по теме

«Тригонометрия»

МОУ Челно-Вершинская СОШ (ОЦ) Самарской области

Составила: Телегова Т.П. – учитель математики

Темы игры

- История тригонометрии как науки
- Прямоугольный треугольник
- Углы и их измерение
- Вычисления
- Расскажи мне, расскажи
- Формулы
- Исследование тригонометрических функций
- Проще простого
- Термины
- Решаем уравнения и неравенства
- Числовая окружность
- Преданья старины глубокой

1 тур

2 тур

Темы	Стоимость вопроса				
История тригонометрии	20	40	60	80	100
Прямоугольный треугольник	20	40	60	80	100
Углы и их измерение	20	40	60	80	100
Вычисления	20	40	60	80	100

История тригонометрии-20

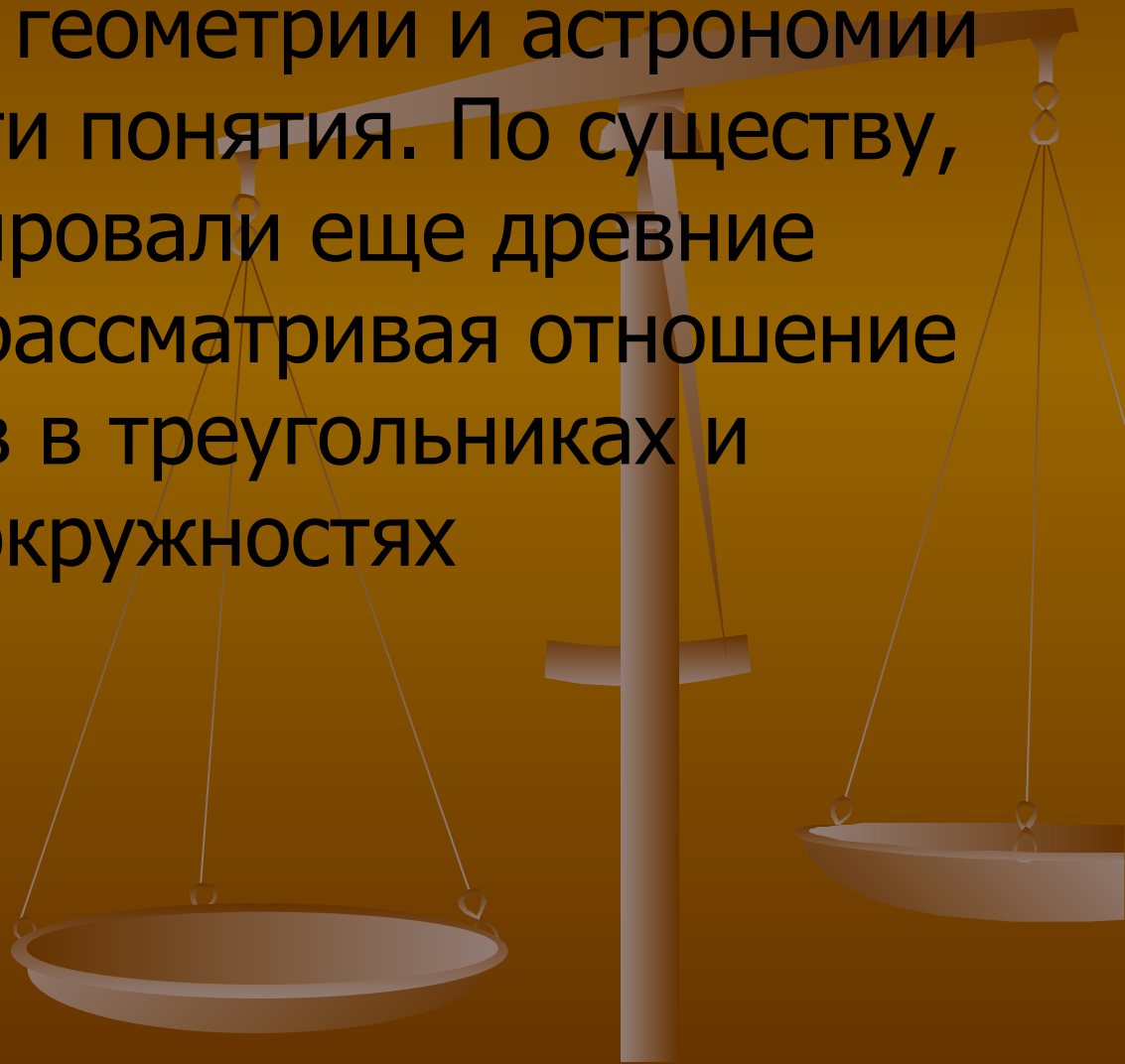
Именно к этому периоду истории относится зарождение тригонометрии

