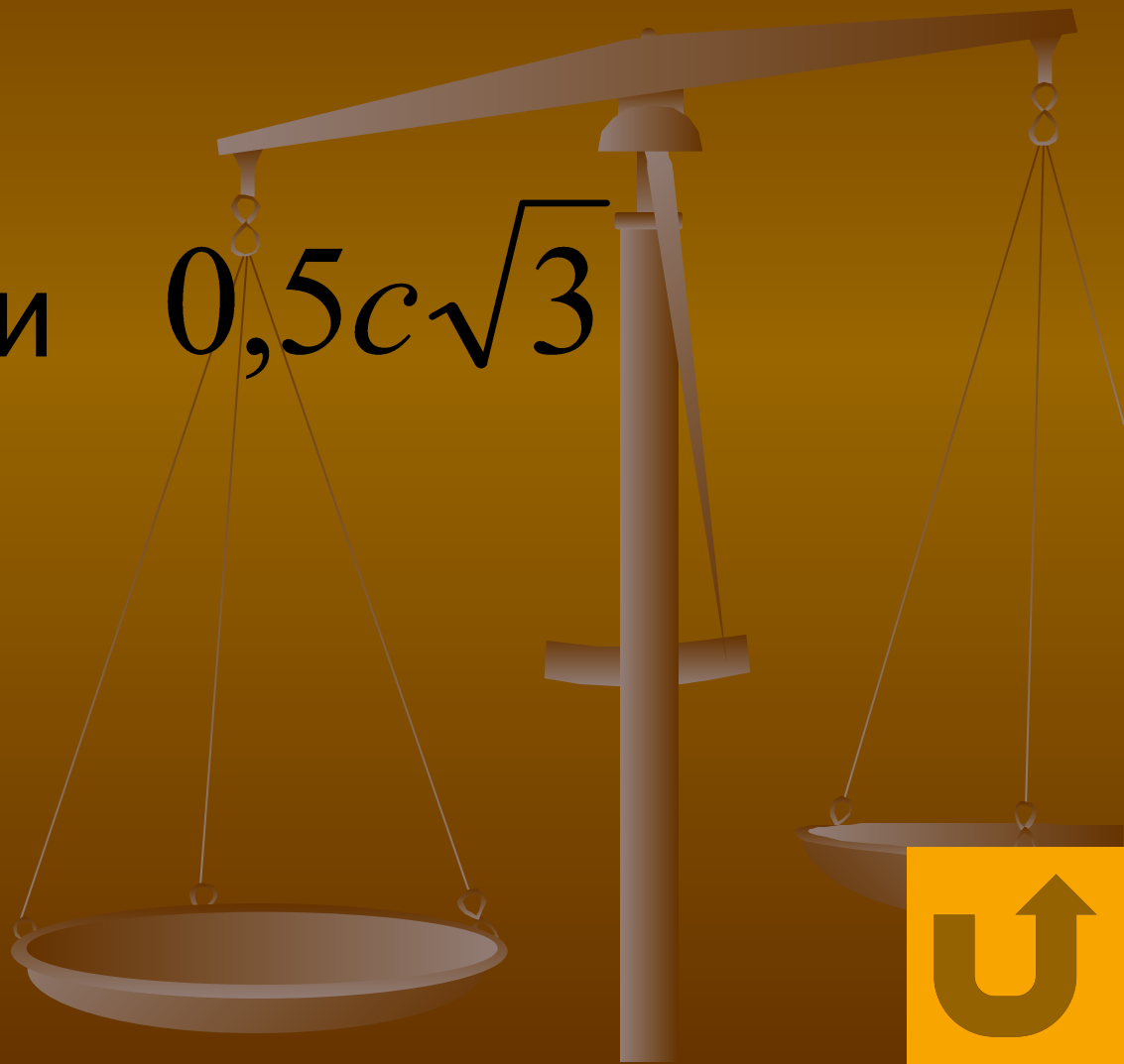
# Прямоугольный треугольник - 100

Один из углов прямоугольного треугольника равен среднему арифметическому двух других его углов. Найдите его катеты, если гипотенуза равна  $c$ .



Ответ

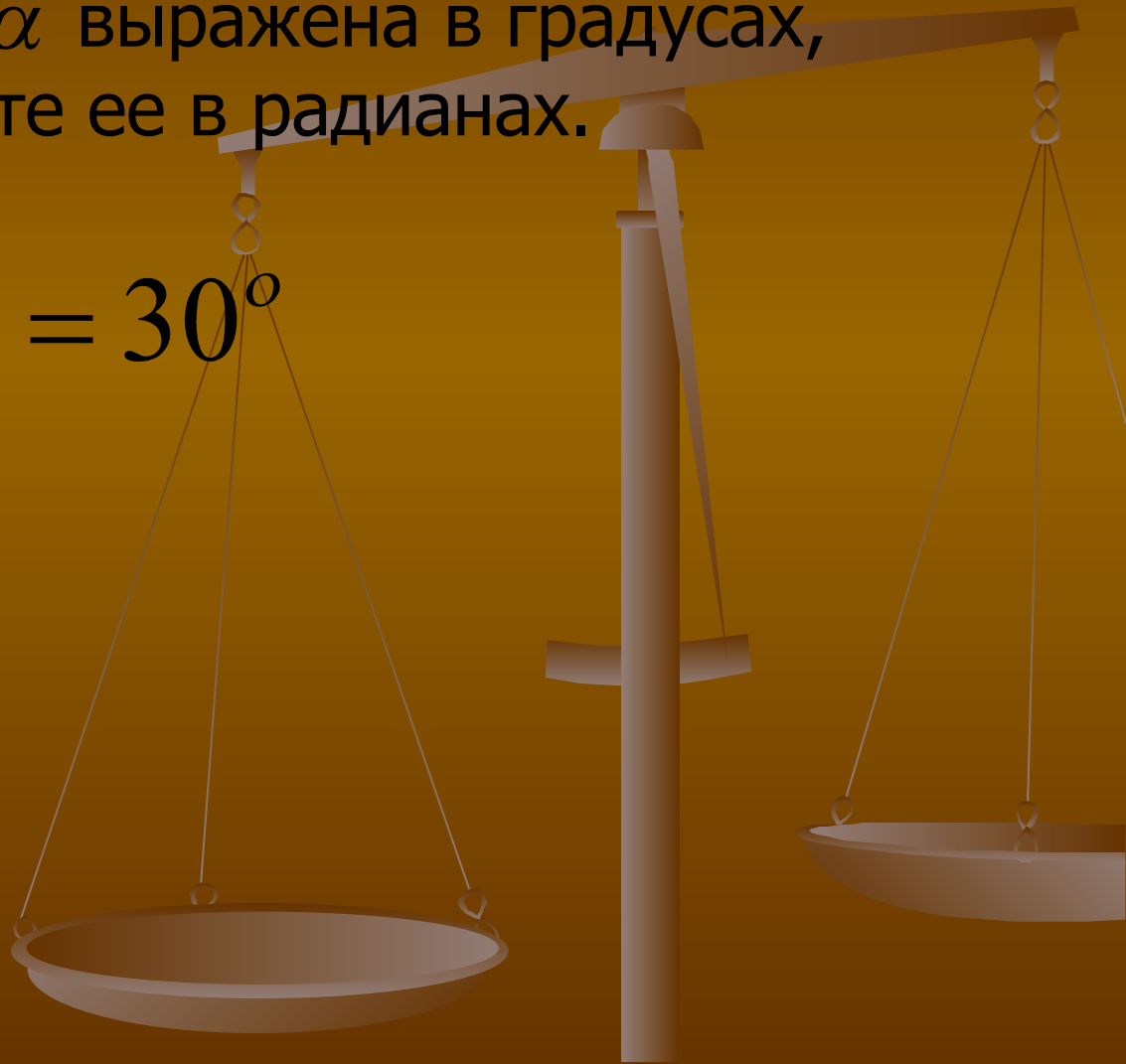
$0,5c$  и  $0,5c\sqrt{3}$



# Углы и их измерение - 20

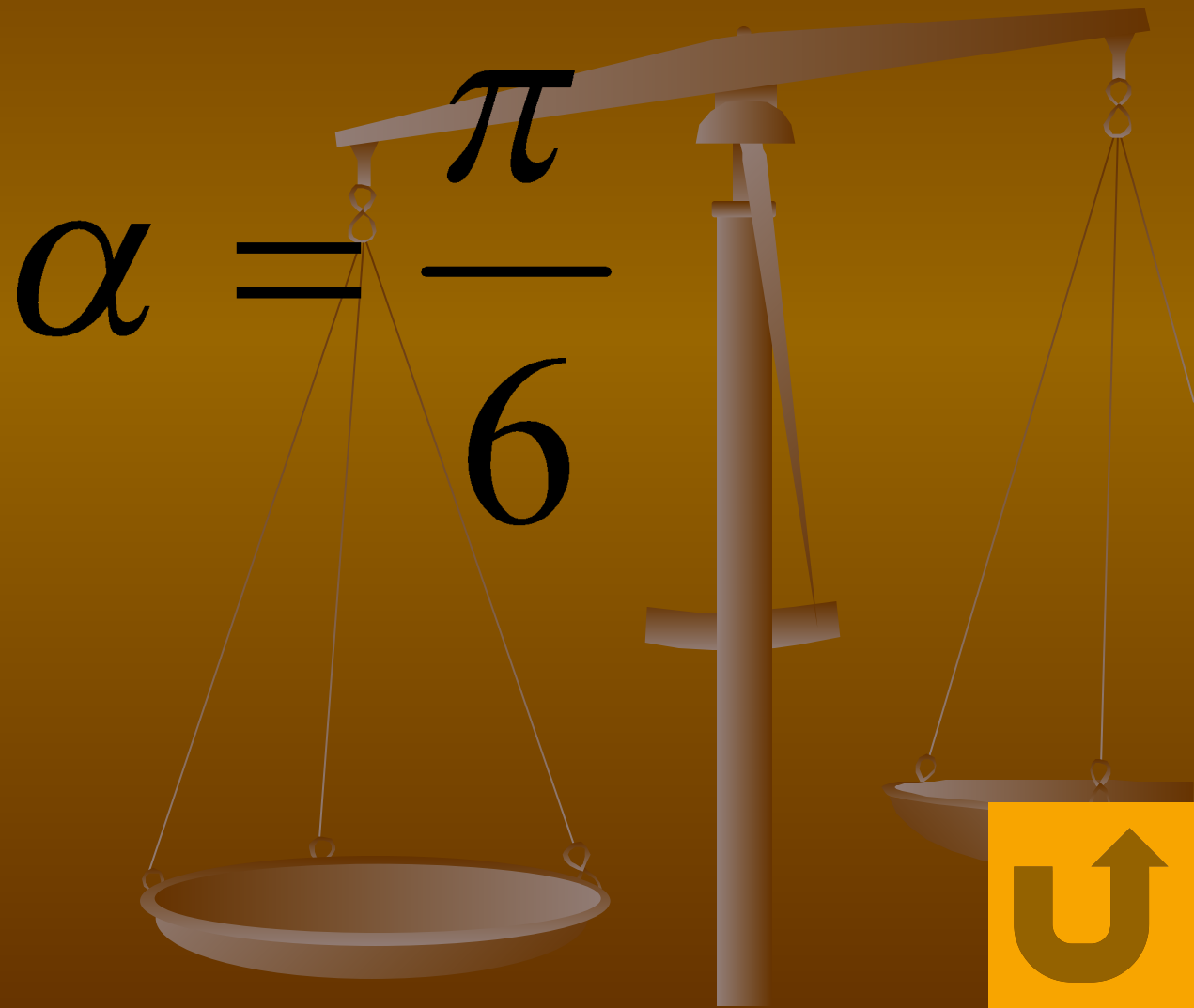
Величина угла  $\alpha$  выражена в градусах,  
выразите ее в радианах.

$$\alpha = 30^\circ$$





Ответ



# Углы и их измерение - 40

Именно в этой четверти лежит  
этот угол -  $830^\circ$



# Ответ

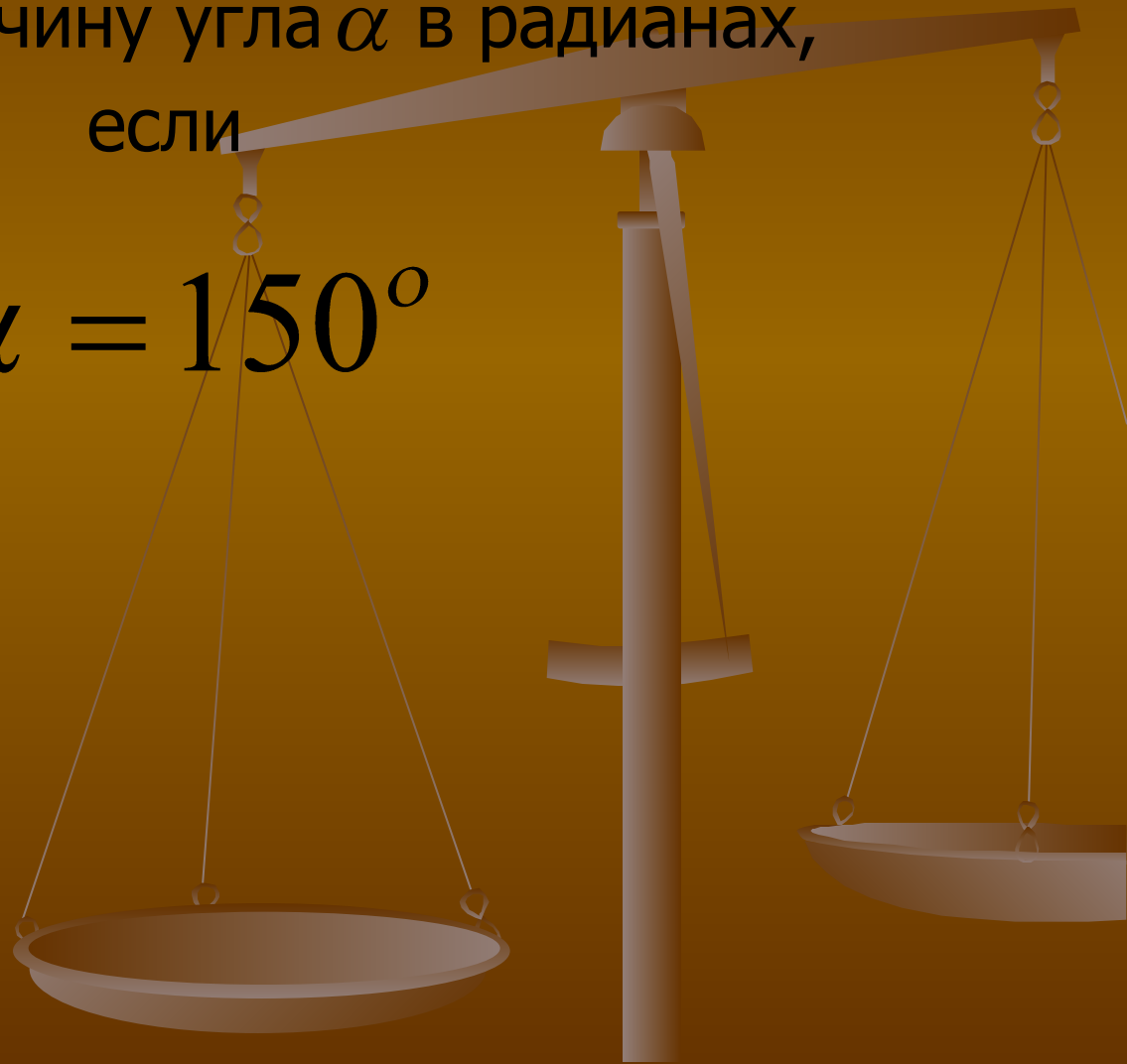
## III четверть



# Углы и их измерение - 60

Выразим величину угла  $\alpha$  в радианах,  
если

$$\alpha = 150^\circ$$



# Ответ

Так как развернутый угол содержит  $180^\circ$   
или  $\pi$  радиан, то  $1^\circ = \frac{\pi}{180}$  радиан.

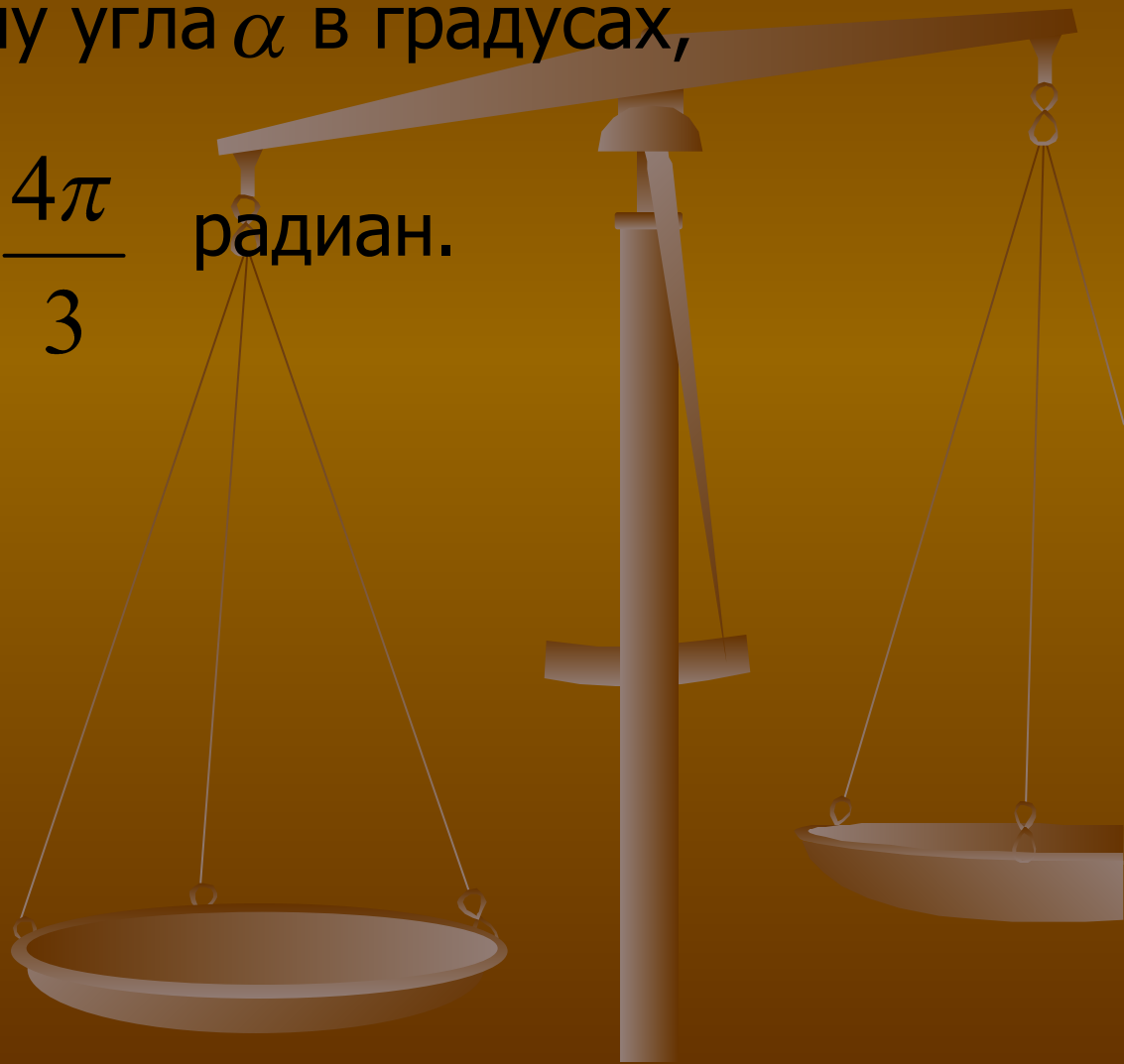
Поэтому  $150^\circ = 150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$  радиан.



# Углы и их измерение - 80

Выразим величину угла  $\alpha$  в градусах,

если  $\alpha = \frac{4\pi}{3}$  радиан.



# Ответ

Так как развернутый угол содержит  $\pi$  радиан,

или  $180^\circ$ , то  $1 \text{ радиан} = \frac{180^\circ}{\pi}$

Поэтому

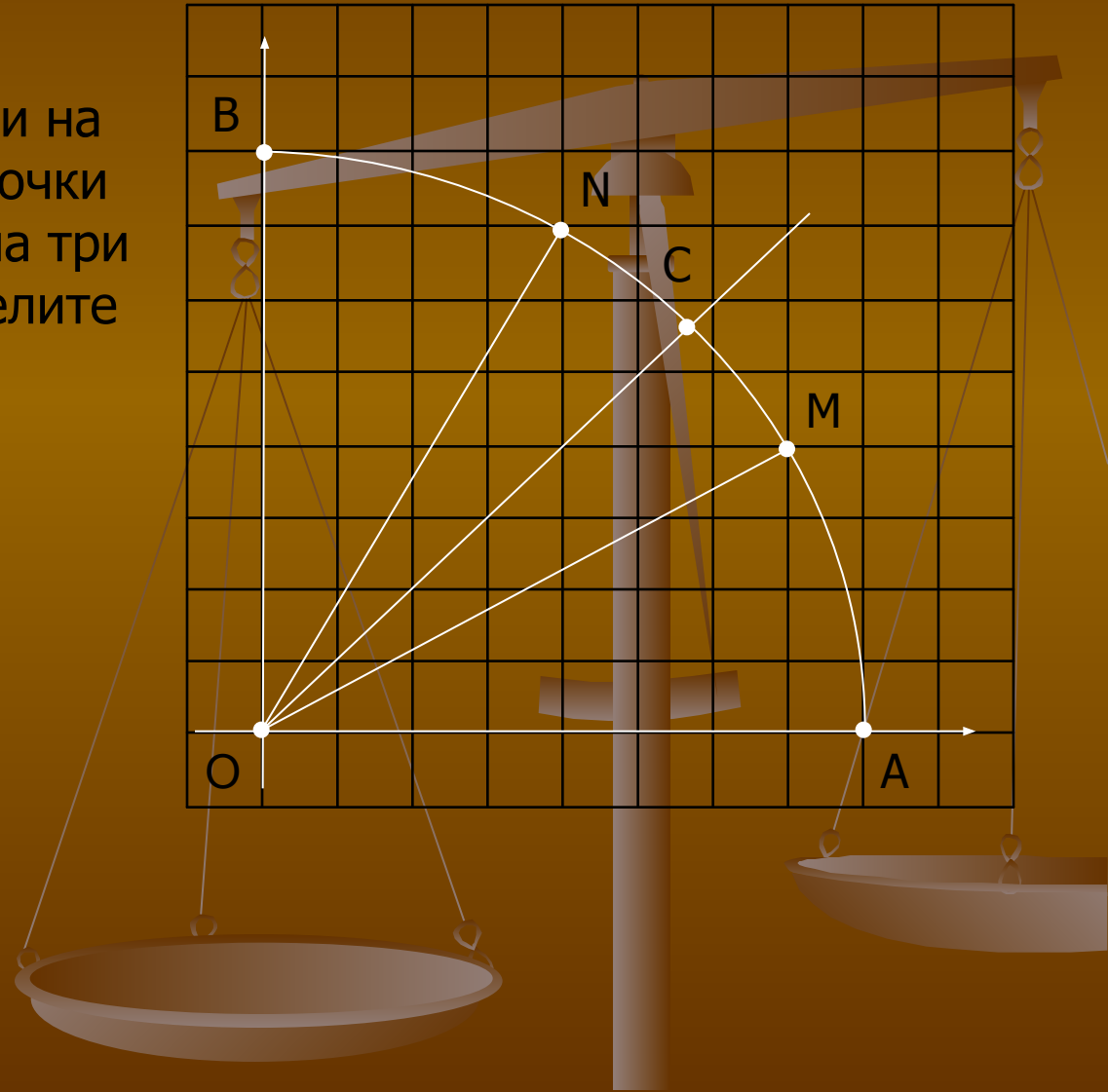
$$\frac{4\pi}{3} \text{ рад} = \frac{4\pi}{3} \times \frac{180^\circ}{\pi} = 240^\circ$$



# Углы и их измерение - 100

Точка С делит дугу АВ единичной окружности на две равные части, а точки М и N делят дугу АВ на три равные части. Определите величину угла:

1. АОС в градусах
2. АОН в радианах





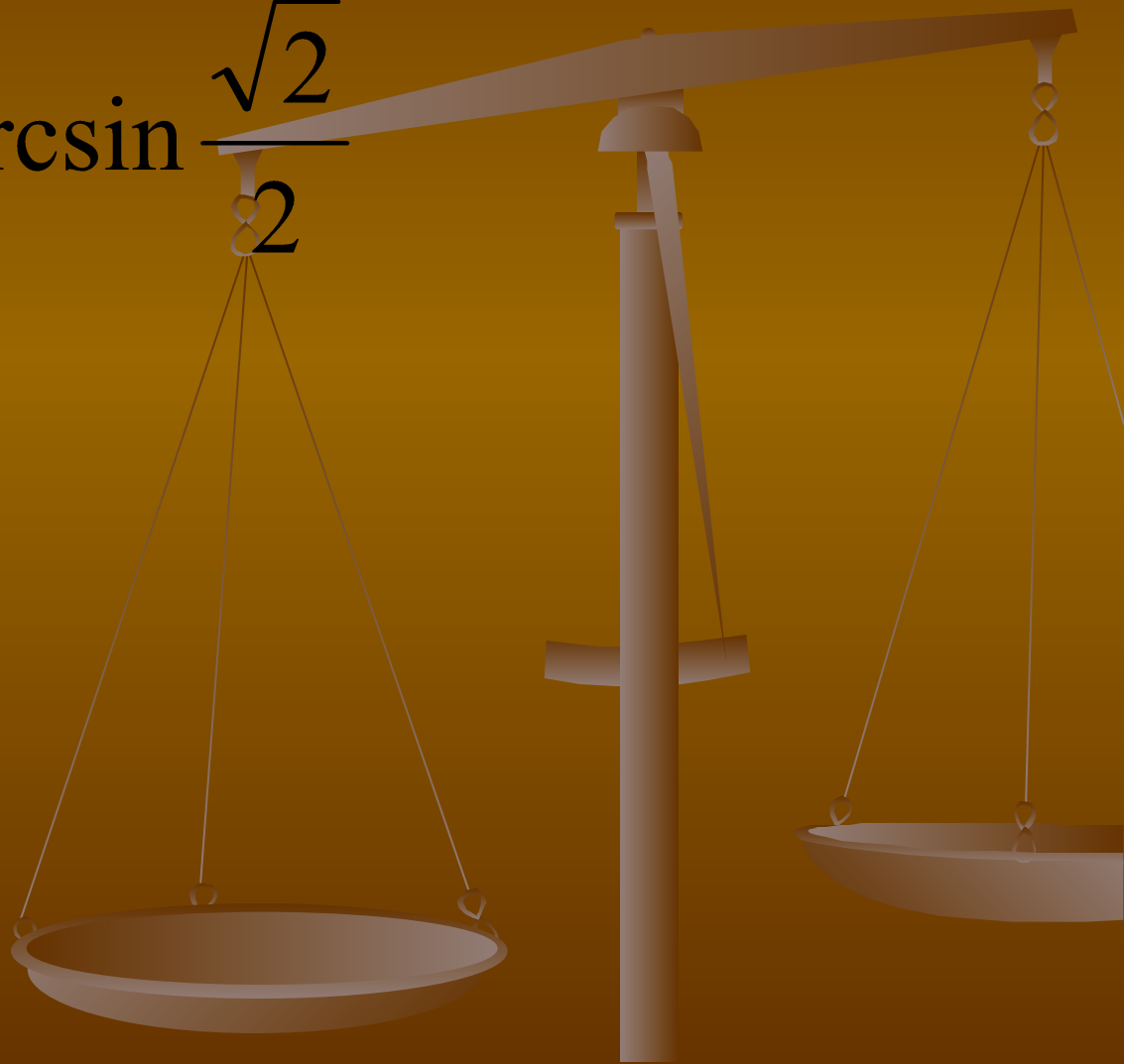
# Ответ

1.  $45^\circ$
2.  $\frac{\pi}{3}$ .



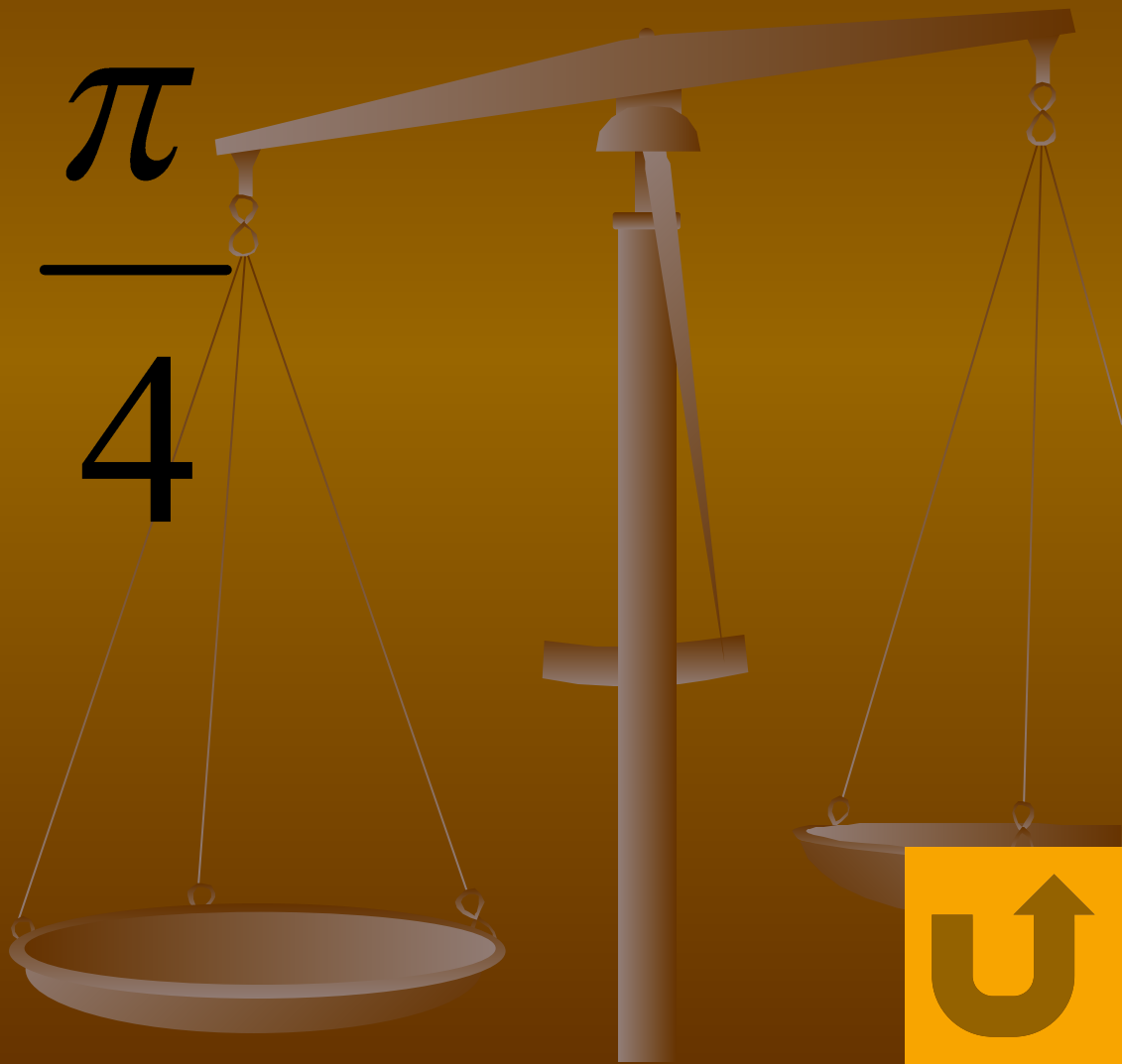
# Вычисления - 20

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$$



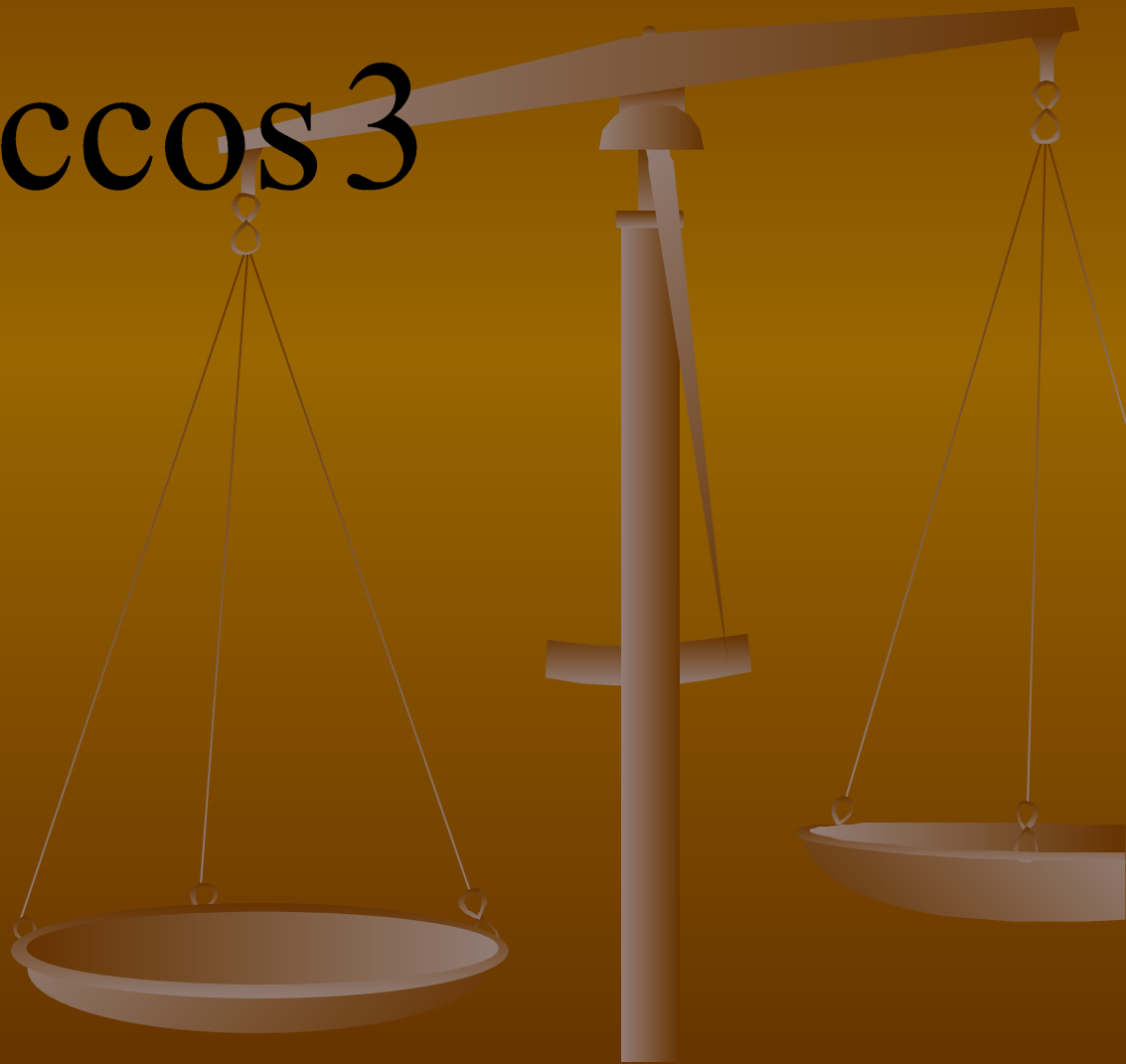
Ответ

$$\frac{\pi}{4}$$



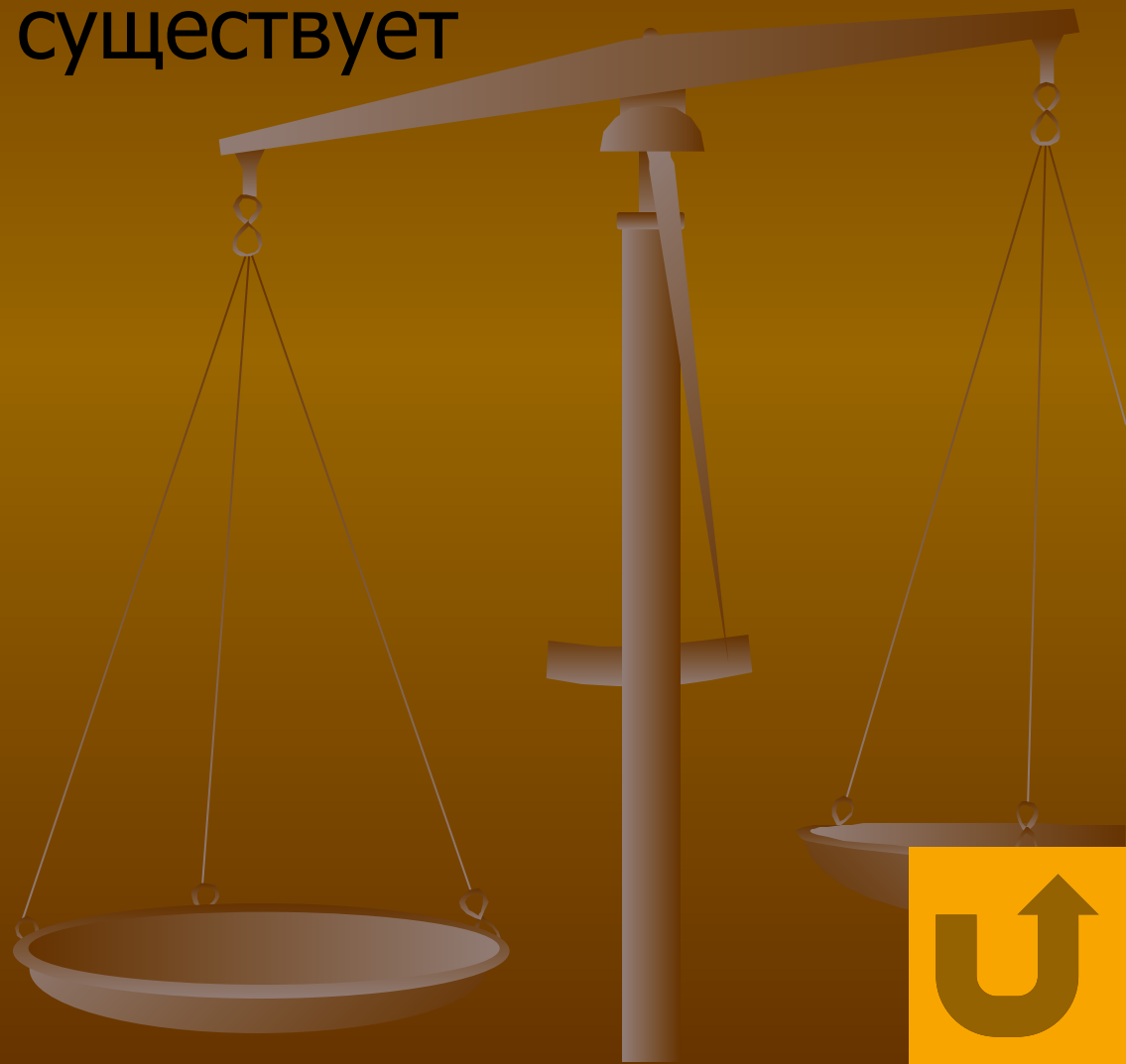
# Вычисления - 40

$\arccos 3$



Ответ

Не существует

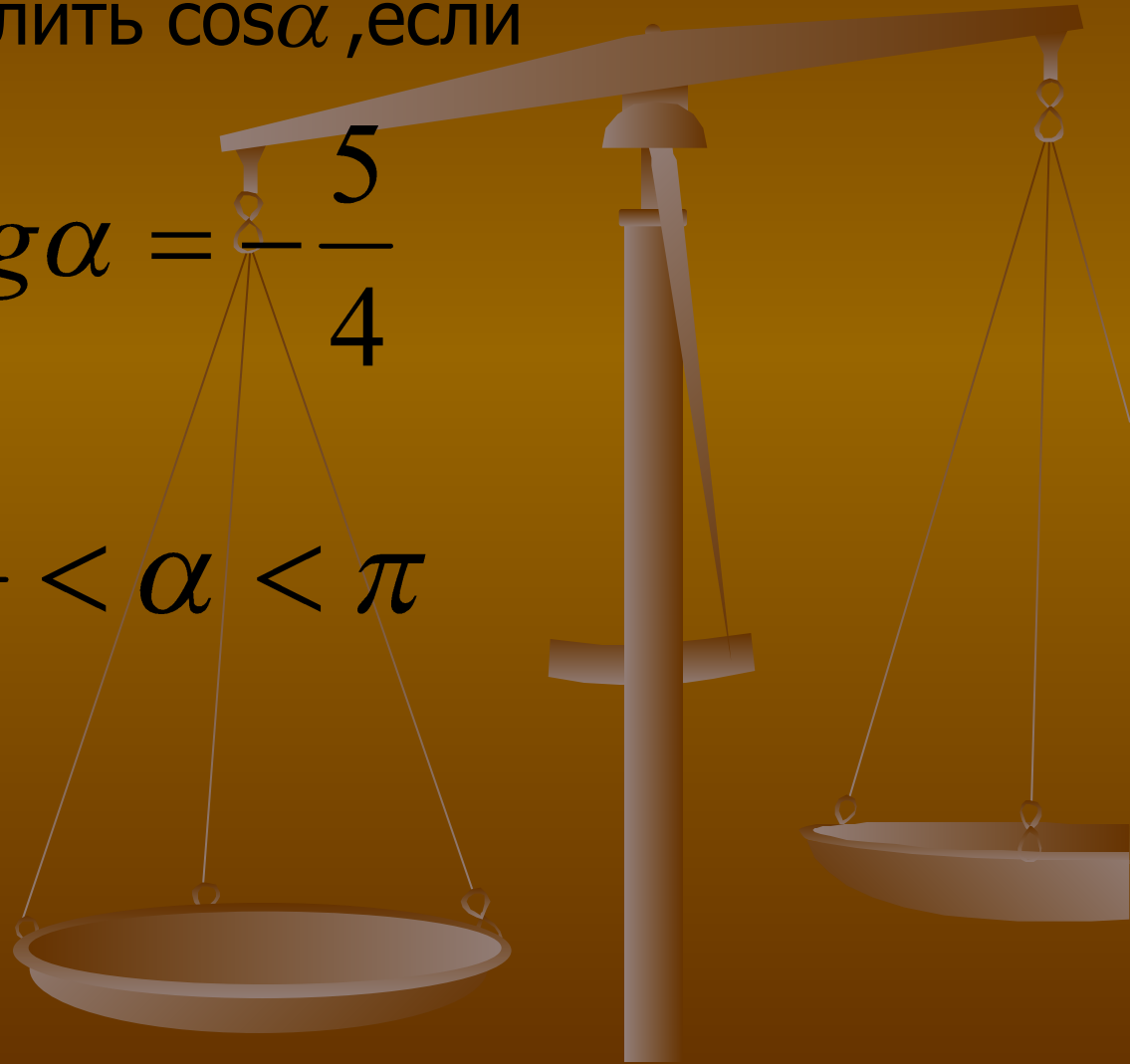


# Вычисления - 60

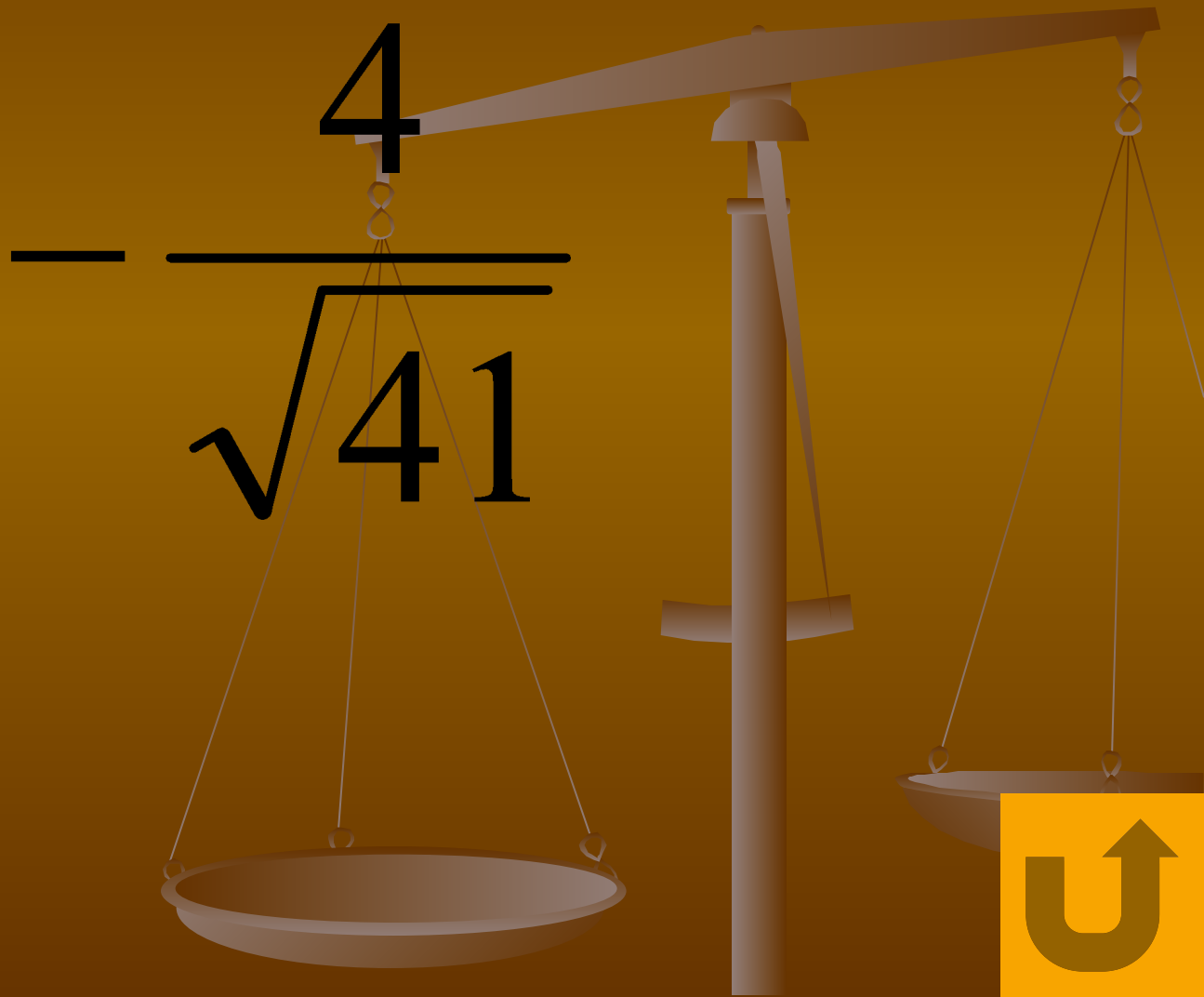
Вычислить  $\cos \alpha$ , если

$$\operatorname{tg} \alpha = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$



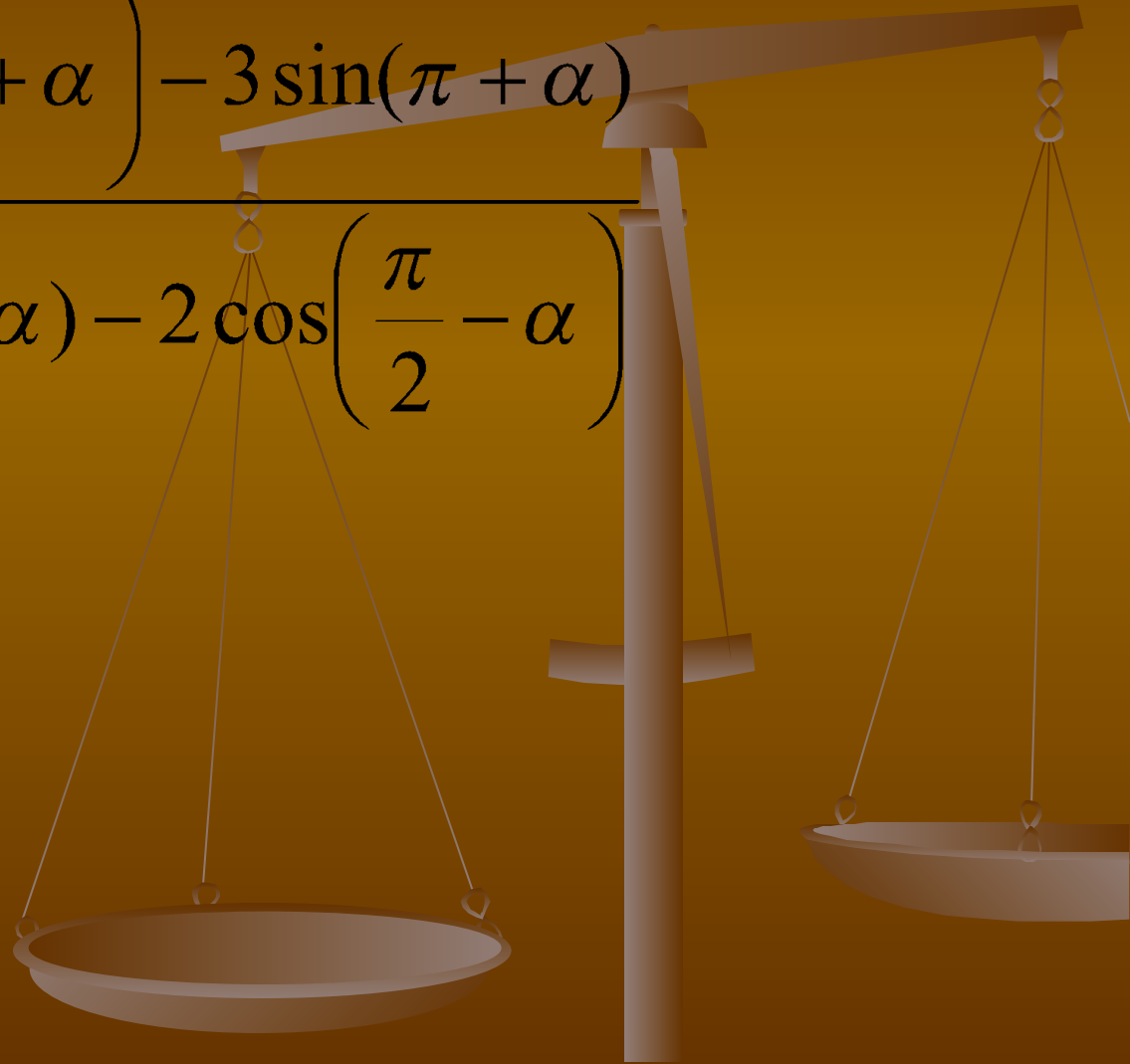
ОТВЕТ



# Вычисления - 80

$$c = \frac{2 \sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 3 \sin(\pi + \alpha)}{3 \cos(\pi - \alpha) - 2 \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$$