Ответ

Зарождение тригонометрии относится к глубокой древности

История тригонометрии-40

Постепенно в геометрии и астрономии установили эти понятия. По существу, ими оперировали еще древние математики, рассматривая отношение отрезков в треугольниках и окружностях

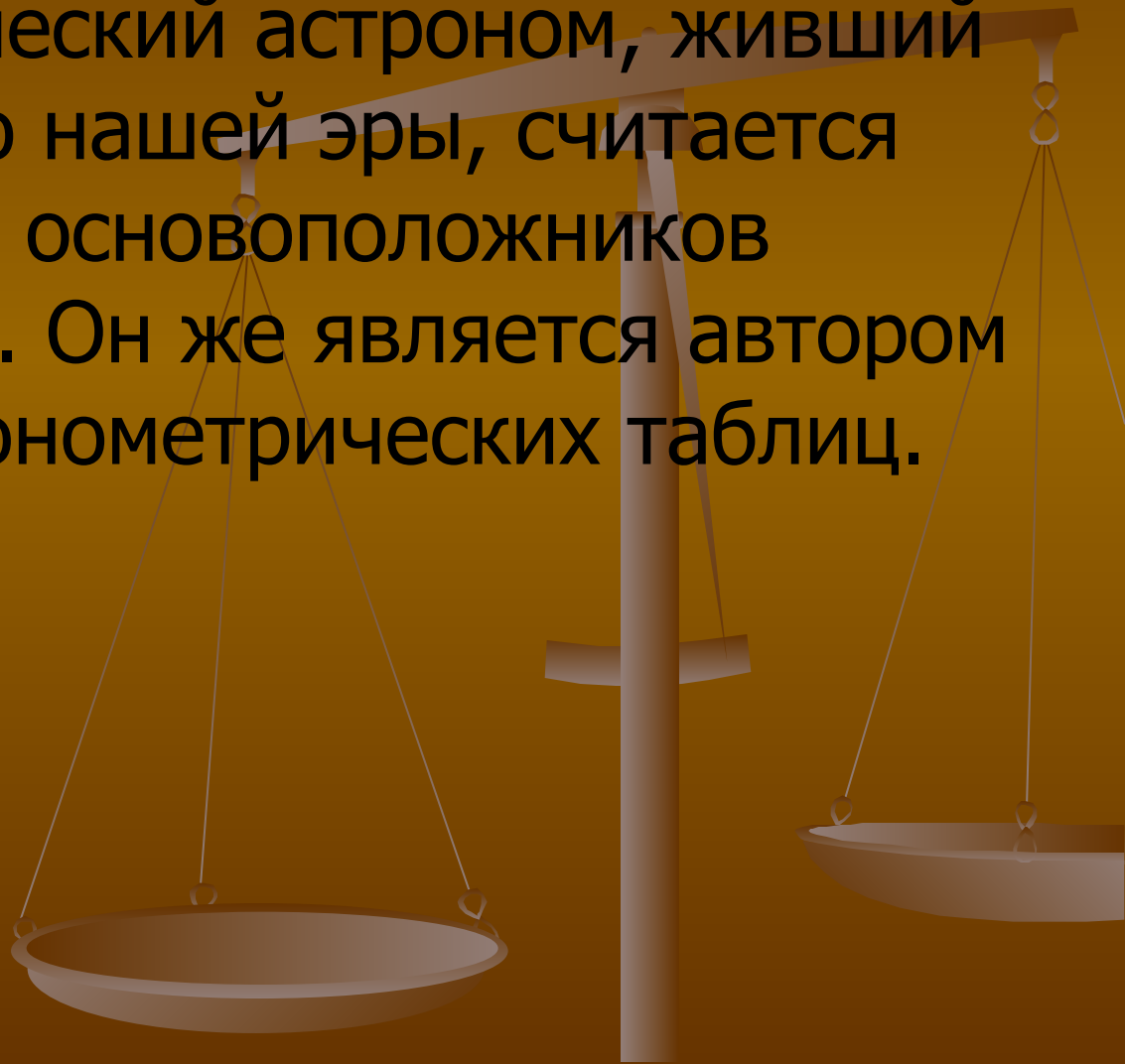


Ответ

Понятия синуса, косинуса и тангенса угла

История тригонометрии-60

Этот древнегреческий астроном, живший во II веке до нашей эры, считается одним из основоположников тригонометрии. Он же является автором первых тригонометрических таблиц.



Ответ

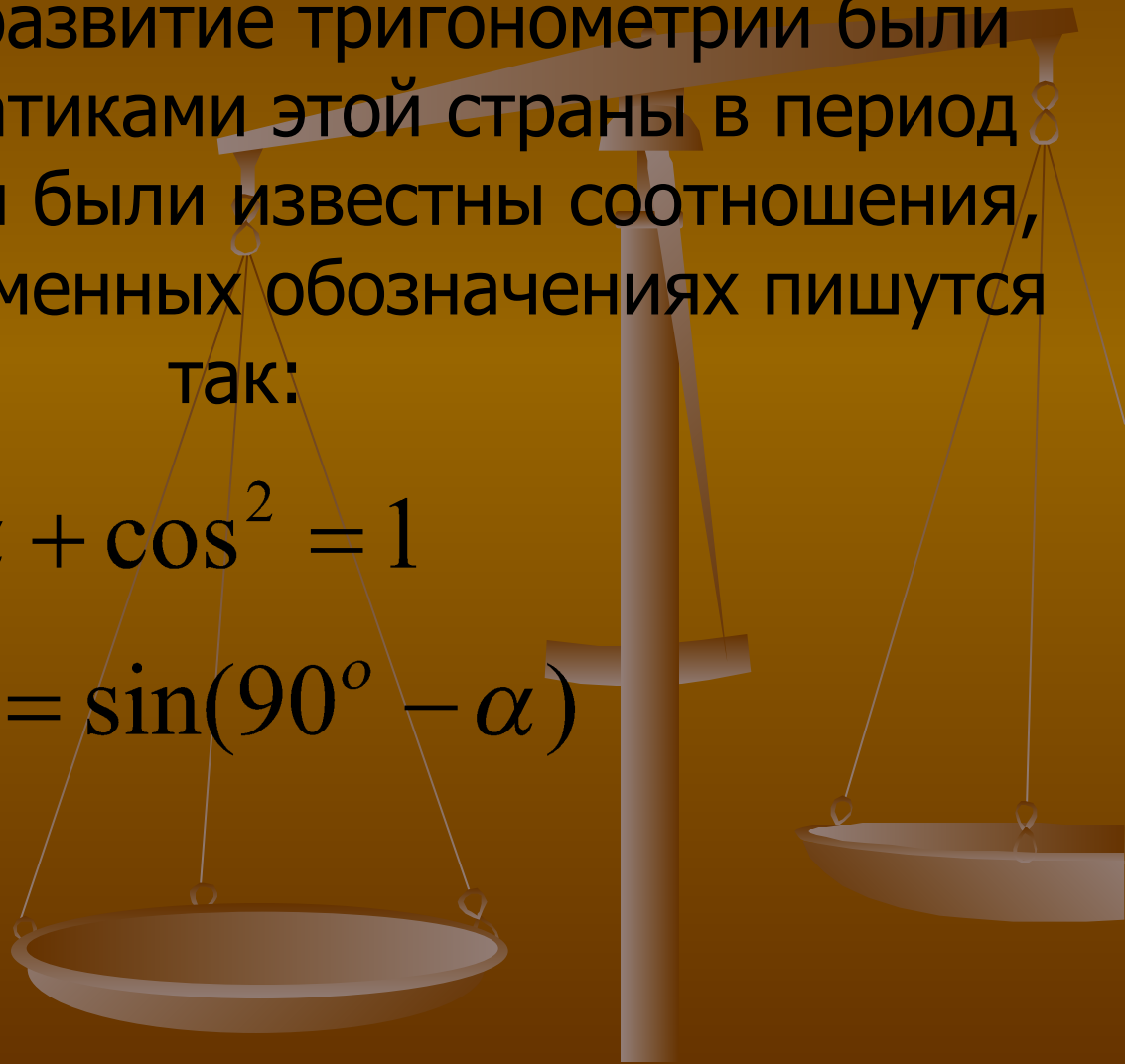
Гиппарх

История тригонометрии-80

Важный вклад в развитие тригонометрии были внесены математиками этой страны в период V-XII в.в. н.э. Им были известны соотношения, которые в современных обозначениях пишутся так:

$$\sin^2\alpha + \cos^2 = 1$$

$$\cos\alpha = \sin(90^o - \alpha)$$



Ответ

Индия

История тригонометрии-100

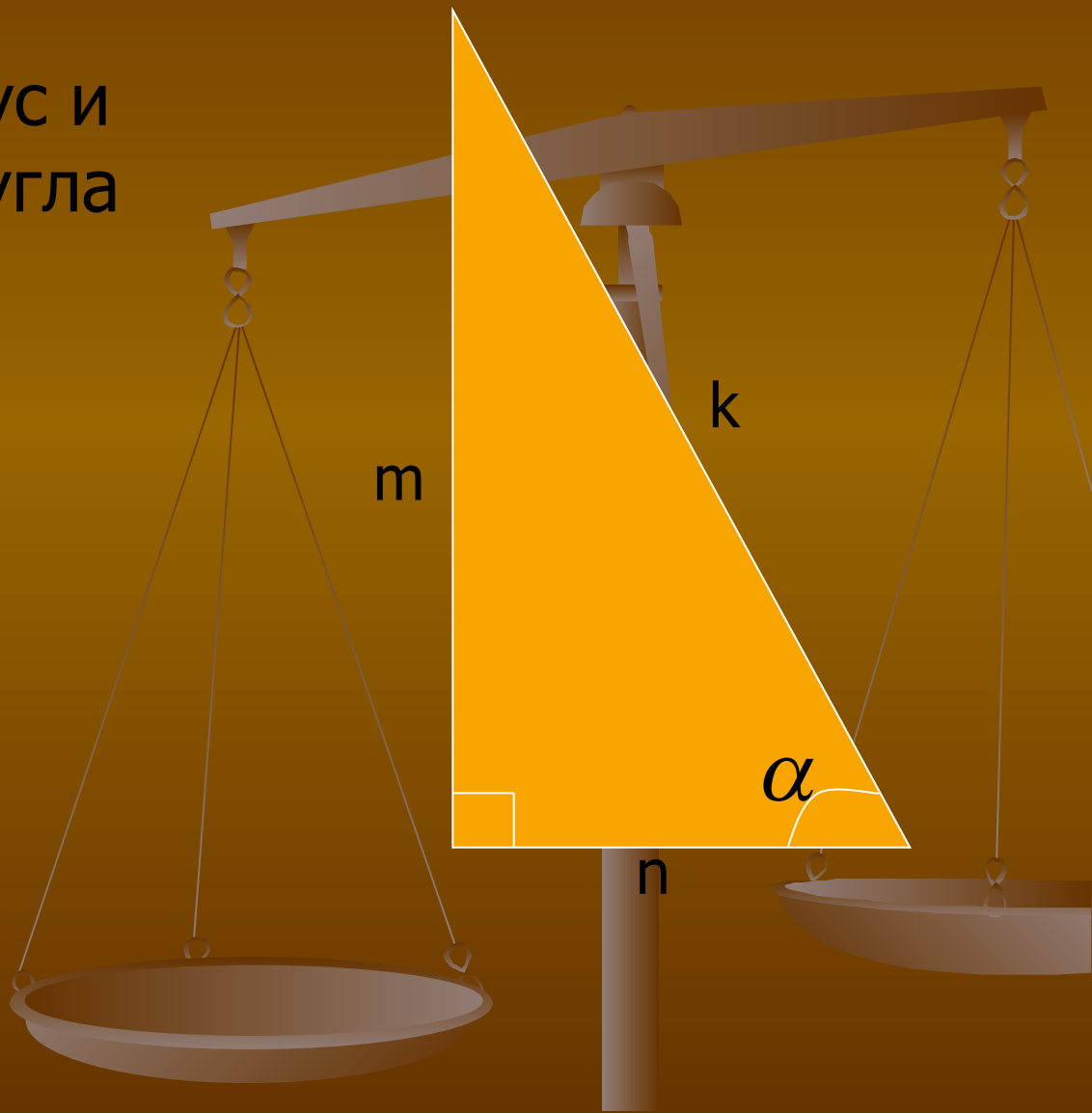
В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 году при участии именно этого ученого.