если  $\operatorname{tg} \alpha = 4$





# Ответ

$$c = \frac{-2 \cos \alpha + 3 \sin \alpha}{-3 \cos \alpha - 2 \sin \alpha}$$

Так как  $\operatorname{tg} \alpha = 4$ , то  $\cos \alpha \neq 0$ . Разделим числитель и знаменатель дроби на  $\cos \alpha$ :

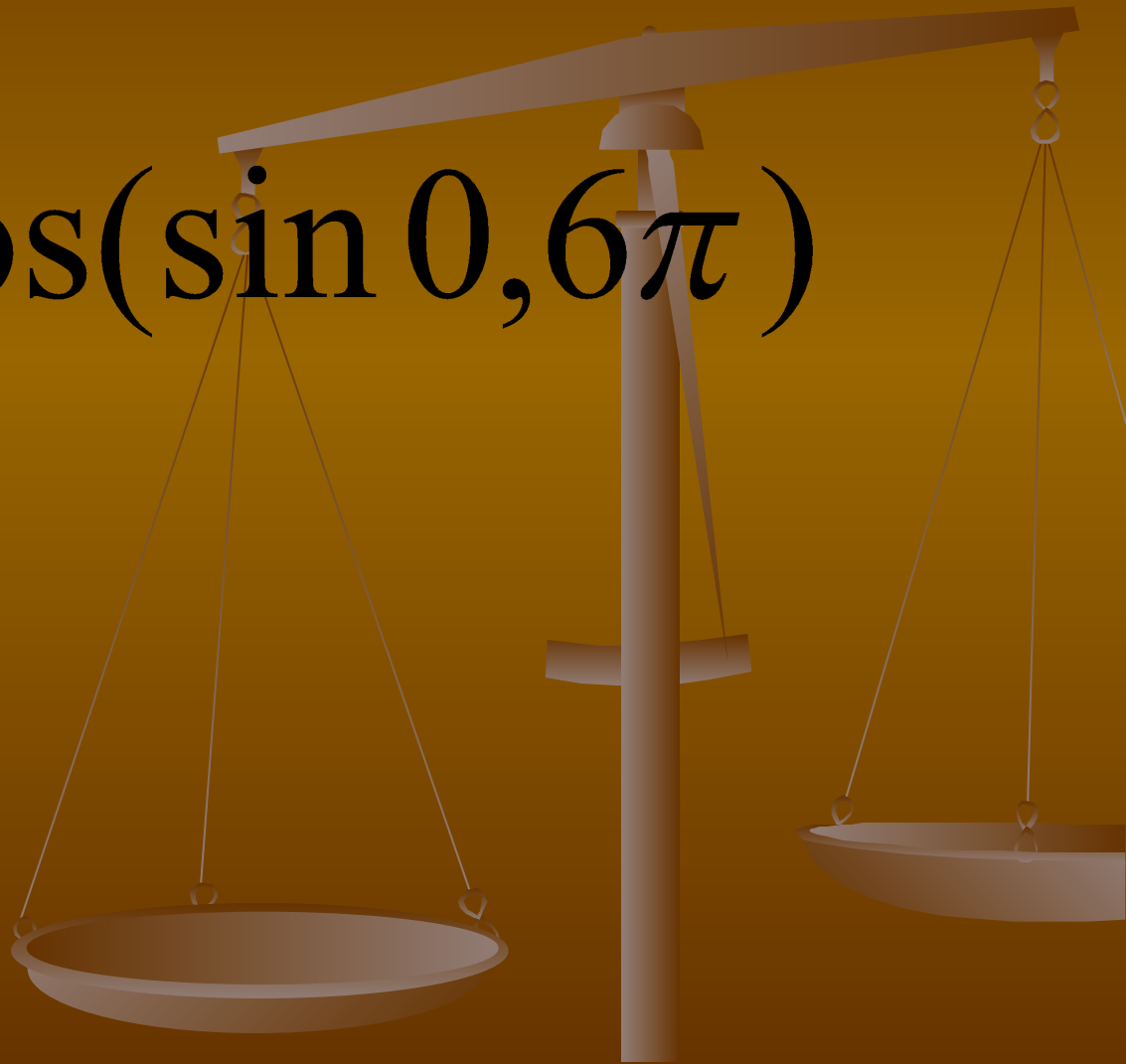
$$\tilde{n} = \frac{-2 + 3 \operatorname{tg} \alpha}{-3 - 2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{-2 + 3 \times 4}{-3 - 2 \times 4} = -\frac{10}{11}$$

Ответ:  $-\frac{10}{11}$



# Вычисления -100

$$\arccos(\sin 0,6\pi)$$



# Ответ

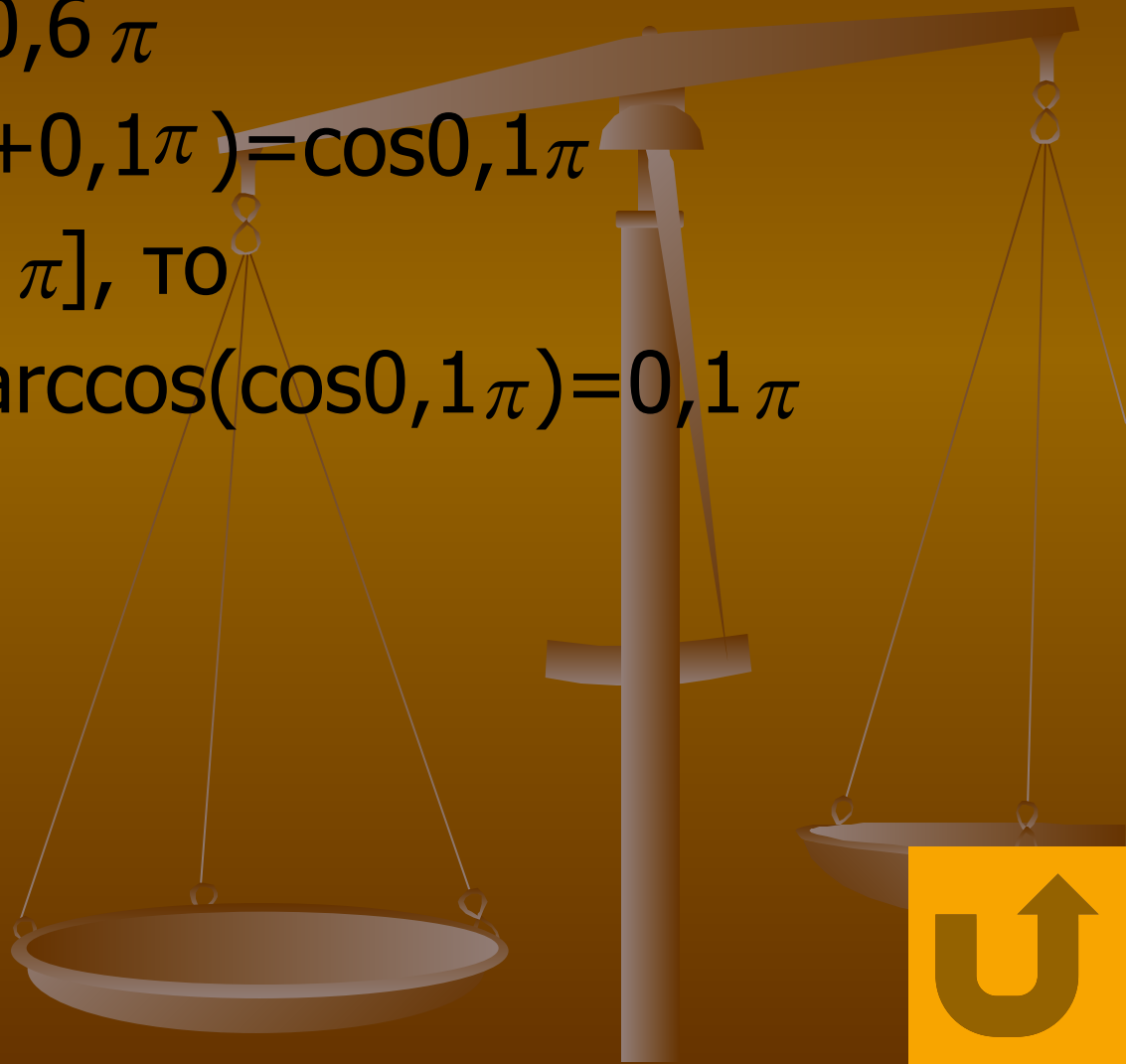
Преобразуем  $\sin 0,6 \pi$

$$\sin 0,6 \pi = \sin(0,5 \pi + 0,1 \pi) = \cos 0,1 \pi$$

Так как  $0,1 \pi \in [0; \pi]$ , то

$$\arccos(\sin 0,6 \pi) = \arccos(\cos 0,1 \pi) = 0,1 \pi$$

Ответ:  $0,1 \pi$



# 2 тур

3 тур

Темы	Стоимость вопроса				
Расскажи, мне расскажи	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>
Исследование тригонометрических функций	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>
Формулы	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>
Проще простого	<u>50</u>	<u>100</u>	<u>150</u>	<u>200</u>	<u>250</u>

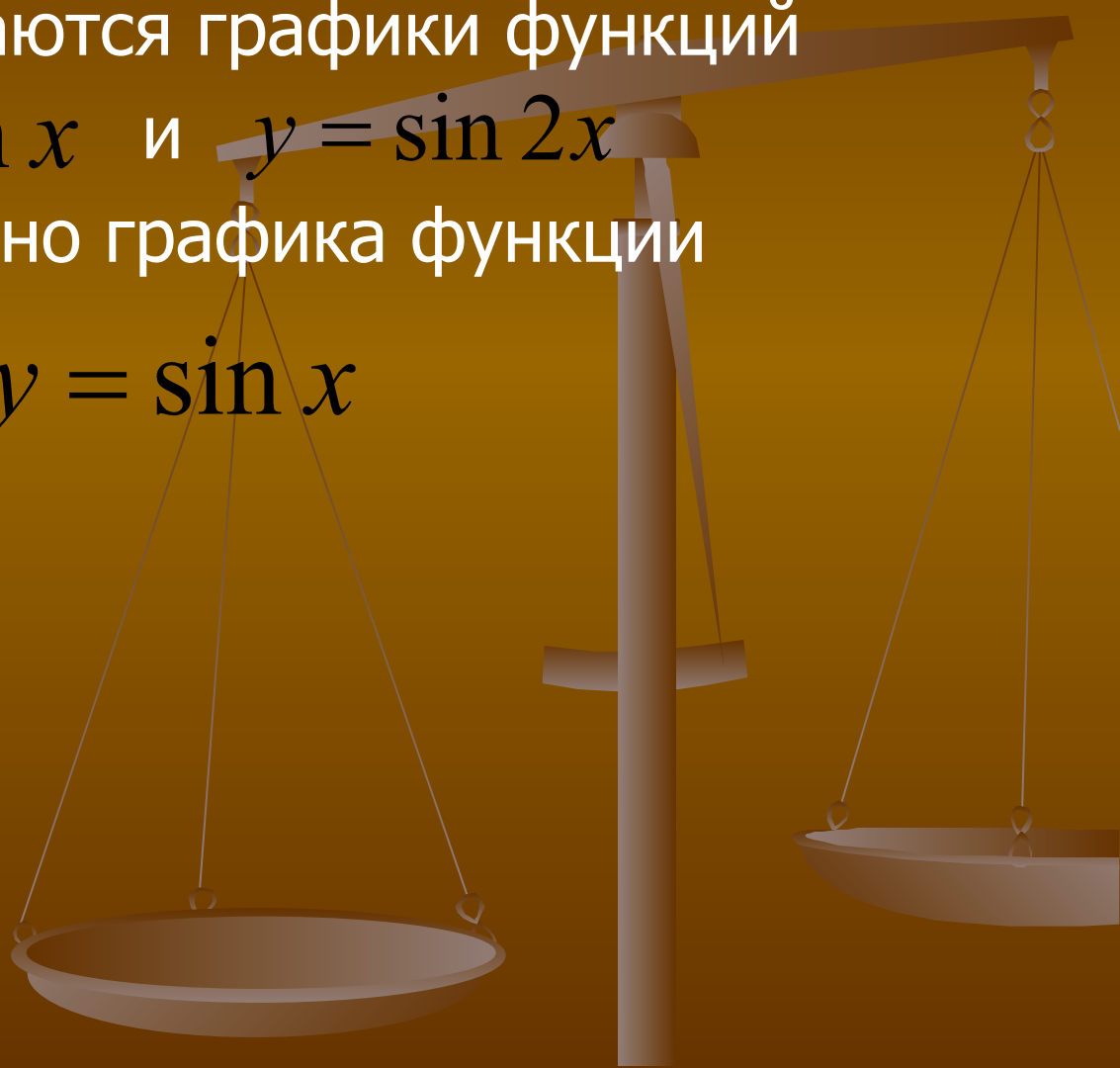
# Расскажи мне, Расскажи - 50

Как располагаются графики функций

$$y = 2 \sin x \quad \text{и} \quad y = \sin 2x$$

относительно графика функции

$$y = \sin x$$



# Ответ

График функции  $y = 2 \sin x$  получается из графика функции  $y = \sin x$  путем его растягивания в 2 раза вдоль оси Oy.

График функции  $y = \sin 2x$  получается из графика функции  $y = \sin x$  путем его сжатия в 2 раза вдоль оси Ox.



# Расскажи мне, расскажи - 100

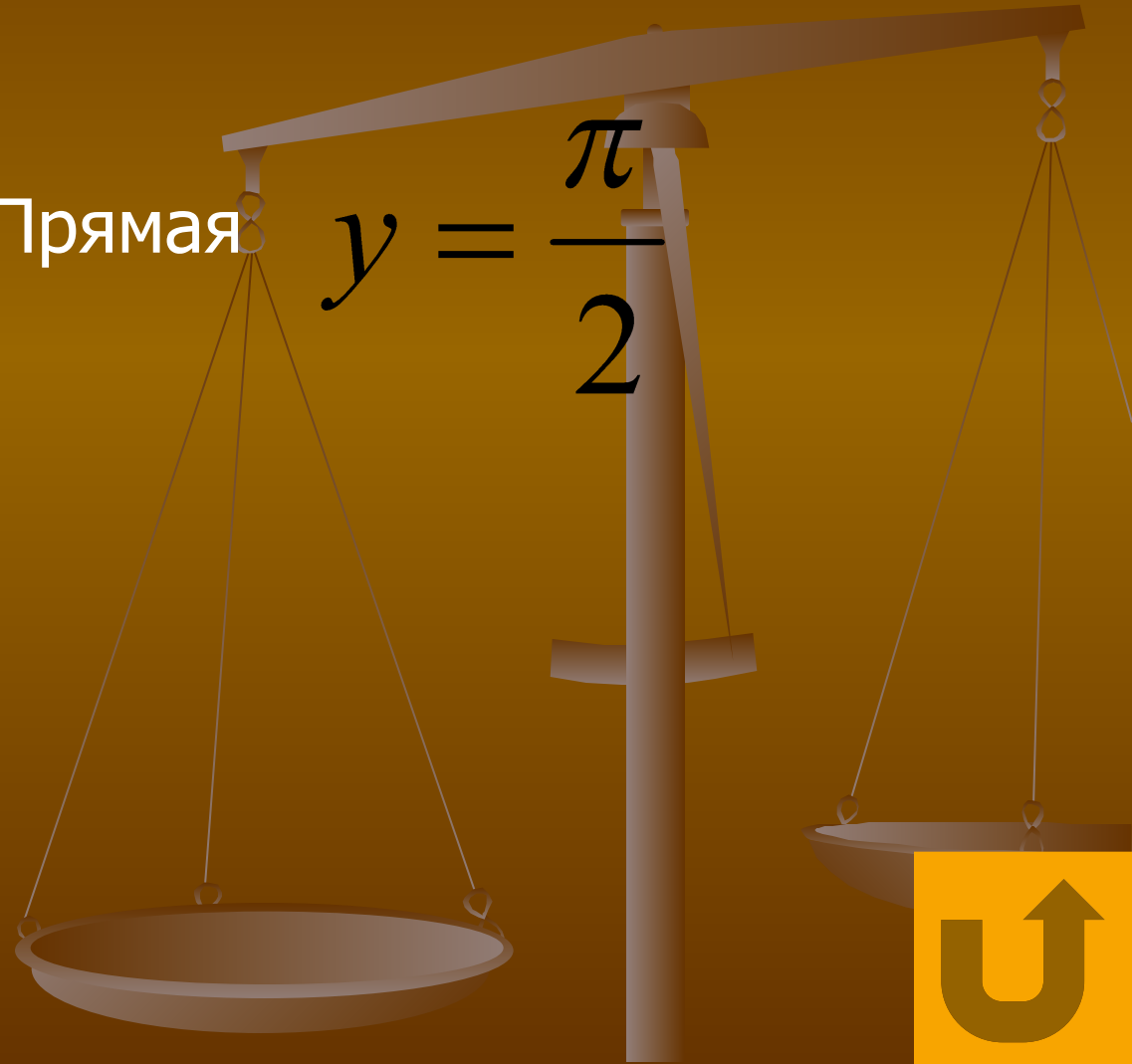
Графиком функции  
 $y = \operatorname{arctg}x + \operatorname{arcctg}x$   
является



# Ответ

Прямая

$$y = \frac{\pi}{2}$$





# Расскажи мне, Расскажи - 150

Расскажите как построить график  
функции

$$y = \sin(\arcsin x)$$



# Ответ

Нужно применить тождество  $\sin(\arcsin x) = x$ , которое справедливо в естественной области определения.

Графиком функции  $y = \sin(\arcsin x)$  является отрезок прямой, заданный уравнением  $y = x$ , при  $x \in [-1; 1]$



# Расскажи мне, Расскажи - 200

Графиком функции  
 $y = \arcsin x + \arccos x$   
служит

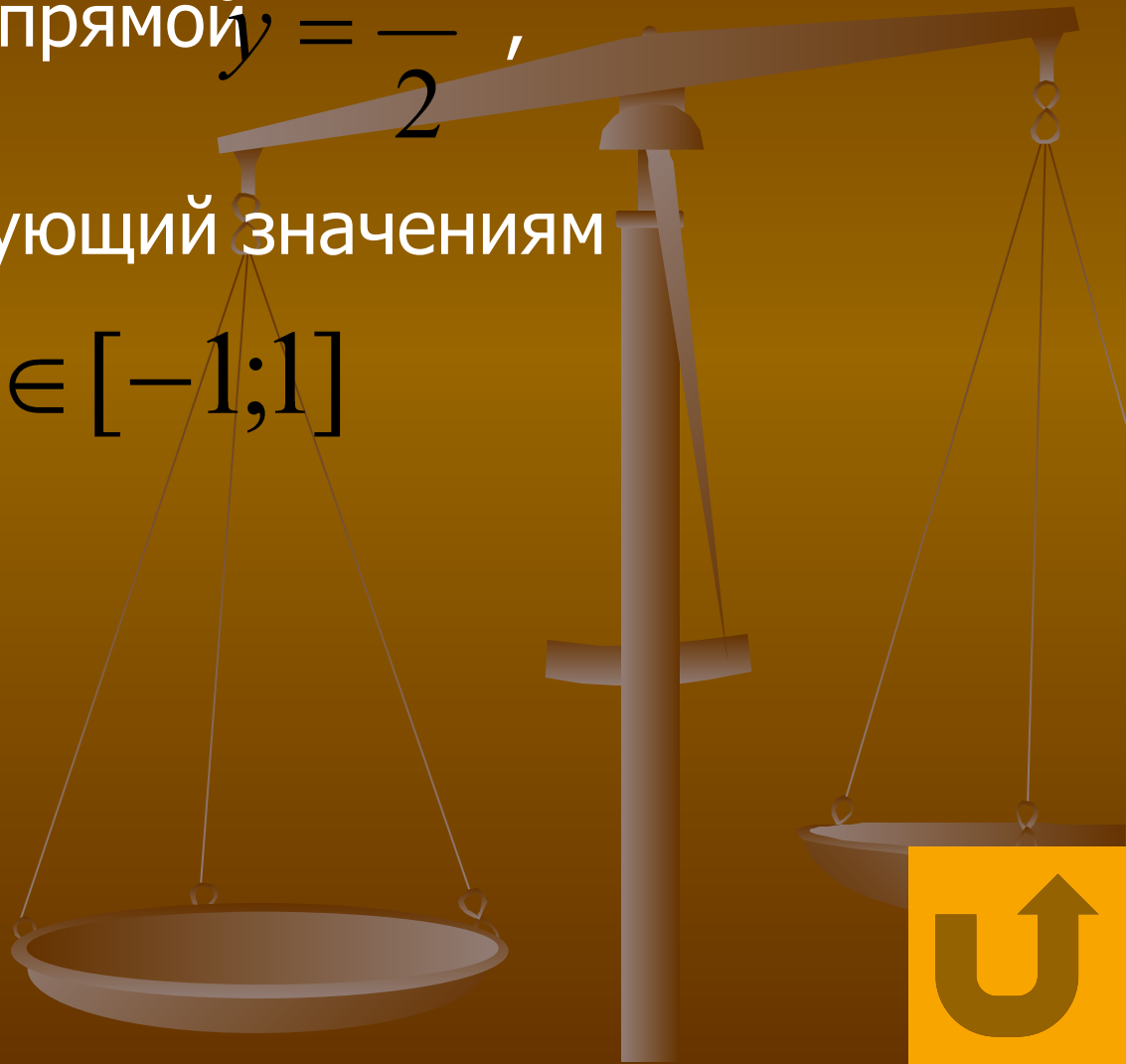


# Ответ

Отрезок прямой  $y = \frac{\pi}{2}$ ,

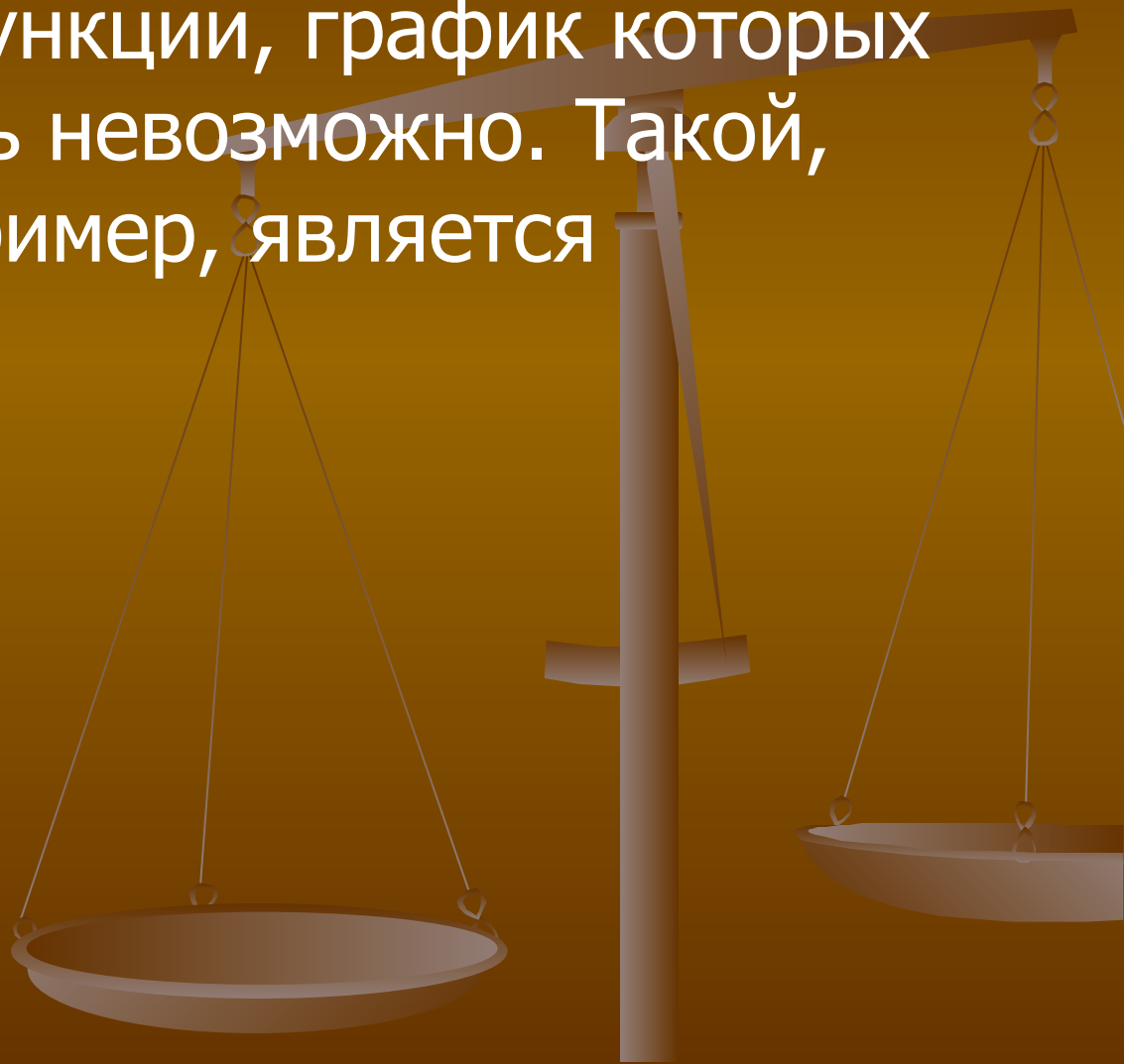
соответствующий значениям

$$x \in [-1; 1]$$



# Расскажи мне, Расскажи - 250

Существуют функции, график которых изобразить невозможно. Такой, например, является