Ответ

Л.Ф.Магницкого

Прямоугольный треугольник - 20

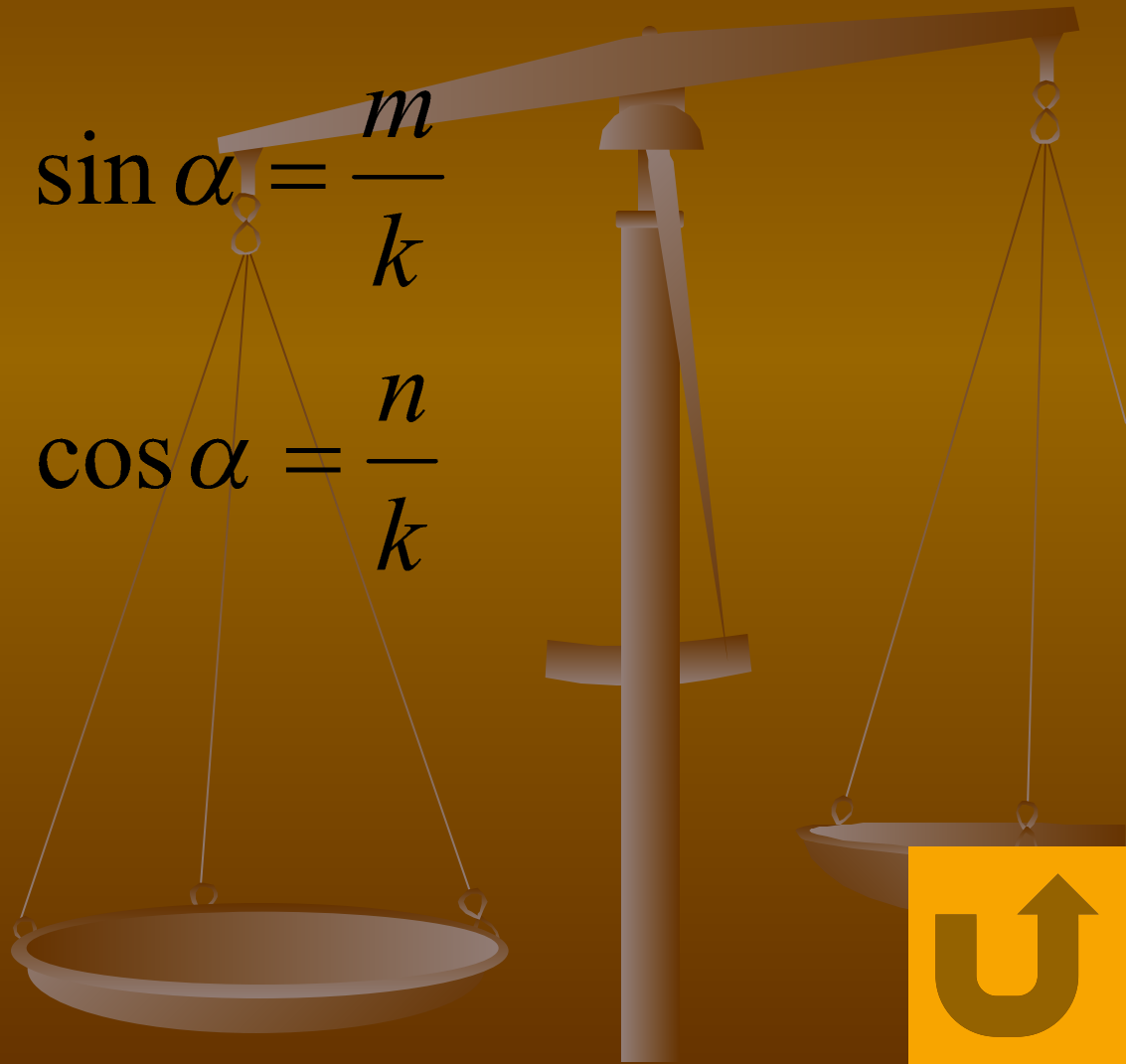
Определите синус и косинус острого угла прямоугольного треугольника



Ответ

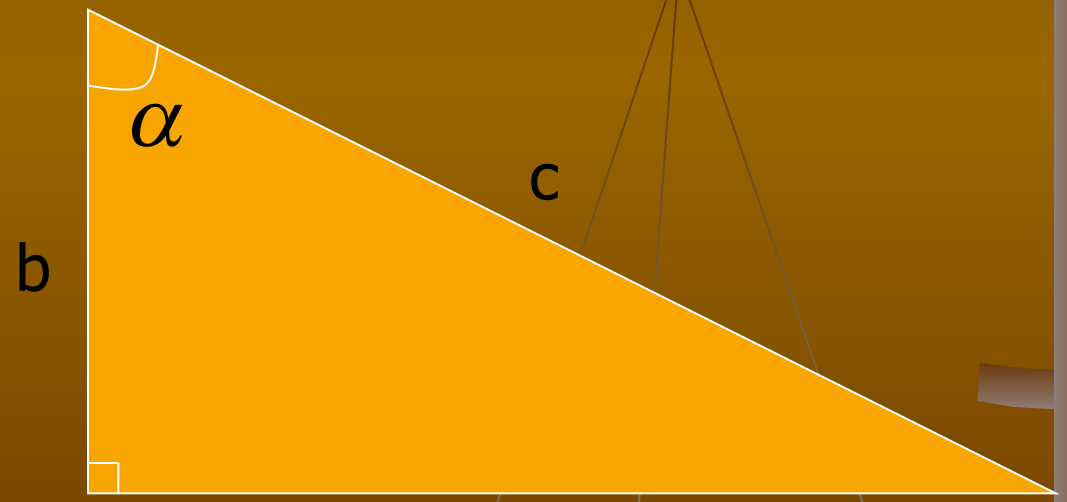
$$\sin\alpha = \frac{m}{k}$$

$$\cos\alpha = \frac{n}{k}$$