# Ответ

Функция Дирихле, определенная следующим образом

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x \text{ — рациональное число} \\ 0, & \text{если } x \text{ — иррациональное число} \end{cases}$$



# Исследование тригонометрических функций - 50

Именно для этих действительных чисел определена функция

$$y = \frac{\sin x}{x}$$



# Ответ

Для всех действительных  $x$  ,  
кроме  $x = 0$





# Исследование тригонометрических функций - 100

Найдите множество значений функции

$$y = 3 \cos \left( x + \frac{\pi}{4} \right)$$



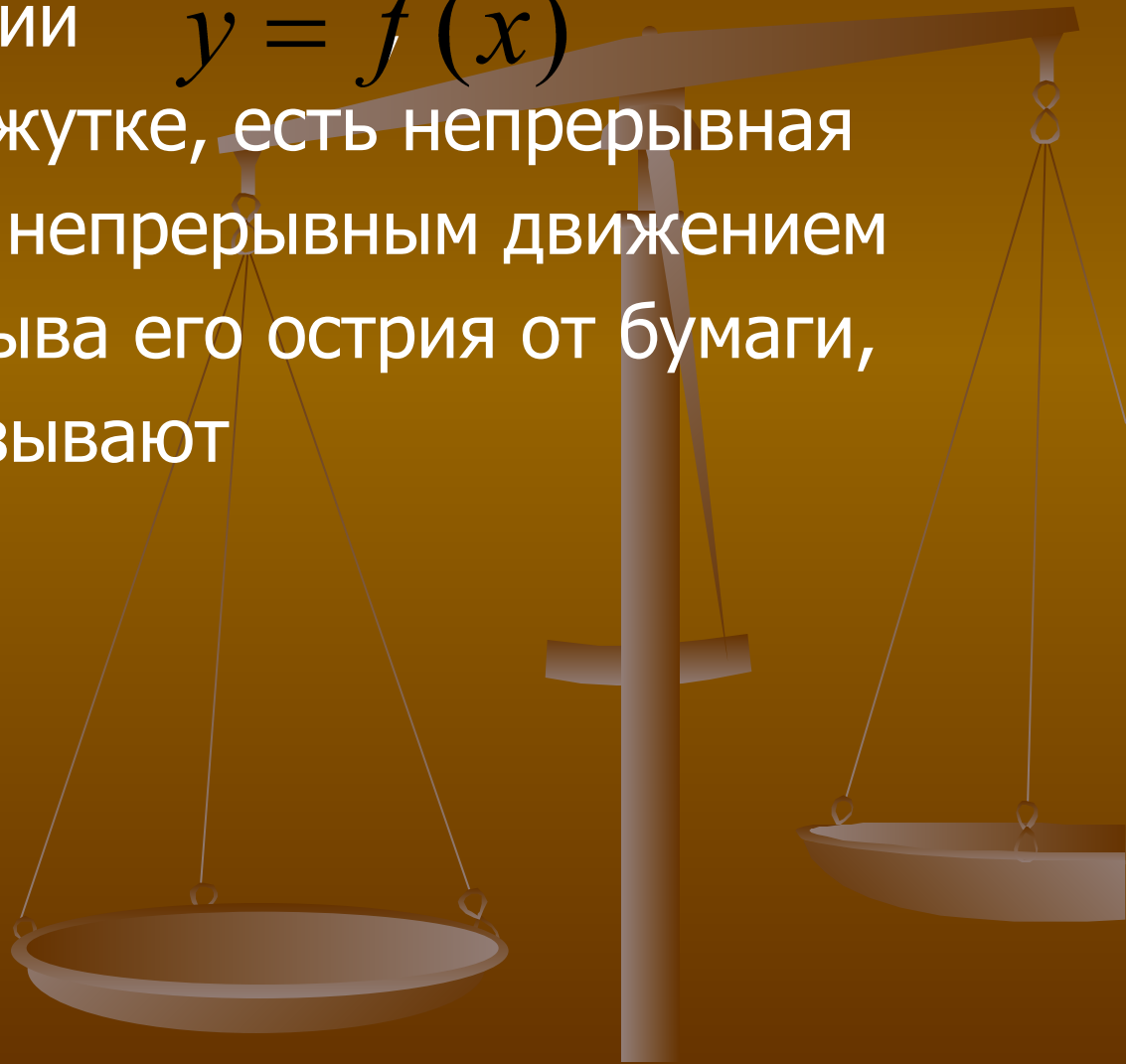
ОТВЕТ

$[-3;3]$



# Исследование тригонометрических функций - 150

Если график функции  $y = f(x)$  заданной на промежутке, есть непрерывная линия, полученная непрерывным движением карандаша без отрыва его острия от бумаги, то эту функцию называют



# Ответ

Непрерывной на этом промежутке



# Исследование тригонометрических функций - 200

С помощью этих основных элементарных функций  $f(x)$   $g(x)$  задана сложная функция

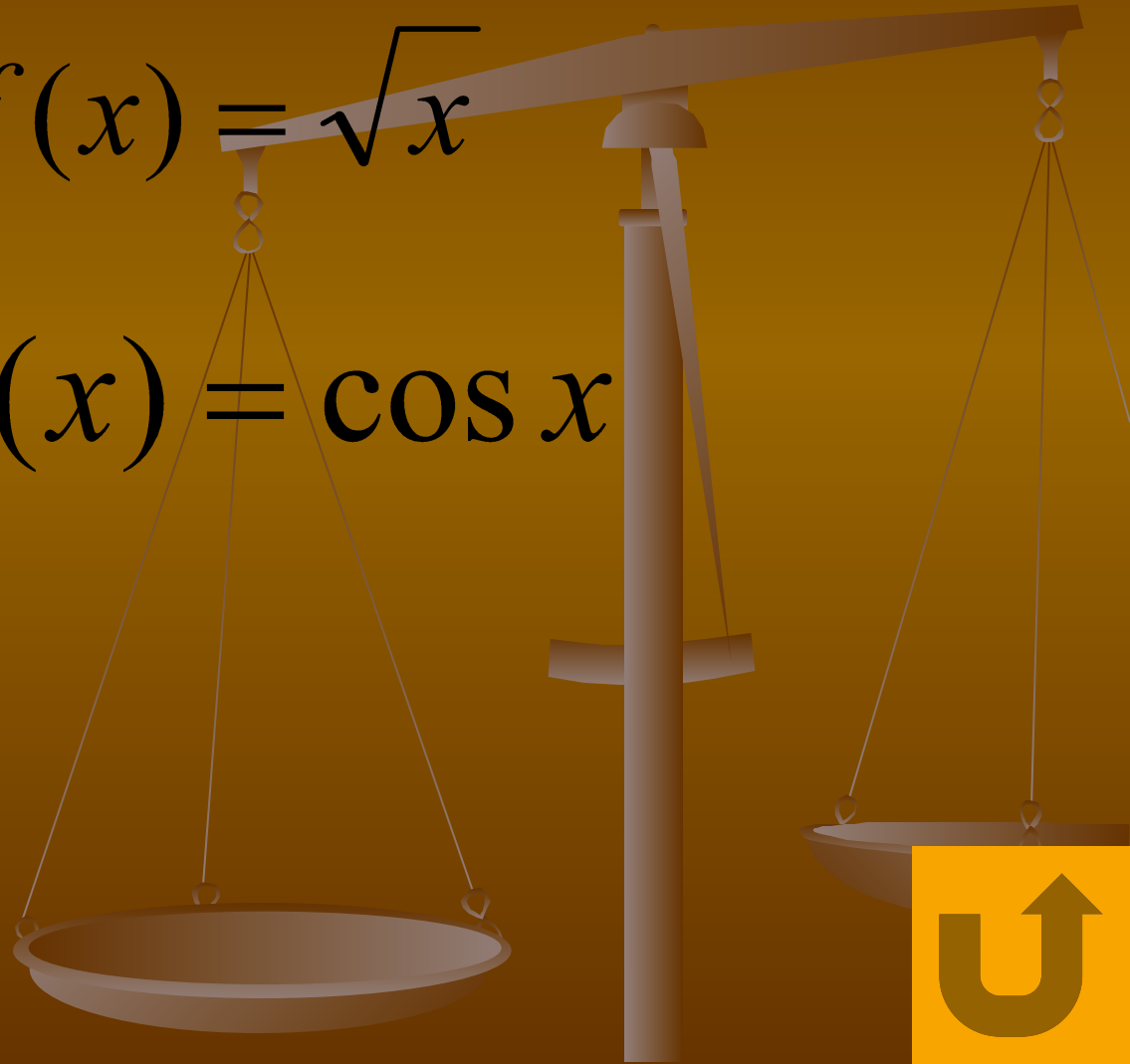
$$f(g(x)) = \sqrt{\cos(x)}$$



ОТВЕТ

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \cos x$$

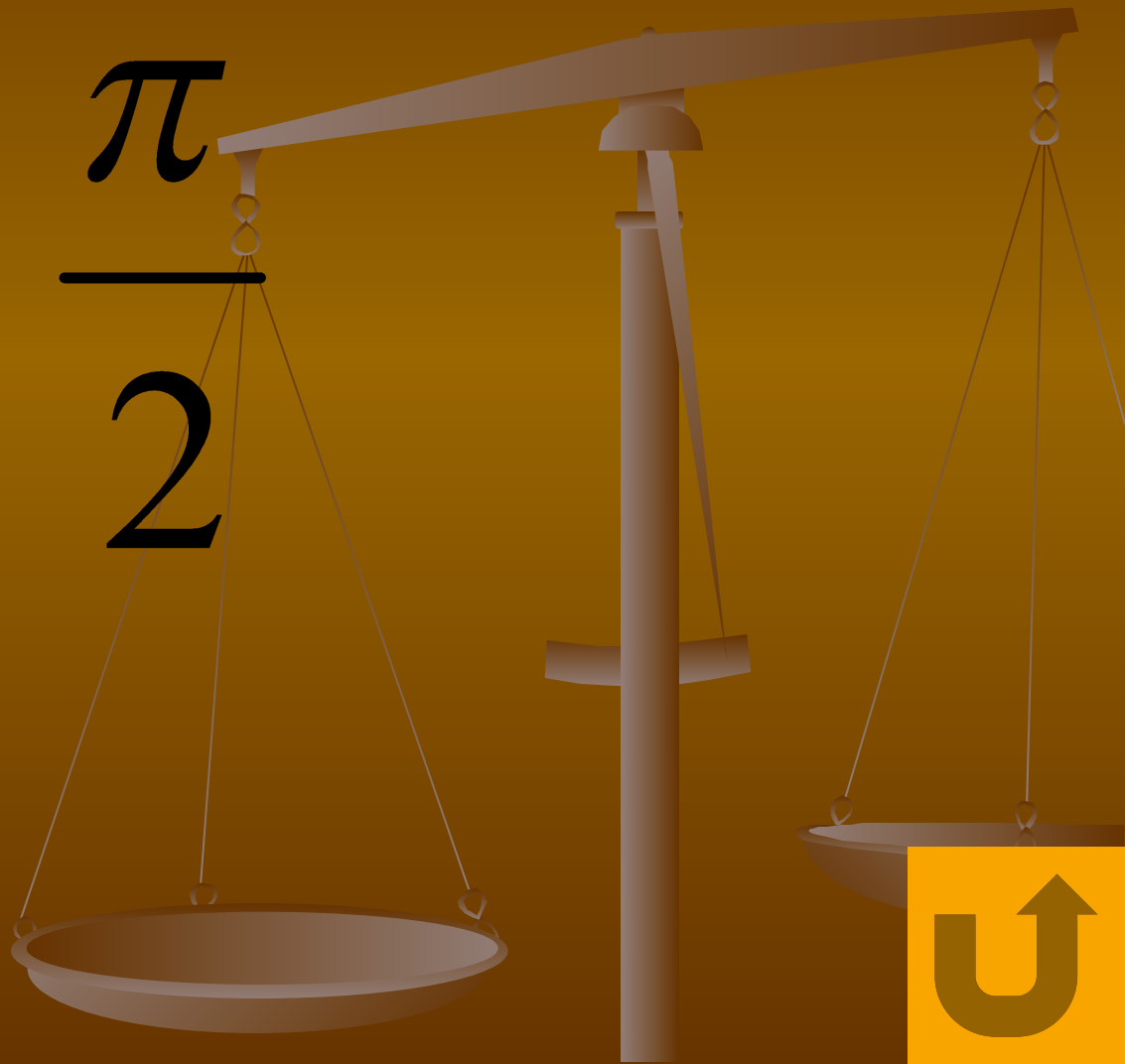


# Исследование тригонометрических функций - 250

Наименьший положительный период функции  $y = \sin^2 2x$  равен



Ответ



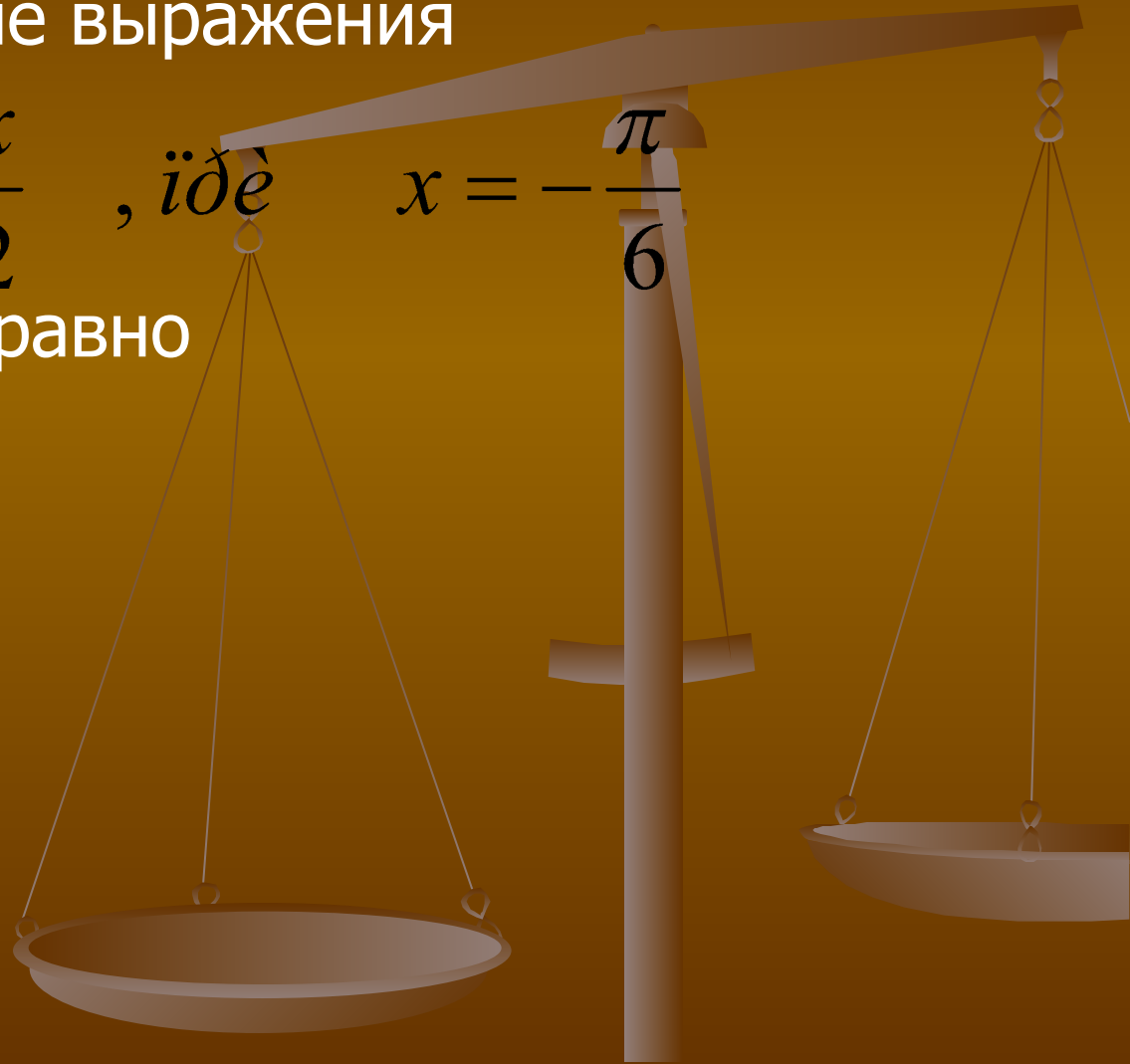


# Формулы - 50

Значение выражения

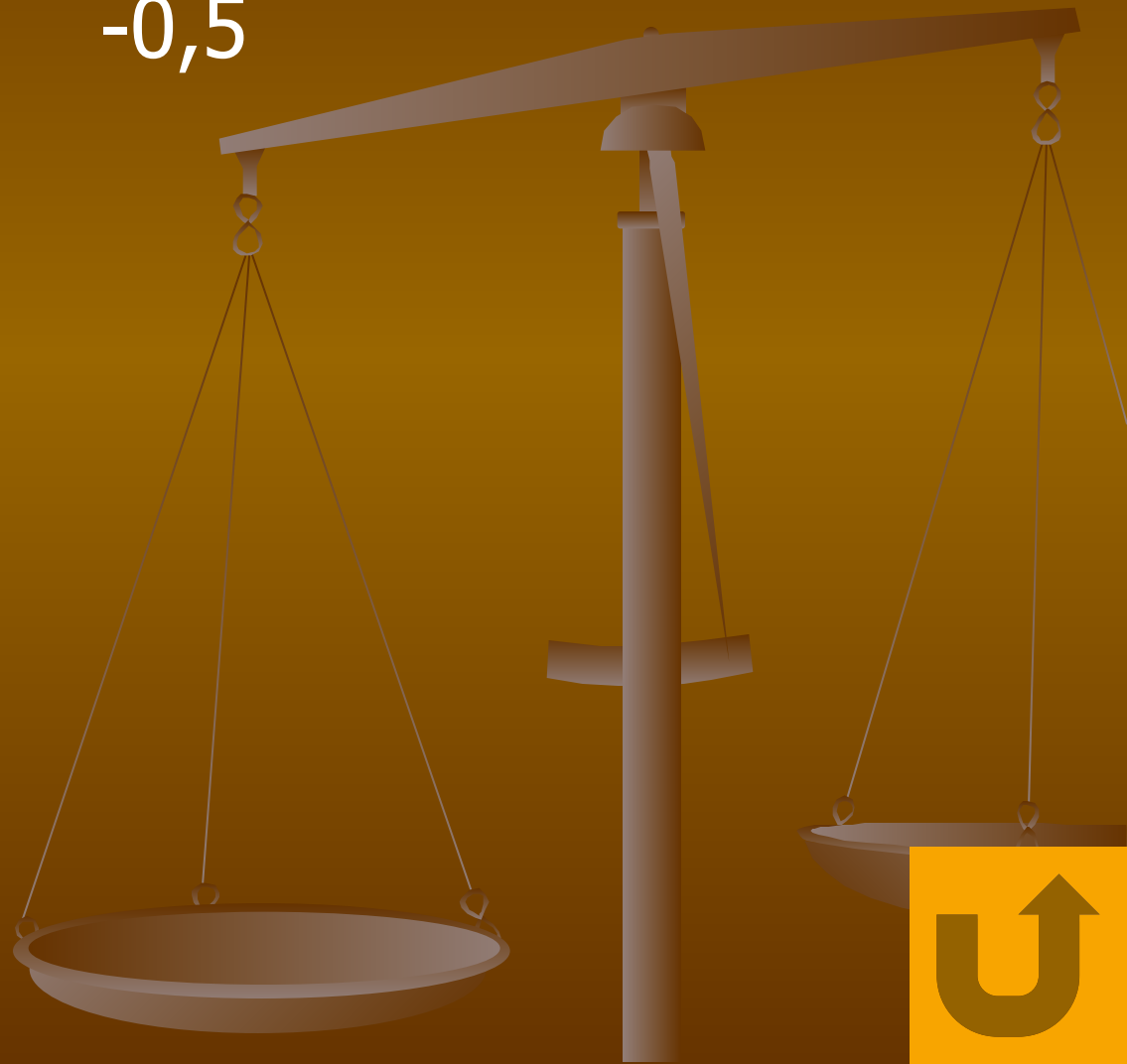
$$2 \sin \frac{x}{2} \times \cos \frac{x}{2}, \text{ где } x = -\frac{\pi}{6}$$

равно



Ответ

-0,5

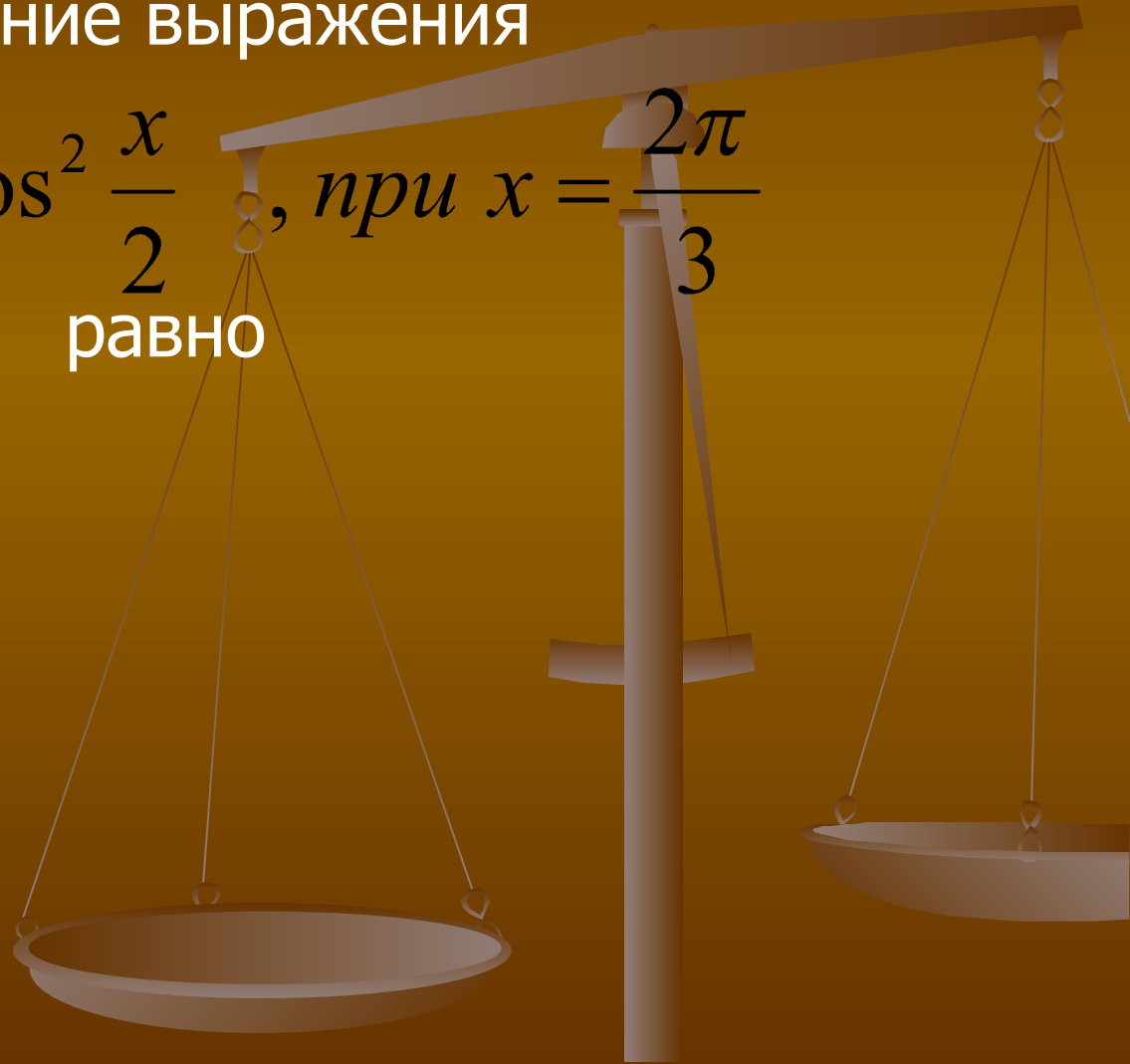


# Формулы -100

Значение выражения

$$\sin^2 \frac{x}{2} - \cos^2 \frac{x}{2}, \text{ при } x = \frac{2\pi}{3}$$

равно



ОТВЕТ

0,5



# Формулы - 150

Найдите значение выражения

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right), \text{ при } x = \pi$$



Ответ

0



# Формулы - 200

Найдите значение выражения

$$3 - 6 \sin^2 \frac{x}{2}, \text{ если } \cos x = \frac{1}{3}$$



# Ответ

1





# Формулы - 250

Значение выражения

$$\frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{8}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{8}}$$

равно



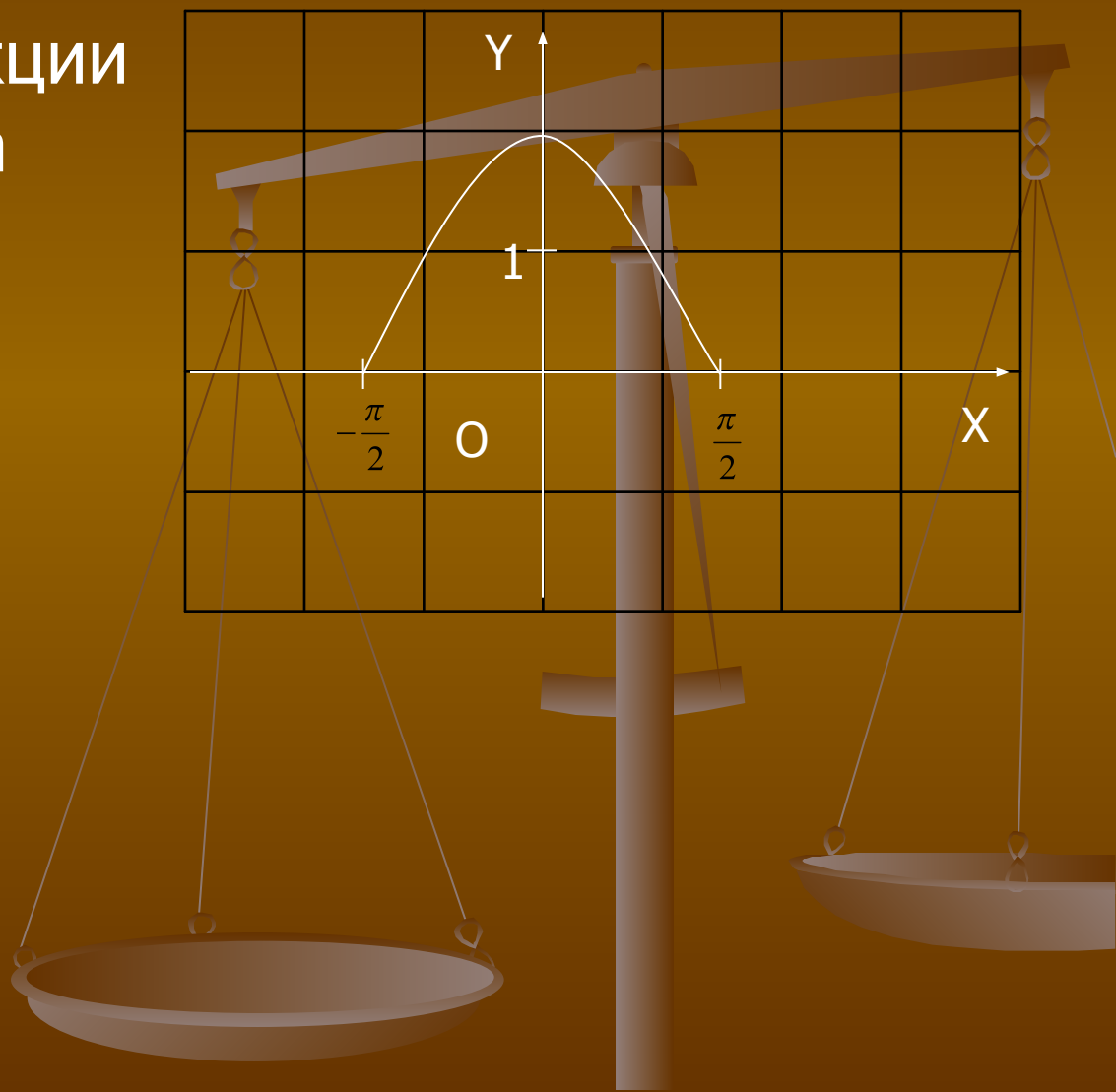
ОТВЕТ

0,5



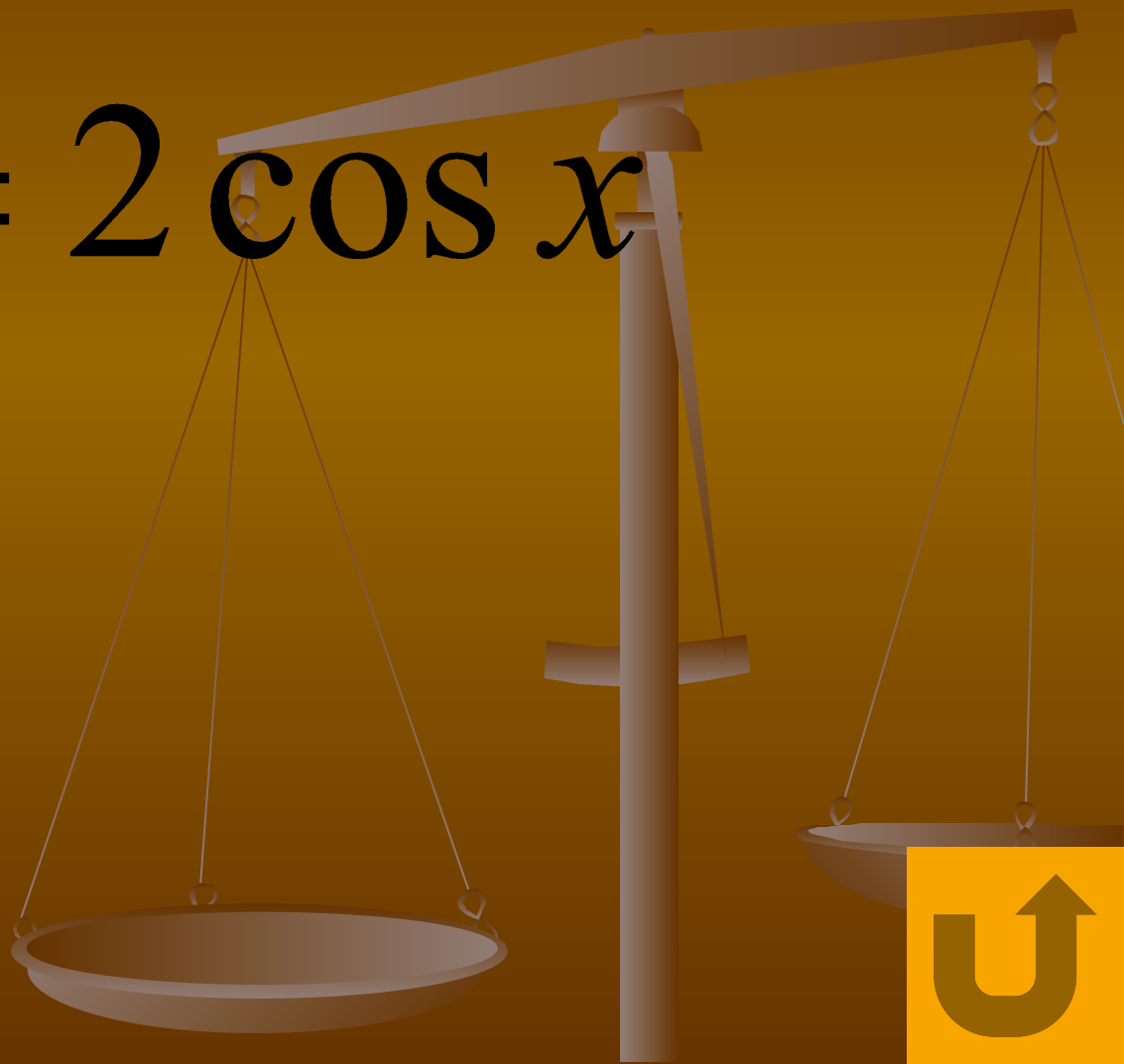
# Проще простого - 50

График какой функции  
изображен на  
рисунке



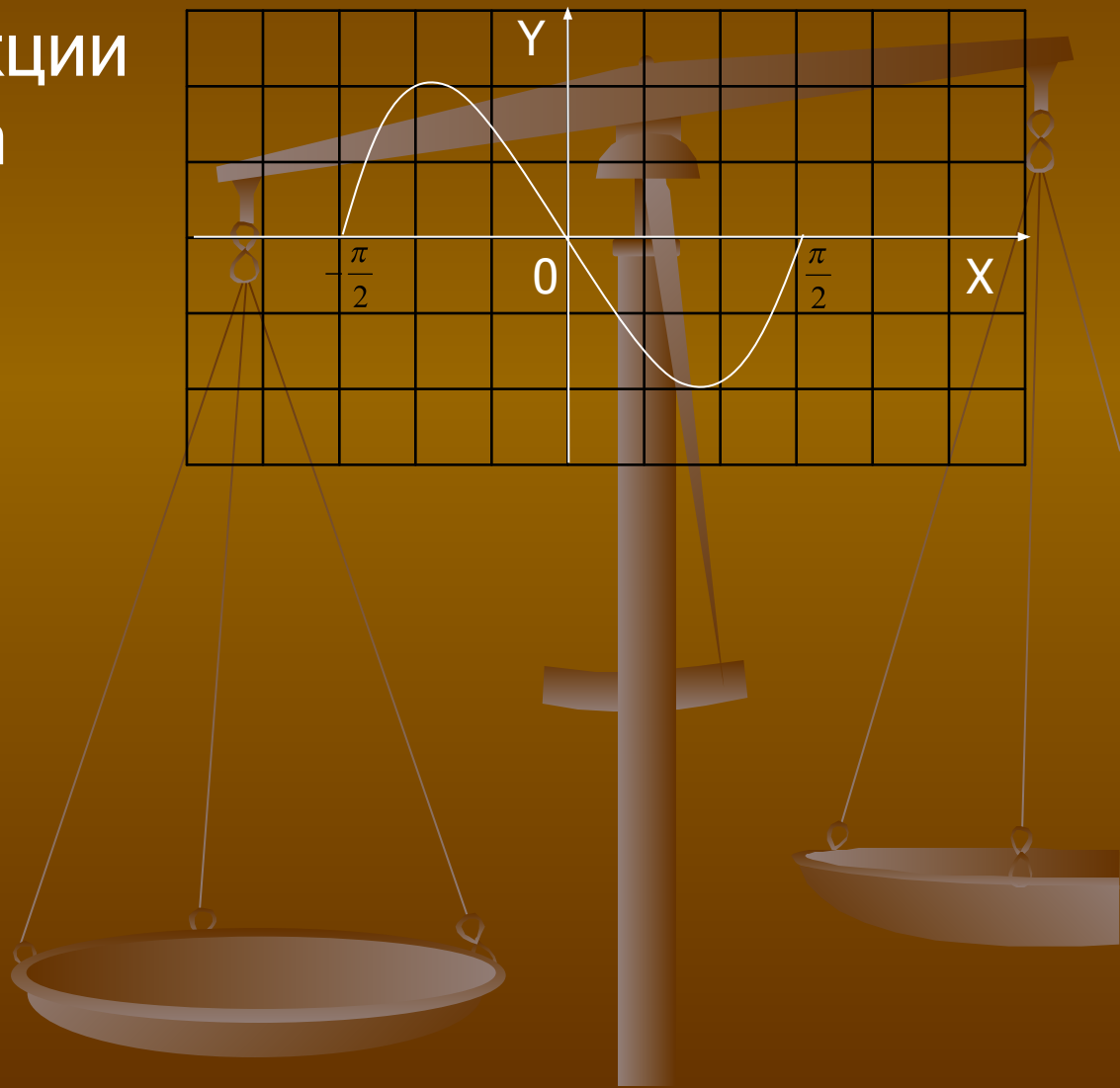
ОТВЕТ

$$y = 2 \cos x$$



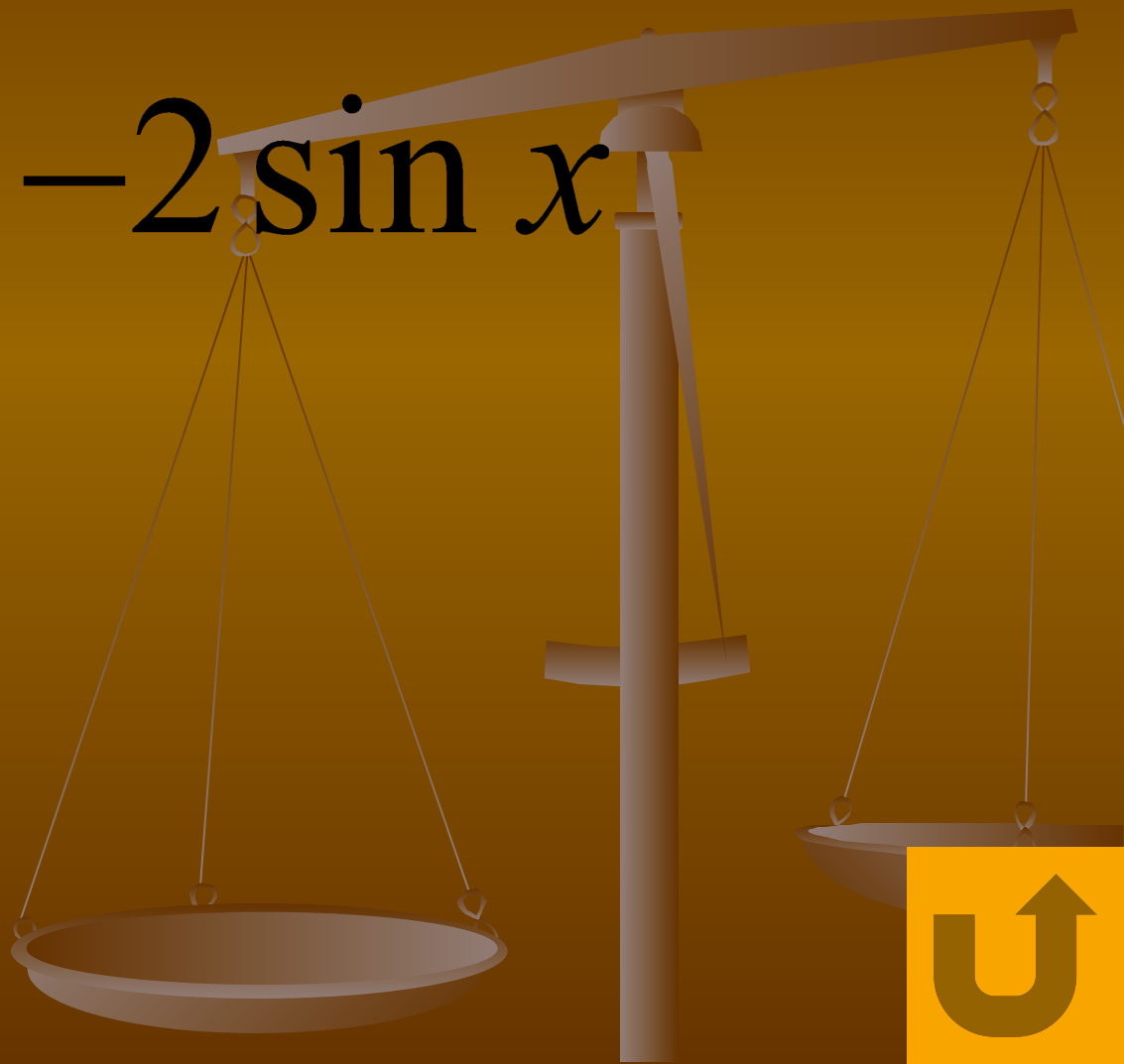
# Проще простого - 100

График какой функции  
изображен на  
рисунке



ОТВЕТ

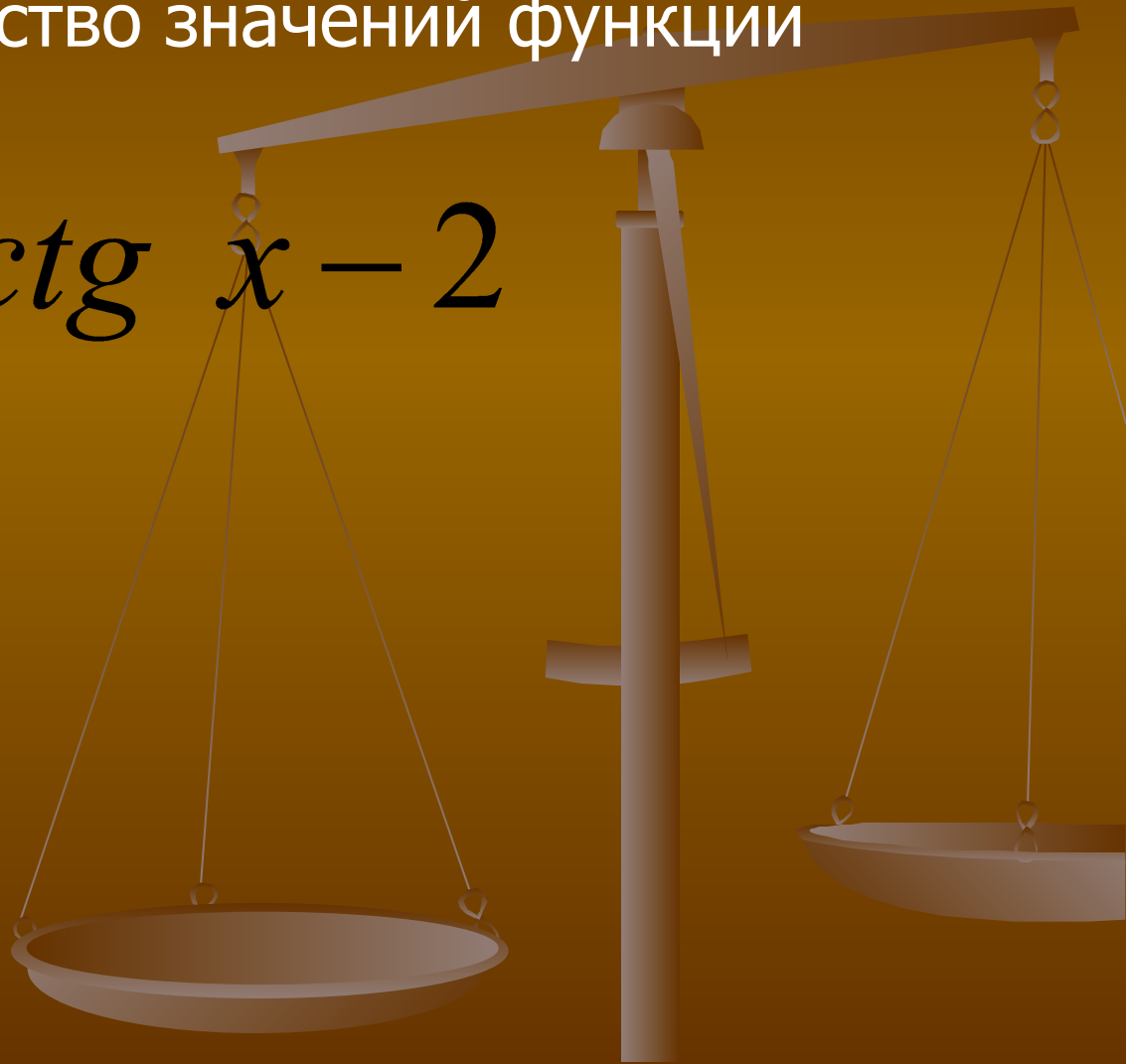
$$y = -2 \sin x$$



# Проще простого - 150

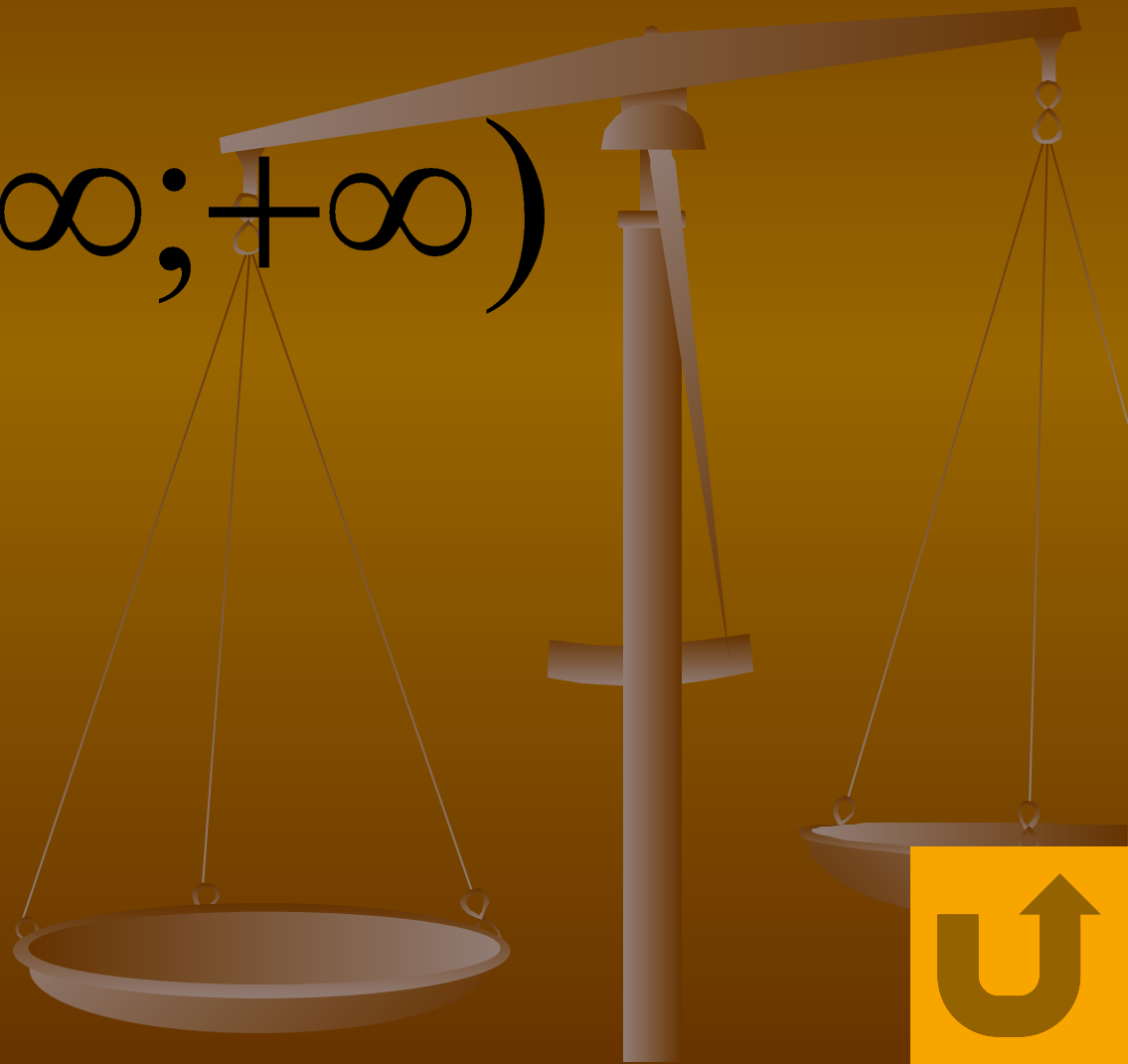
Укажите множество значений функции

$$y = \operatorname{ctg} x - 2$$



Ответ

$(-\infty; +\infty)$





# Проще простого - 200

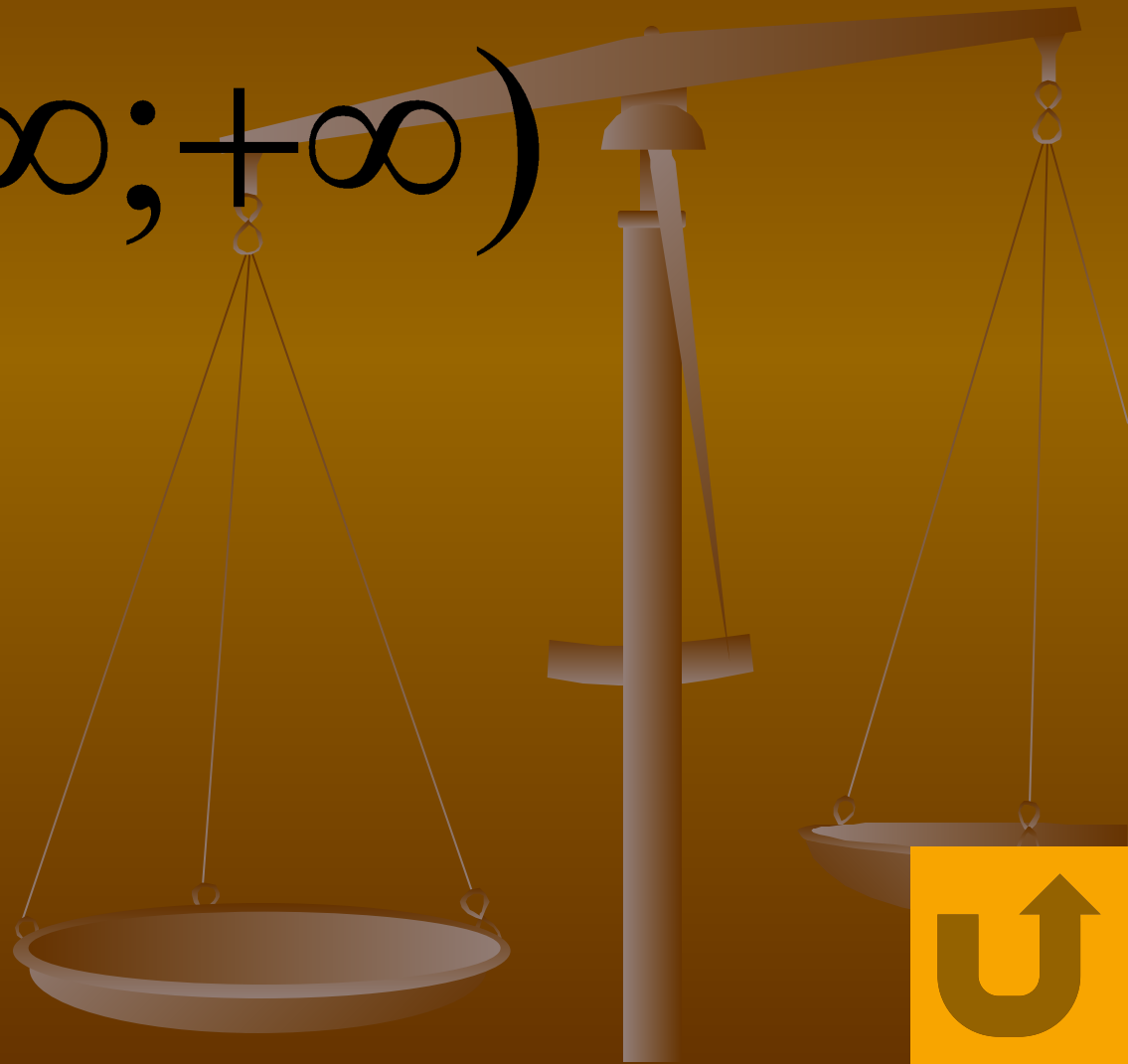
Укажите множество значений функции

$$y = \operatorname{tg} x + 2$$



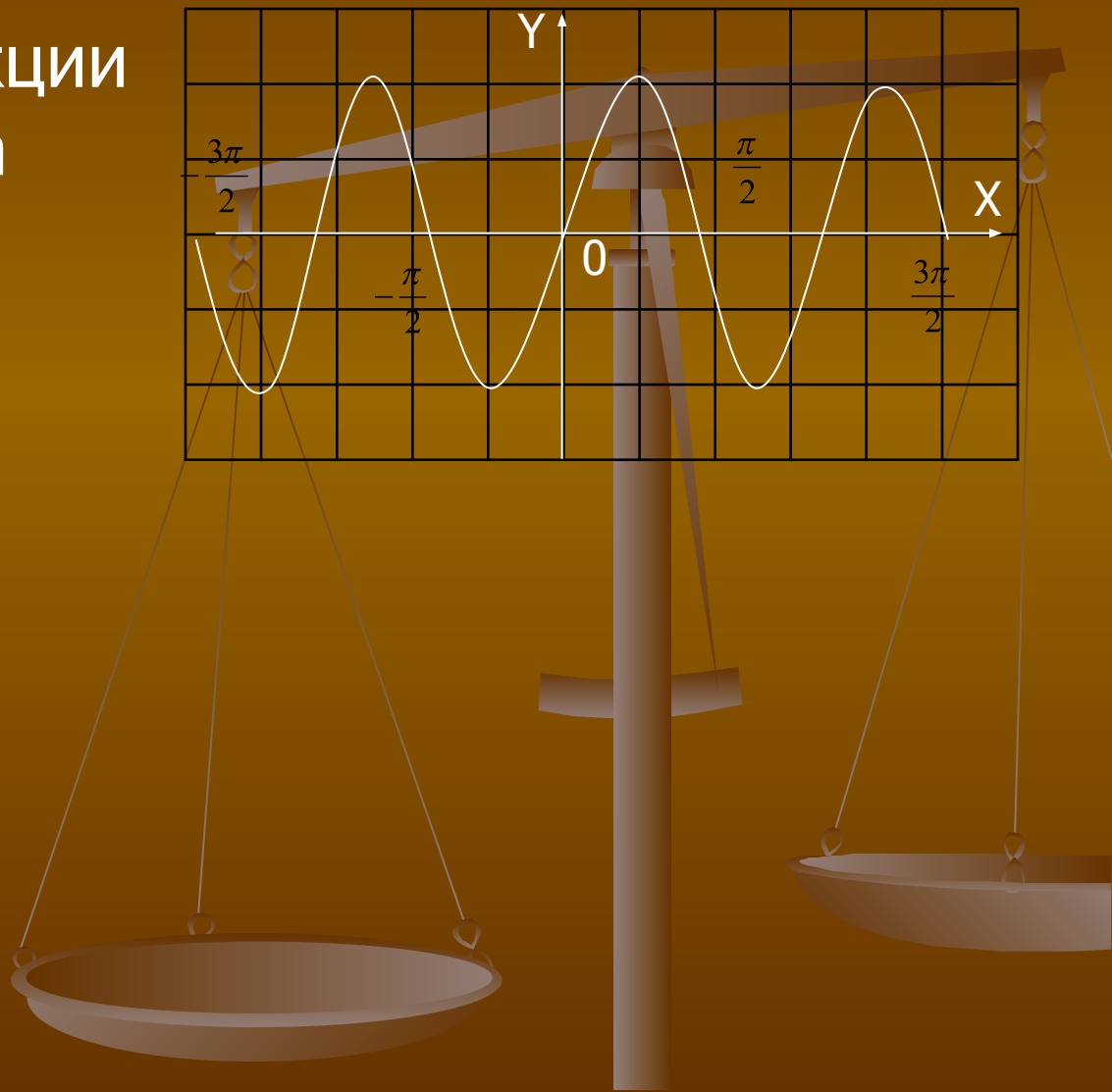
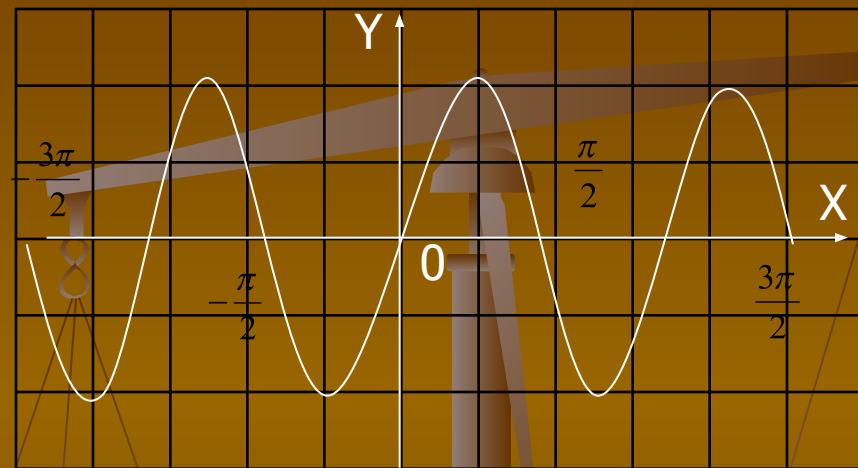
Ответ

$(-\infty; +\infty)$



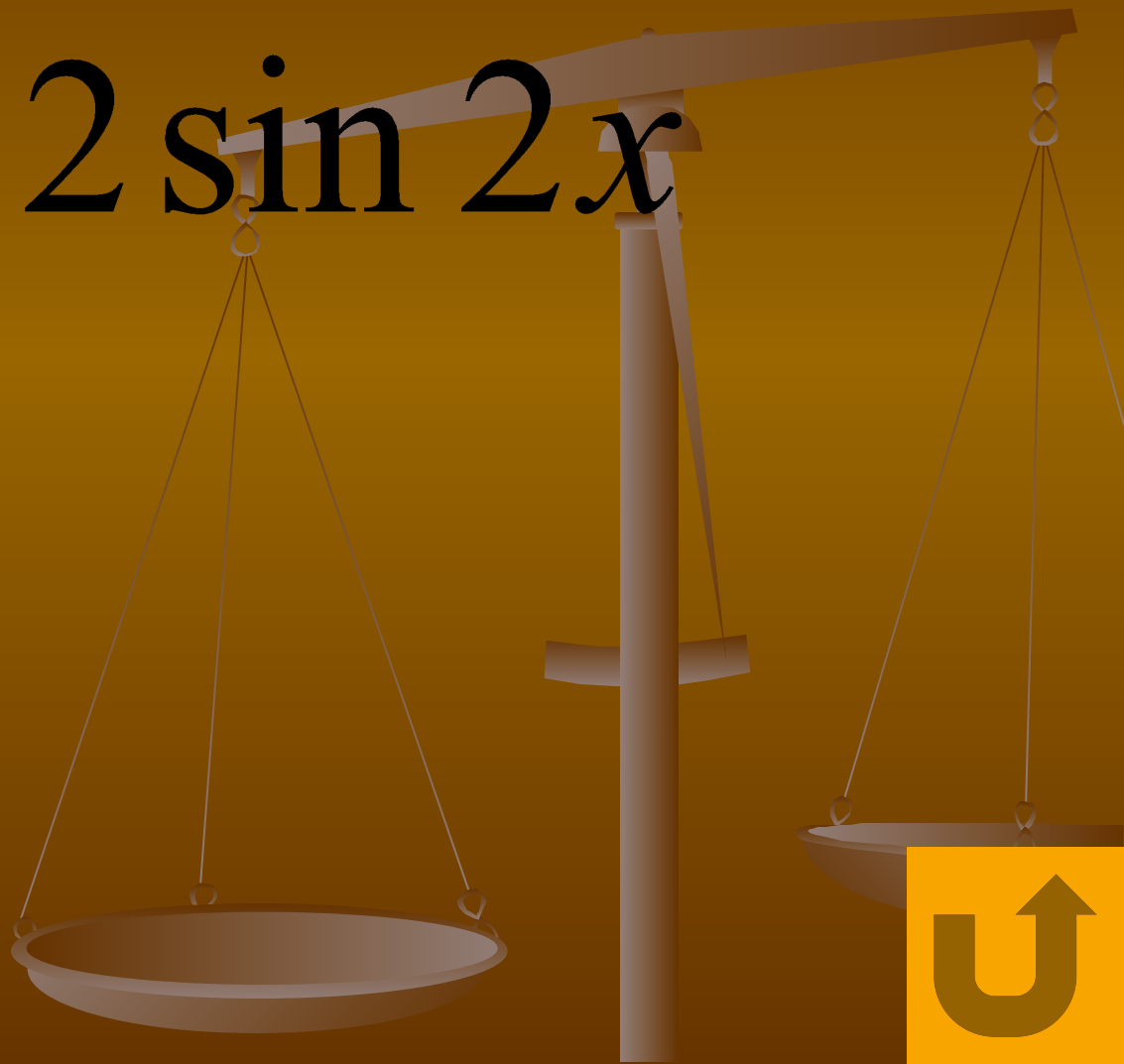
# Проще простого - 250

График какой функции изображен на рисунке



ОТВЕТ

$$y = 2 \sin 2x$$



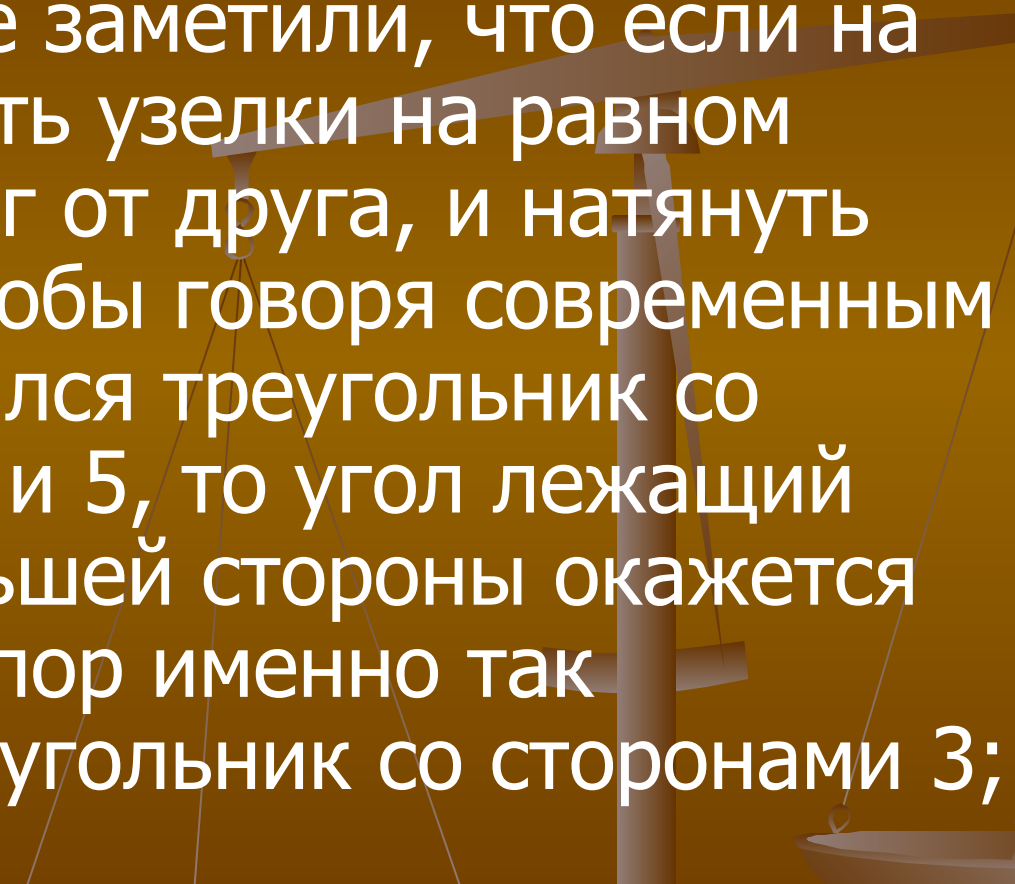
# 3 тур

Финал

Темы	Стоимость вопроса				
Преданья старины глубокой	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>
Числовая окружность	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>
Термины	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>
Решаем уравнения и неравенства	<u>100</u>	<u>200</u>	<u>300</u>	<u>400</u>	<u>500</u>

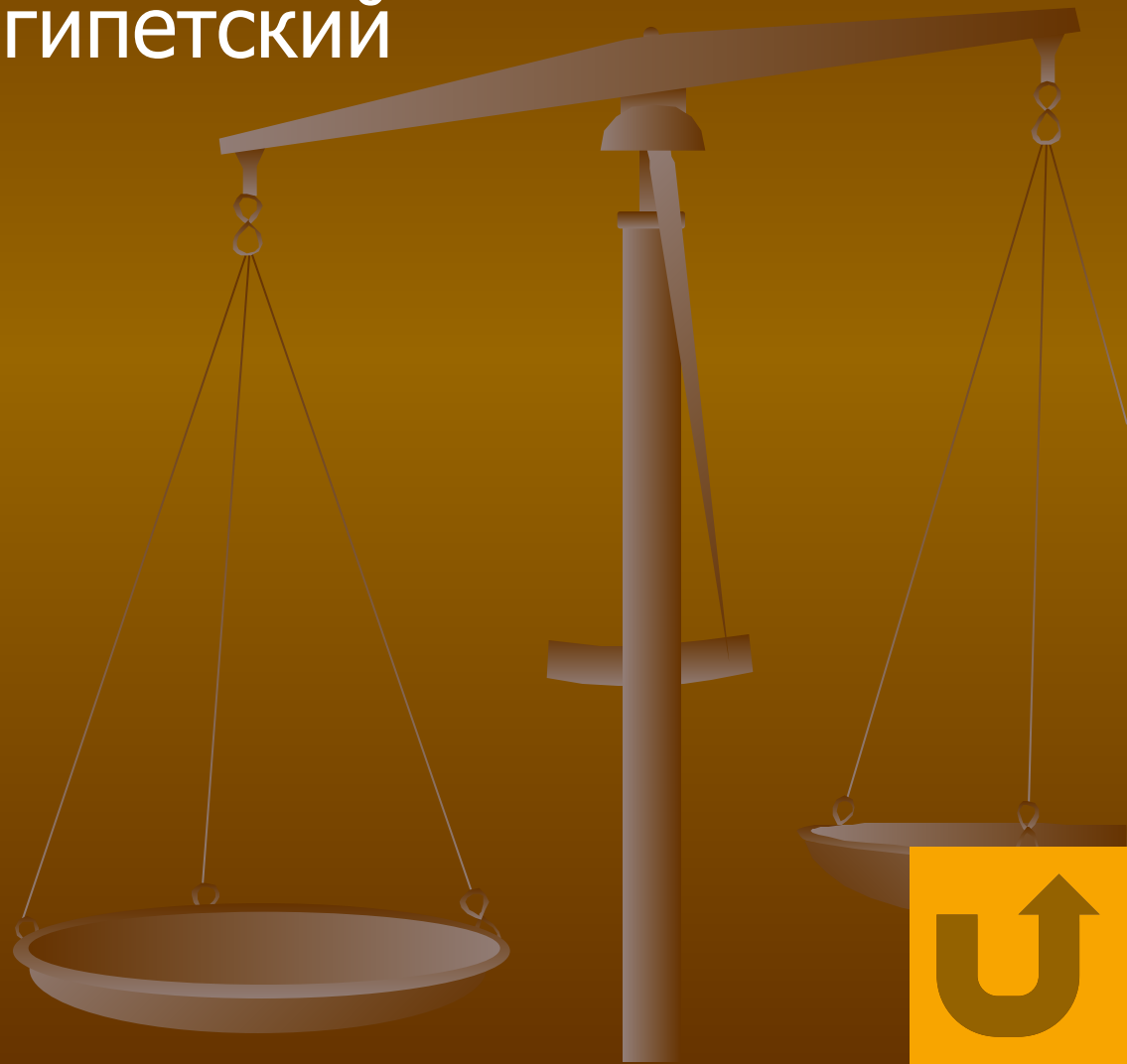
# Преданья старины глубокой - 100

В древнем Египте заметили, что если на веревке завязать узелки на равном расстоянии друг от друга, и натянуть веревку так, чтобы говоря современным языком, получался треугольник со сторонами 3; 4 и 5, то угол лежащий против наибольшей стороны окажется прямым. С тех пор именно так называется треугольник со сторонами 3; 4 и 5



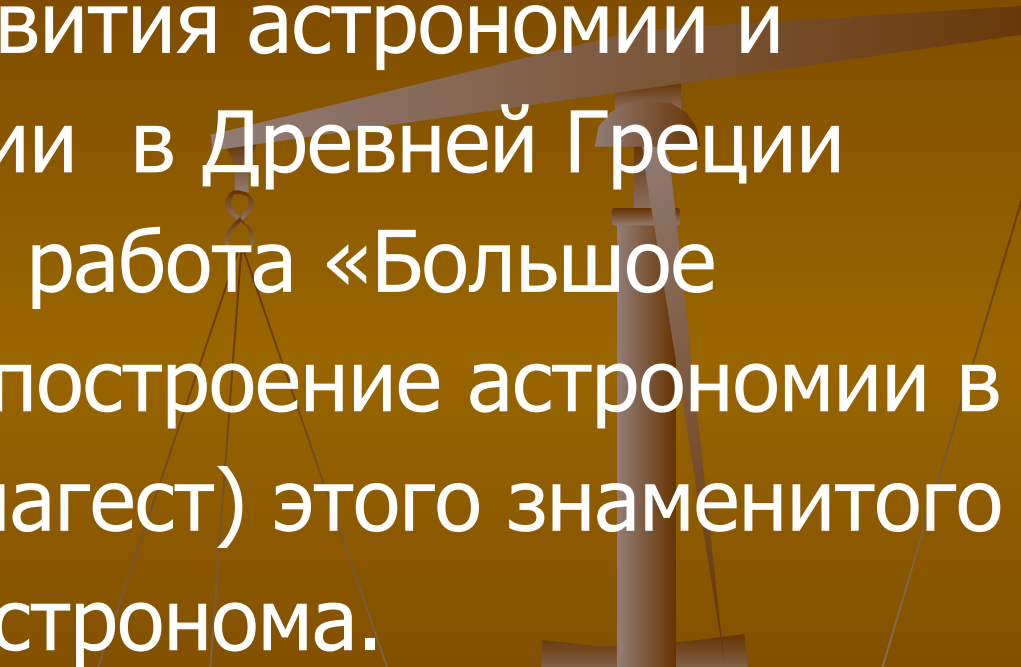
Ответ

Египетский



# Преданья старины глубокой - 200

Венцом развития астрономии и тригонометрии в Древней Греции считается работа «Большое математическое построение астрономии в 13 книгах» (Альмагест) этого знаменитого астронома.





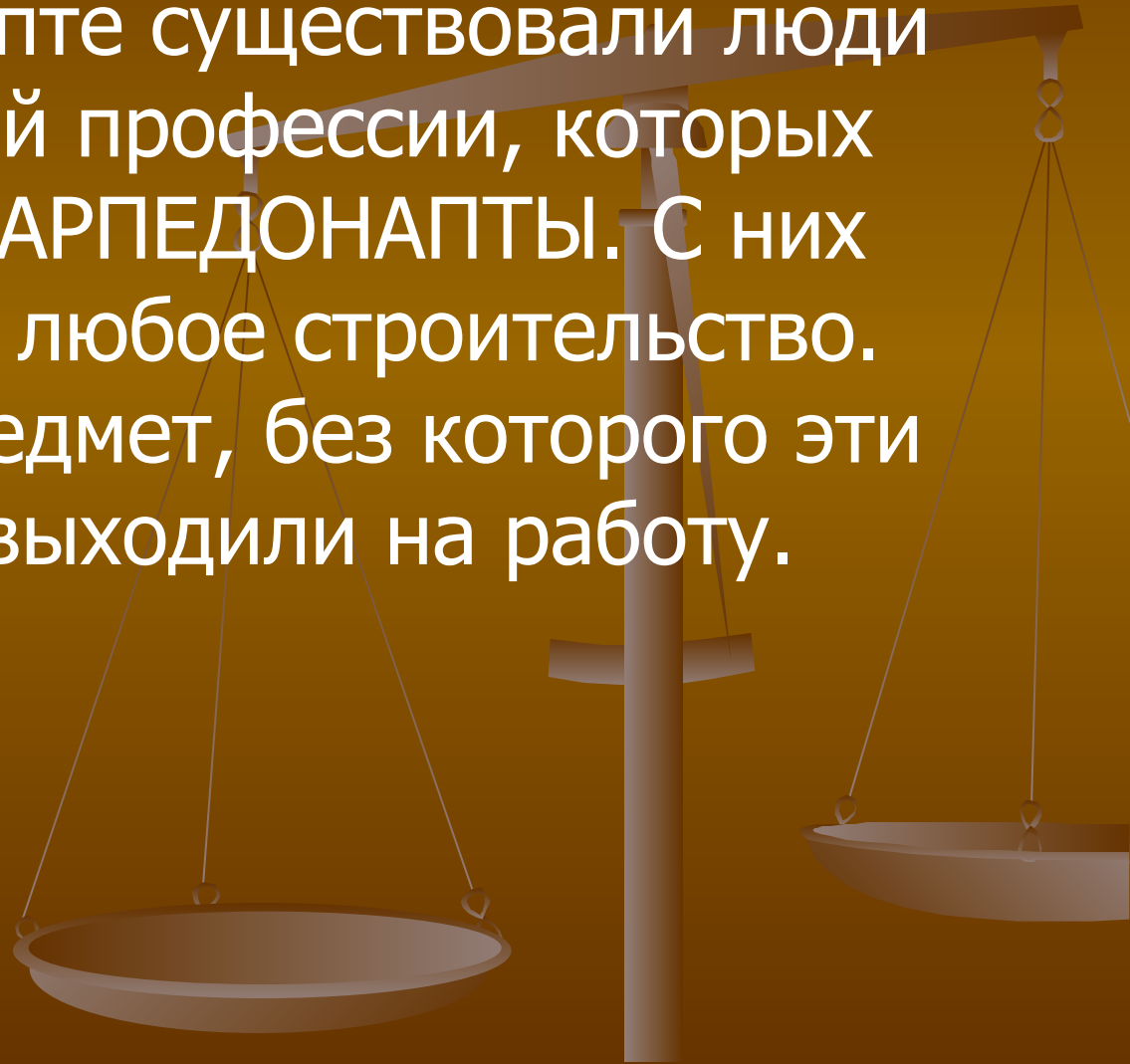
# Ответ

Клавдий Птоломей  
(II в н.э.)



# Преданья старины глубокой - 300

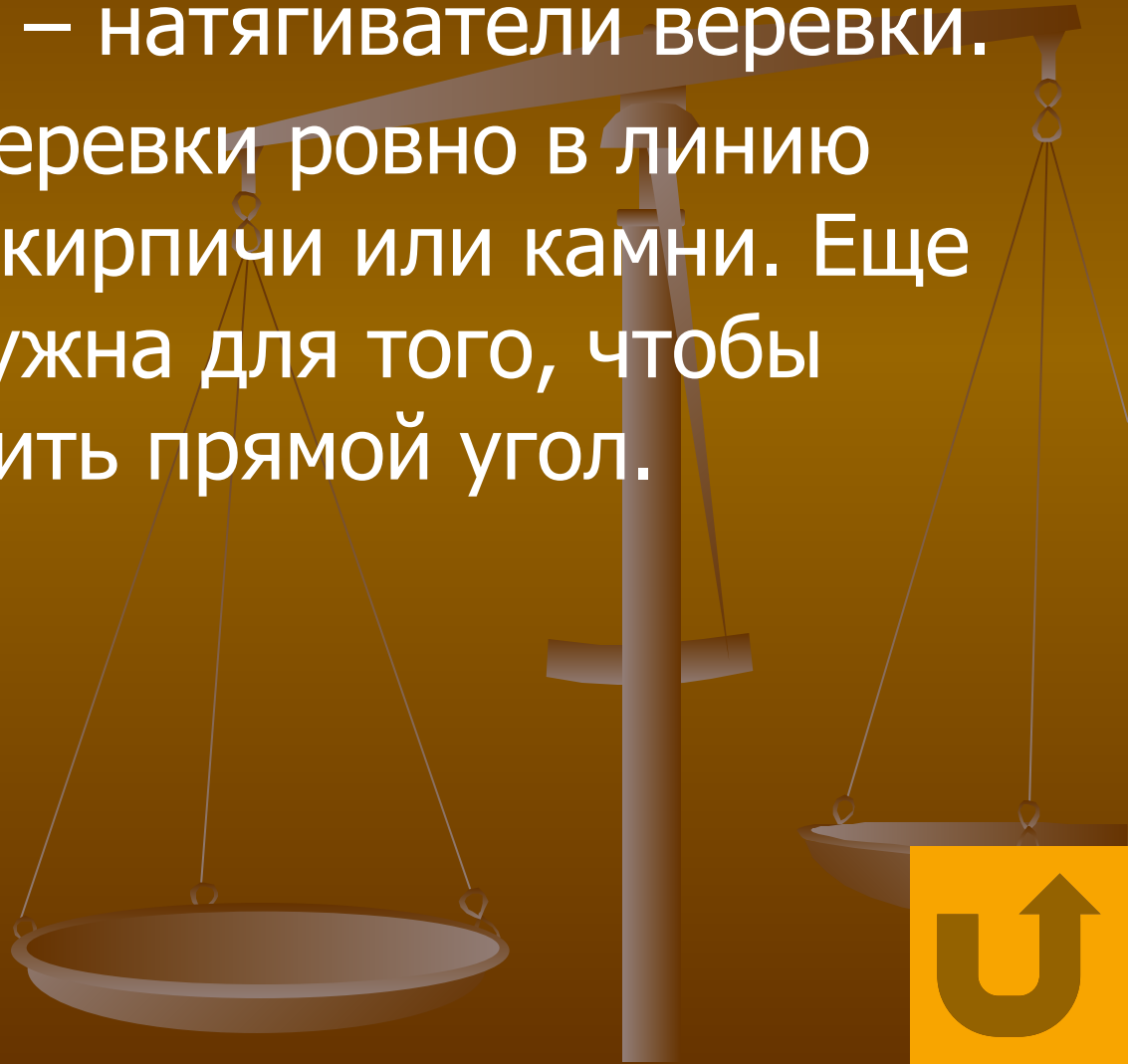
В Древнем Египте существовали люди специальной профессии, которых называли ГАРПЕДОНАПТЫ. С них начиналось любое строительство. Назовите предмет, без которого эти люди не выходили на работу.



# Ответ

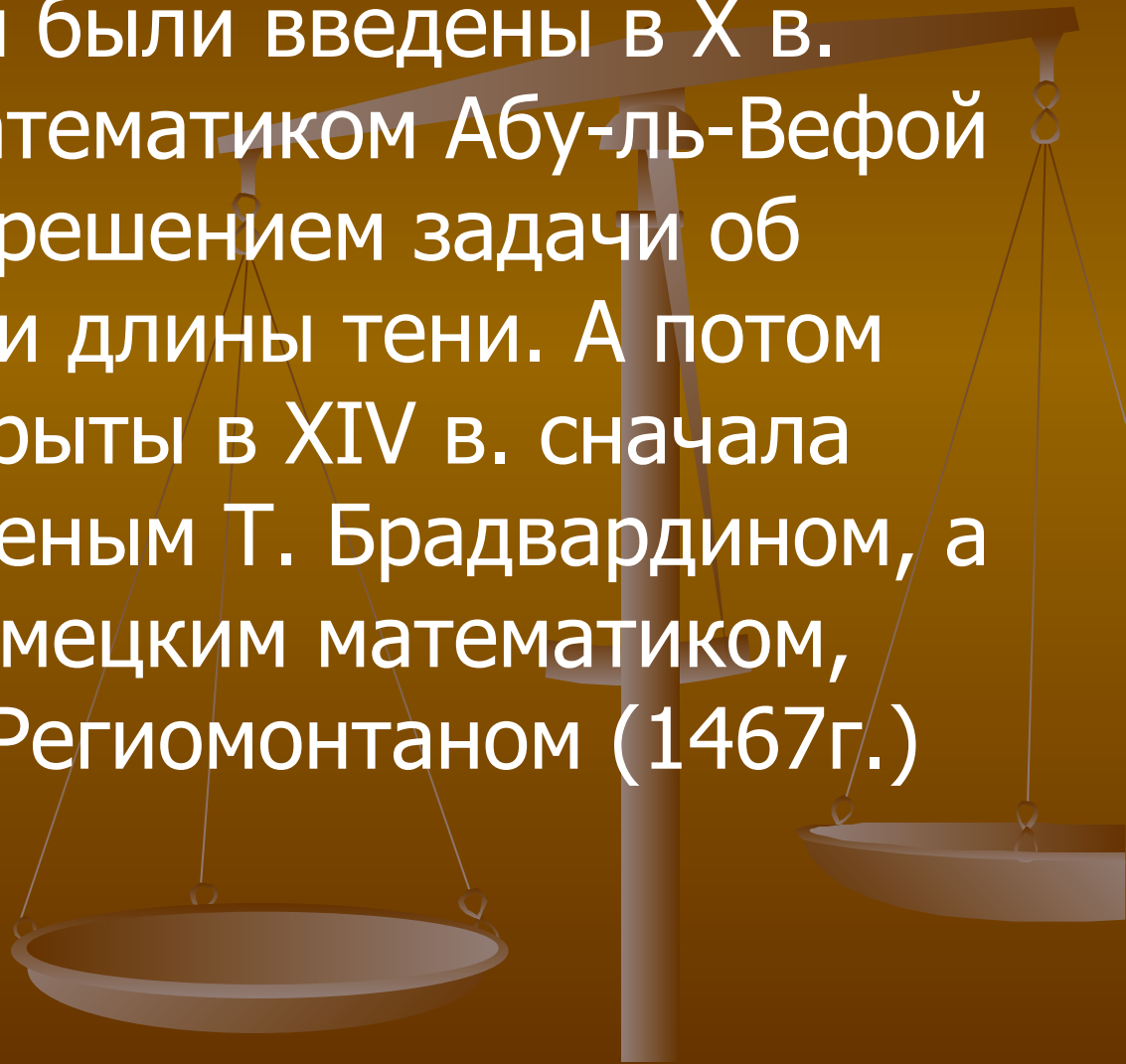
ГАРПЕДОНАПТЫ – натягиватели веревки.

С помощью веревки ровно в линию выкладывали кирпичи или камни. Еще веревка нужна для того, чтобы получить прямой угол.



# Преданья старины глубокой - 400

Впервые они были введены в X в. персидским математиком Абу-ль-Вефой в связи с решением задачи об определении длины тени. А потом заново открыты в XIV в. сначала английским ученым Т. Брадвардином, а позднее немецким математиком, астрономом Региомонтаном (1467г.)



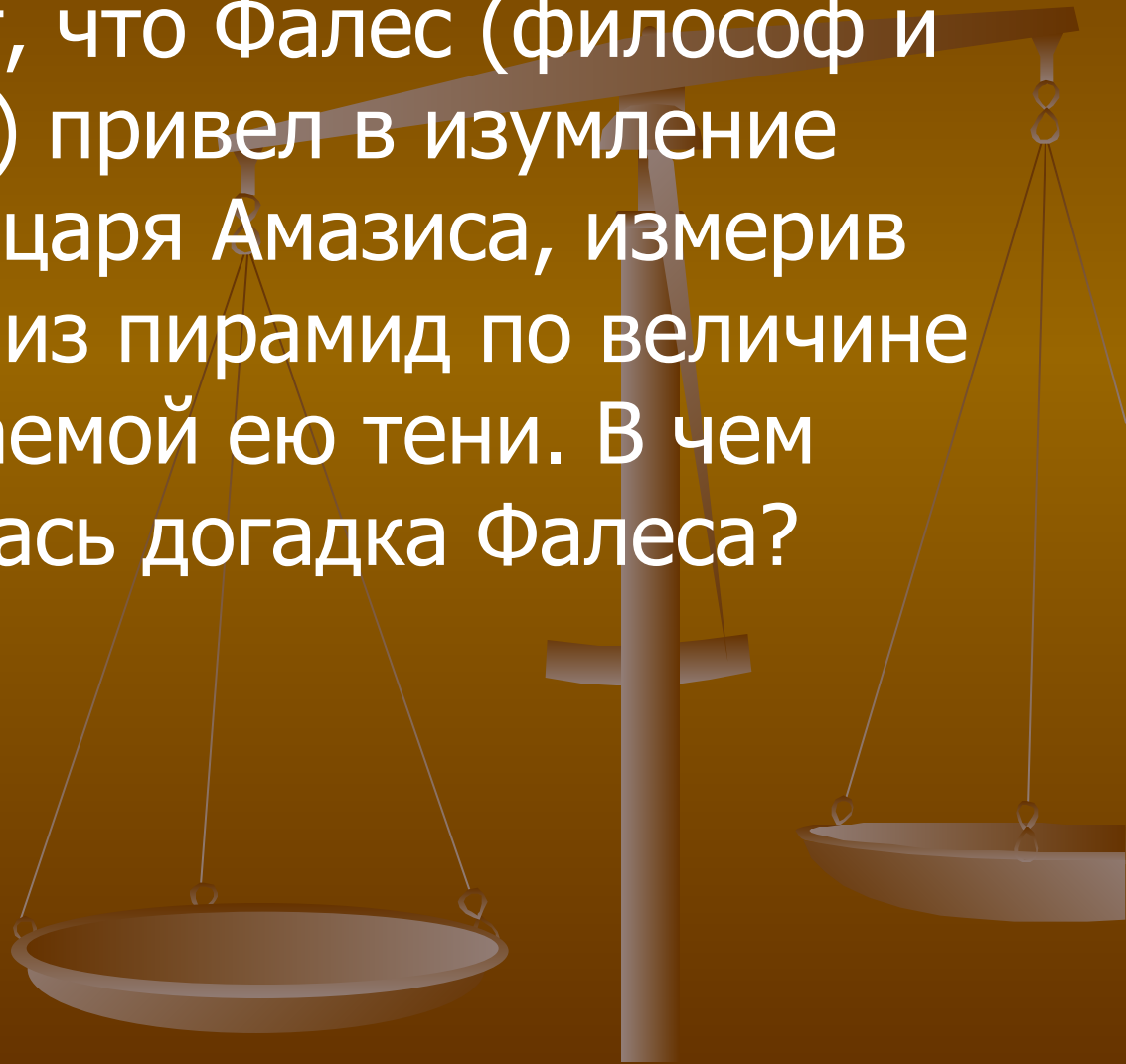
Ответ

Тангенсы



# Преданья старины глубокой - 500

Легенда гласит, что Фалес (философ и математик) привел в изумление египетского царя Амазиса, измерив высоту одной из пирамид по величине отбрасываемой ею тени. В чем заключалась догадка Фалеса?



# Ответ

Догадка Фалеса заключалась в том, что в течении дня бывает момент, когда длина тени каждого предмета равна высоте самого этого предмета. Он дождался момента, когда длина его тени стала равна его росту, и тогда, измерив тень пирамиды, вычислил её высоту.



# Числовая окружность - 100

Все углы  $\alpha$ , для которых  
составляют серию углов

$$\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$$

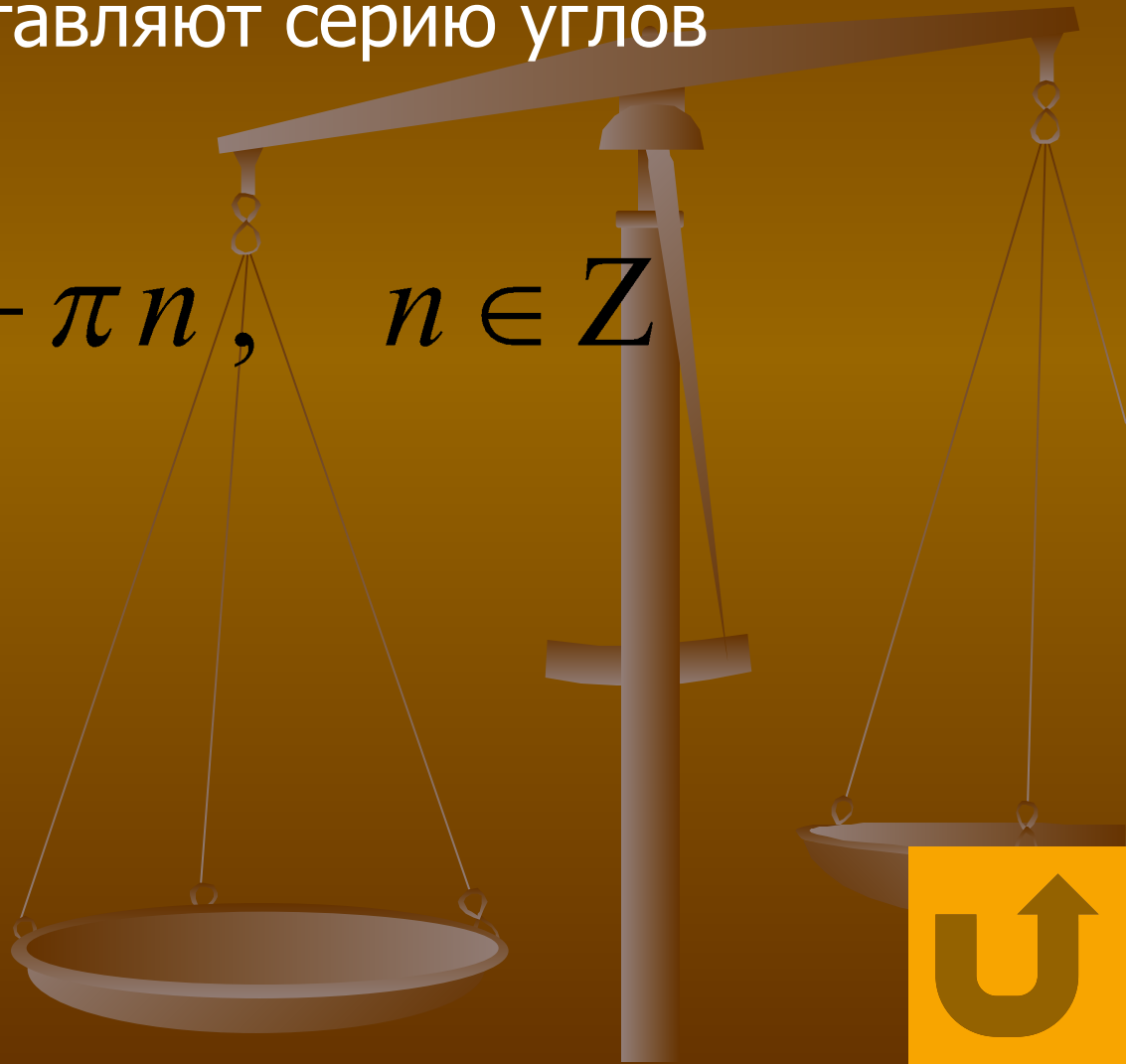




# Ответ

Все такие углы составляют серию углов

$$\alpha_n = \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$



# Числовая окружность - 200

Решить уравнение

$$\sin t = \frac{1}{2}$$



# Ответ

Учтем, что  $\sin t$  — ордината точки  $M(t)$  на числовой окружности. Значит, нужно найти на числовой окружности точки с ординатой  $y = \frac{1}{2}$  и записать, каким числам  $t$  они соответствуют.

$$t = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad t = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



# Числовая окружность - 300

В трудах этого великого ученого, члена Российской академии наук, тригонометрия получила современный вид. Он начал рассматривать значения тригонометрических функций как числа-величины тригонометрических линий в круге, радиус которого принят за единицу. Он дал окончательное решение о знаках тригонометрических функций в разных четвертях, вывел все тригонометрические формулы из основных. Именно в его трудах впервые встречаются записи

$$\sin \alpha, \cos \alpha, \operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha$$

# Ответ

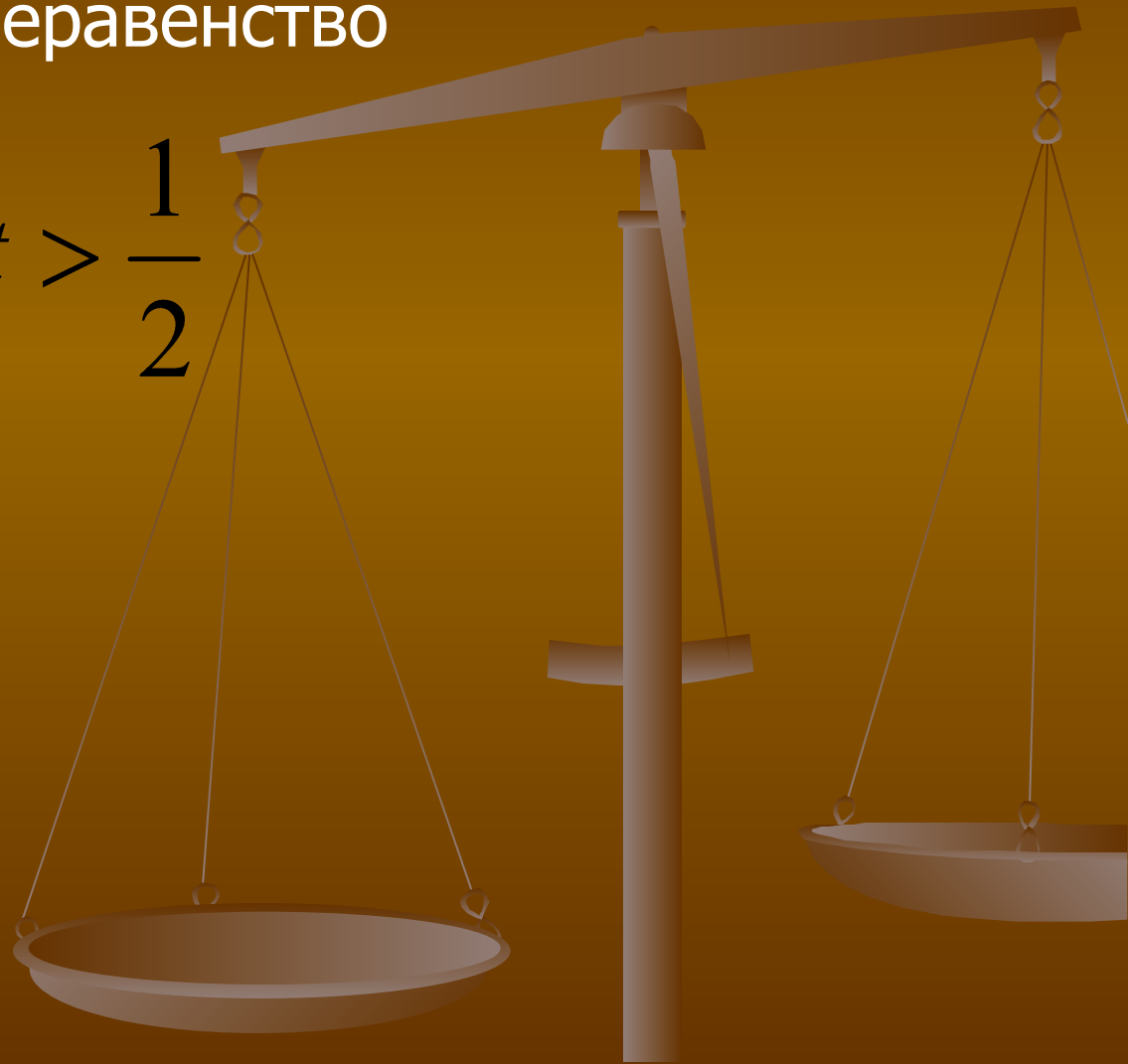
Леонард Эйлер  
(1707-1783)



# Числовая окружность - 400

Решить неравенство

$$\sin t > \frac{1}{2}$$



# Ответ

Учтем, что  $\sin t$  - это ордината точки  $M(t)$  числовой окружности. Значит, нужно найти на числовой окружности точки с ординатой  $y > \frac{1}{2}$  и записать, каким числам  $t$  они соответствуют

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



Числовая окружность - 500

Решить неравенство

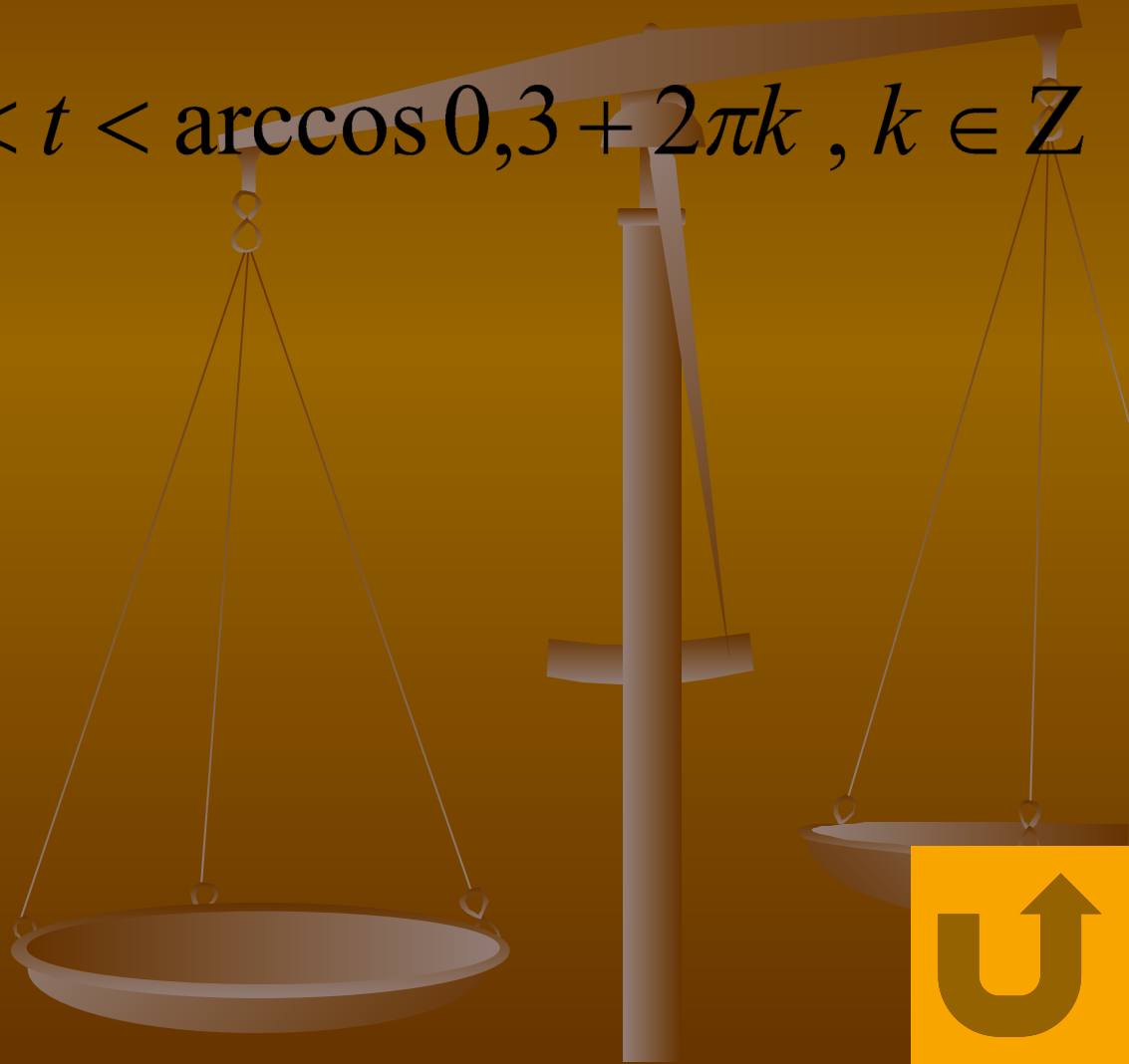
$$\cos t > 0,3$$





# Ответ

$$-\arccos 0,3 + 2\pi k < t < \arccos 0,3 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$



# Решаем уравнения и неравенства - 100

Решите устно уравнение

$$-x^2 - 1 = -\cos x$$



Ответ

0



# Решаем уравнения и неравенства - 200

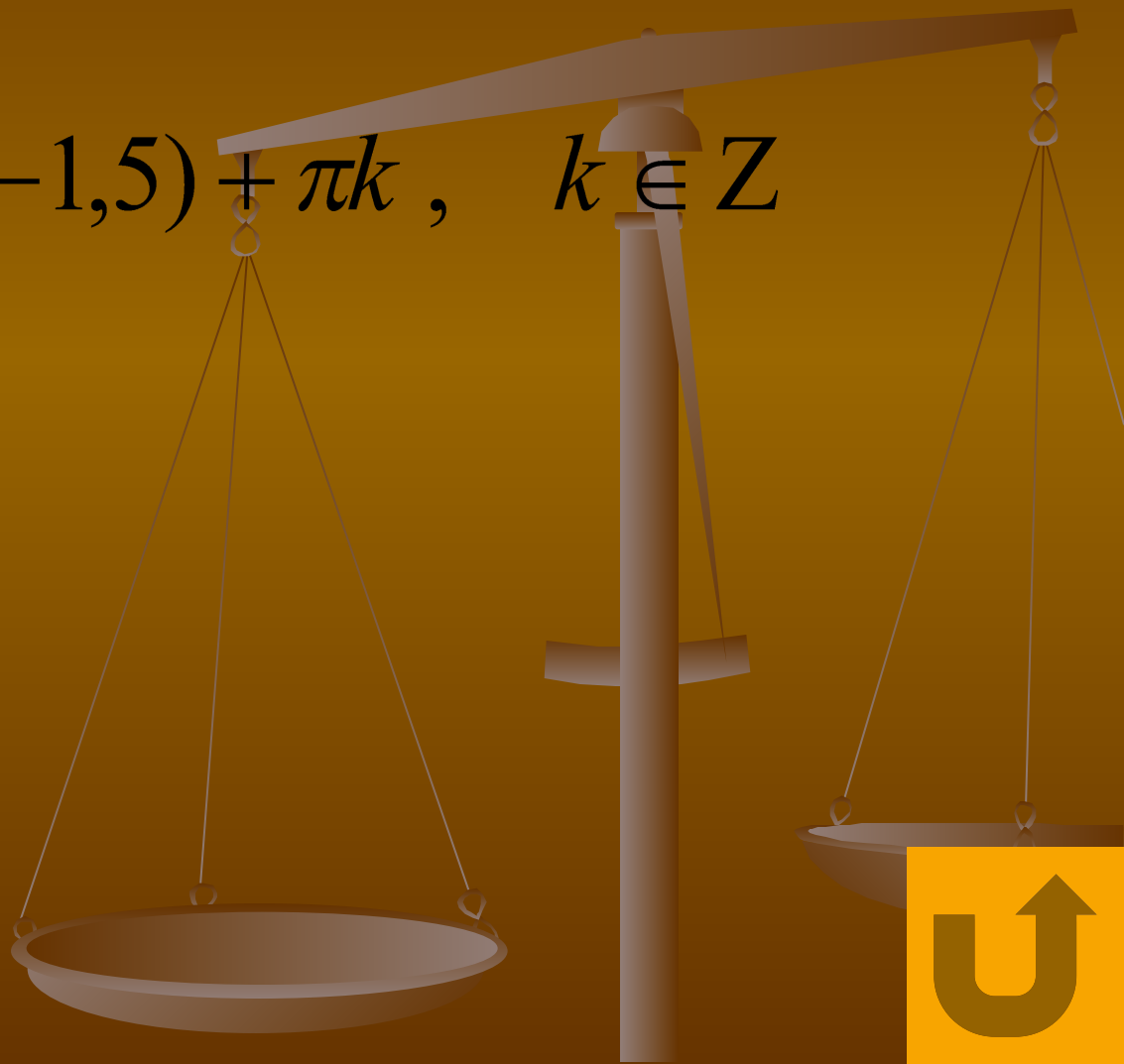
Решить уравнение

$$2 \sin x + 3 \cos x = 0$$



ОТВЕТ

$$x = \operatorname{arctg}(-1,5) + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

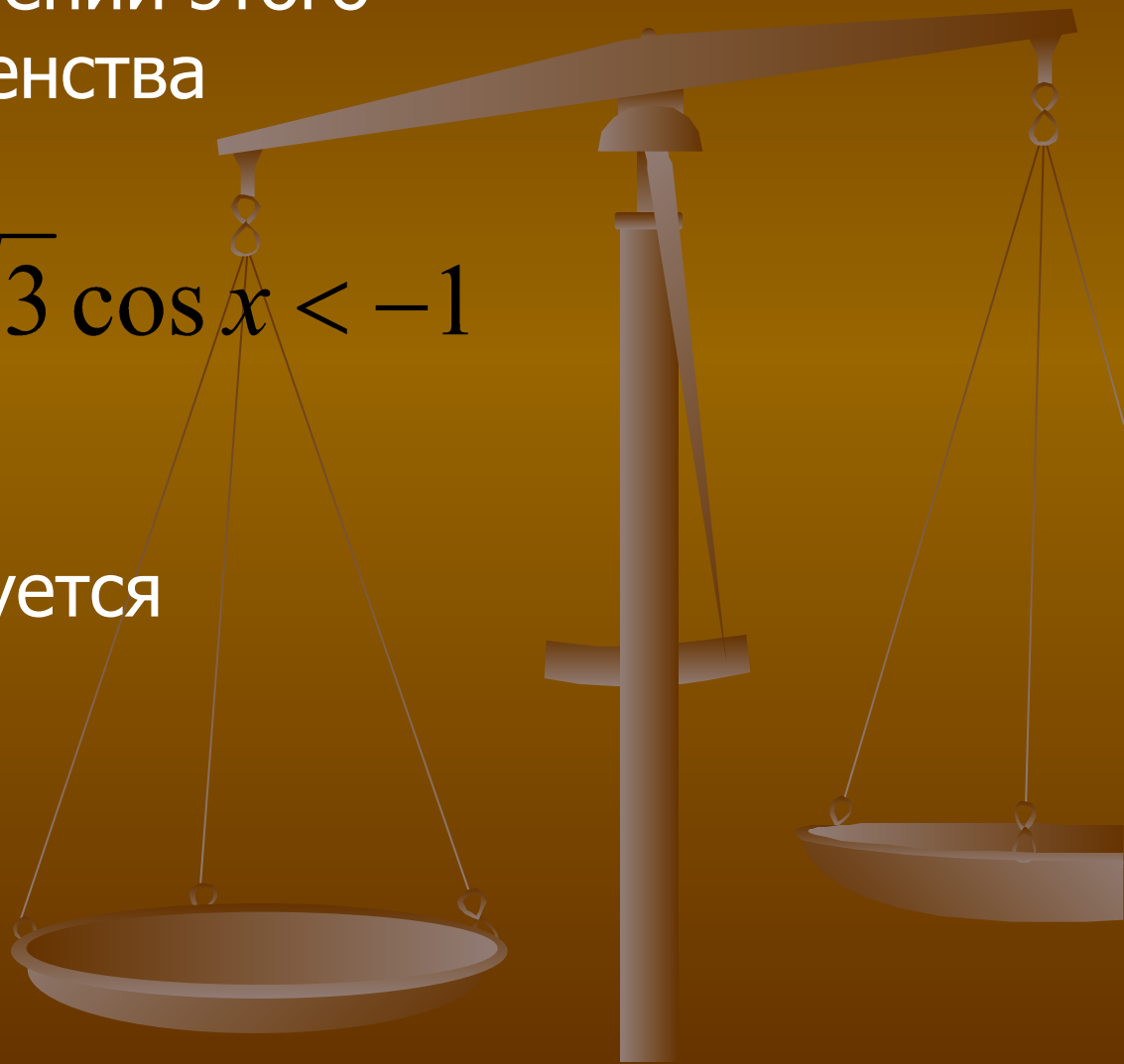


# Решаем уравнения и неравенства - 300

При решении этого  
неравенства

$$\sin x - \sqrt{3} \cos x < -1$$

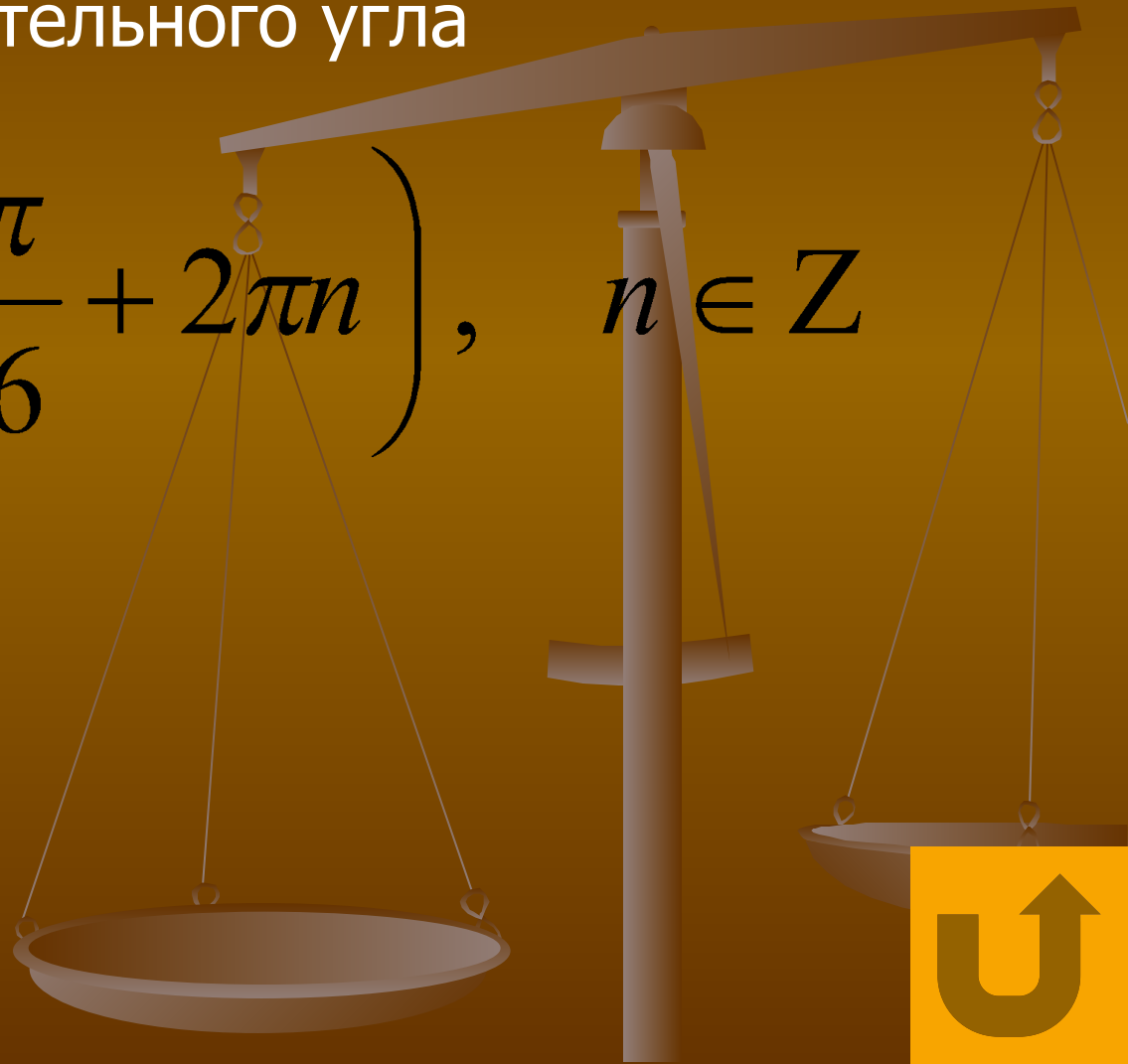
используется



# Ответ

Введение вспомогательного угла

$$\left( -\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$



# Решаем уравнения и неравенства - 400

Уравнение  $2 \sin 2x + \sin x = \cos x = 1$  удобно  
решать при помощи замены





# ОТВЕТ

$$\sin x + \cos x = t$$

$$x_n = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x_k = 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$



# Решаем уравнения и неравенства - 500

Назовите четыре типа уравнений,  
содержащие обратные  
тригонометрические функции



# Ответ

- простейшие;
- сводимые к алгебраическим;
- решаемые с использованием свойств функций;
- уравнения, решение которых основано на переходе к следствию (применение одной и той же тригонометрической функции к обеим частям уравнения)



# Термины - 100

Этот термин буквально означает  
«тетива лука», «струна»



Ответ

Хорда



# Термины - 200

Этот термин означает «натянутая»



Ответ

Гипотенуза

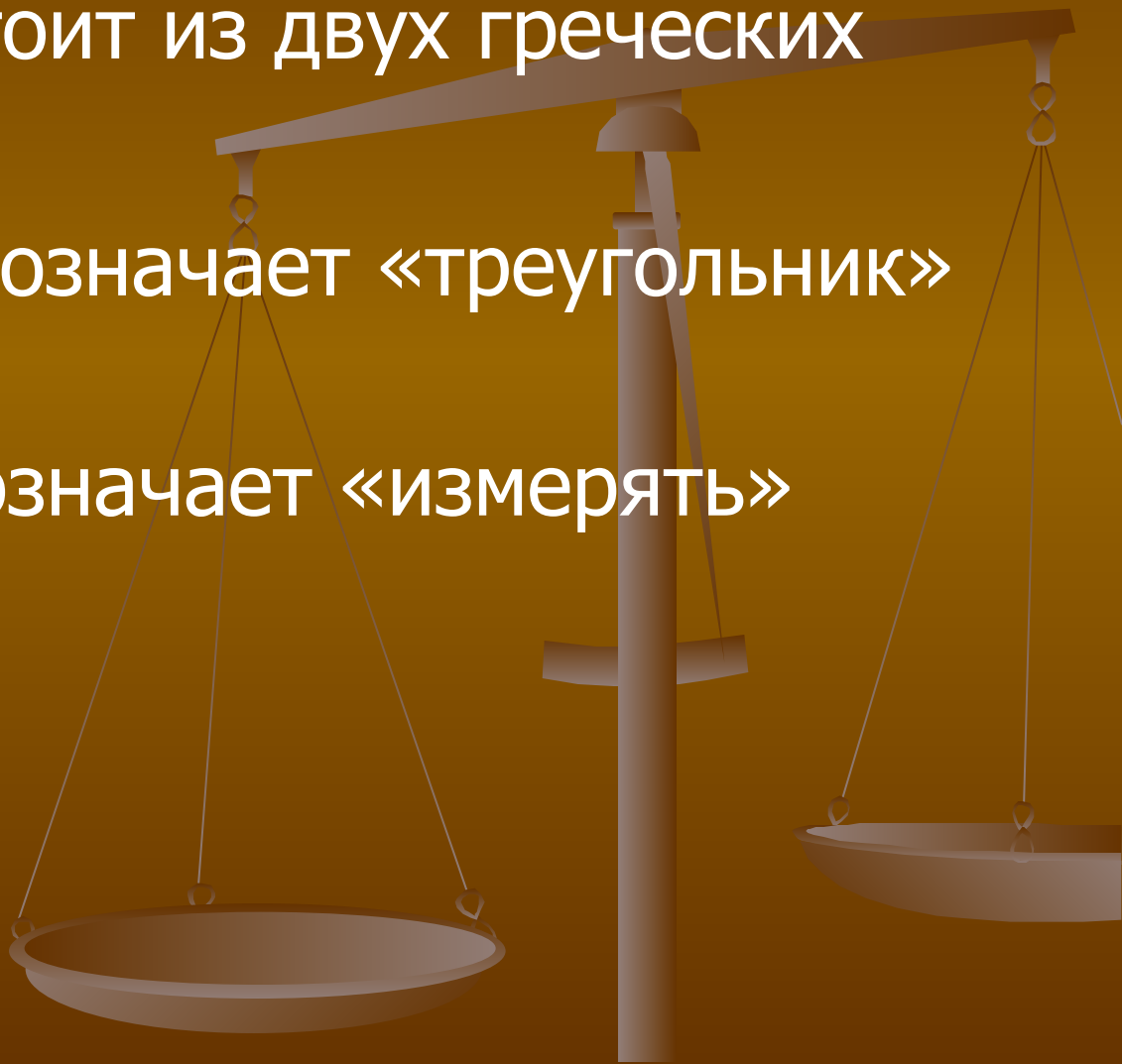


# Термины - 300

Этот термин состоит из двух греческих слов:

«тригоном», что означает «треугольник»  
и

«метрейн», что означает «измерять»





Ответ

Тригонометрия



# Термины - 400

Именно это означает древний  
термин «катет»



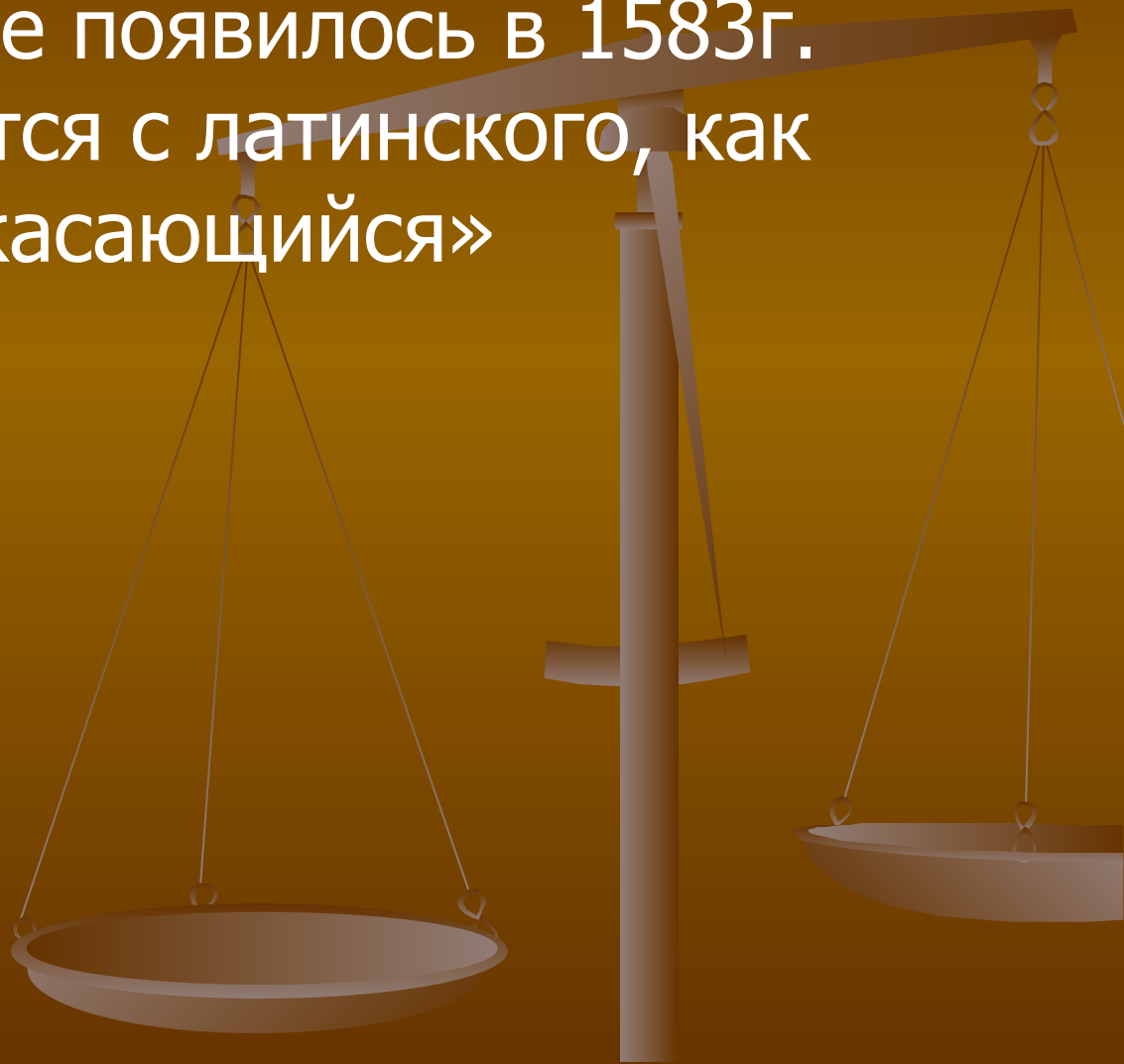
Ответ

Отвес



# Термины - 500

Это название появилось в 1583г.  
Переводится с латинского, как  
«касающийся»



Ответ

Тангенс



# Финал

Определить все  $a$ , при каждом из которых  
неравенство

$$12 \sin x + 5 \cos x \leq a$$

имеет хотя бы одно решение



ОТВЕТ

$$a \geq -13$$