Прямоугольный треугольник - 40

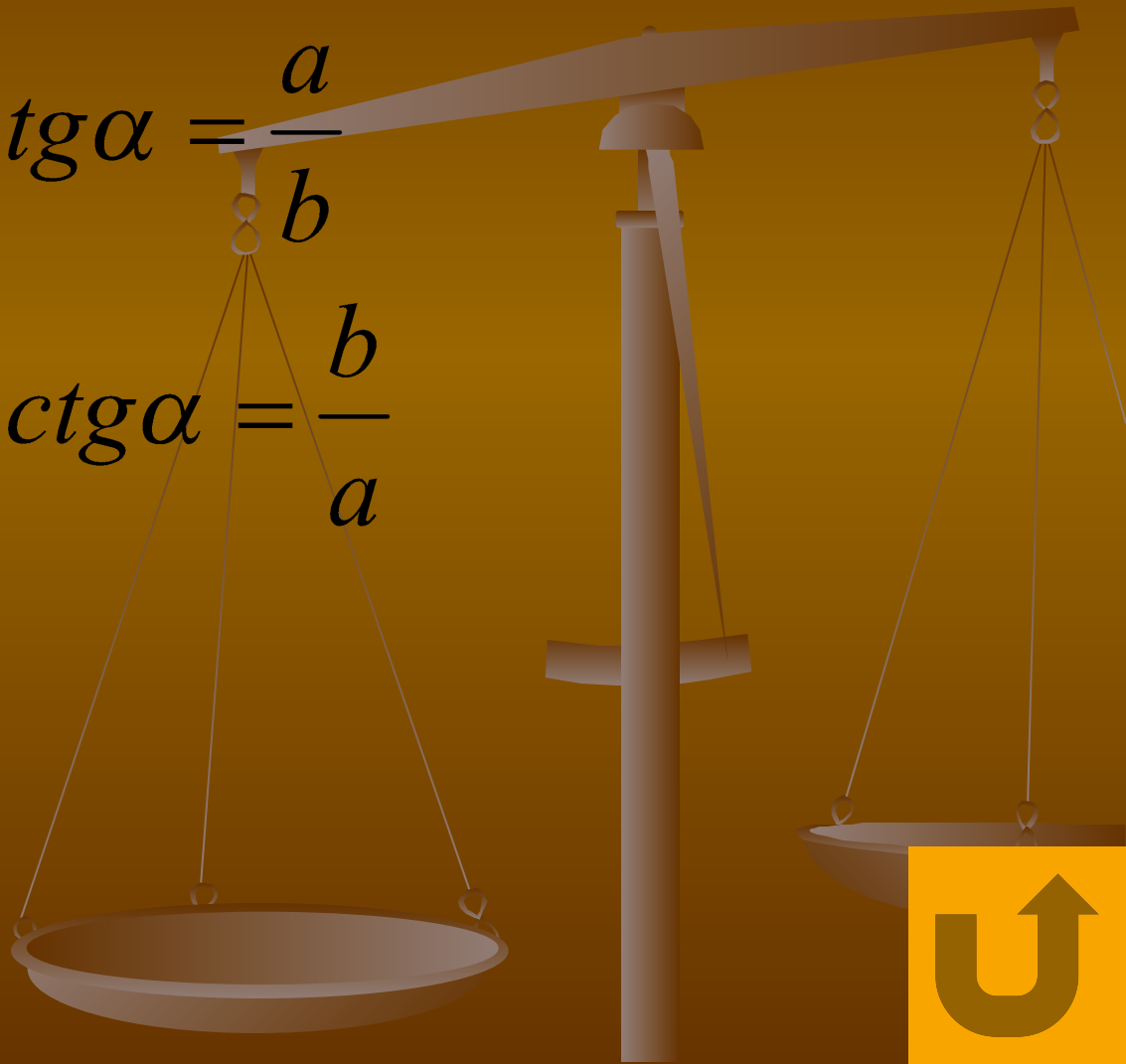
Определите тангенс и котангенс острого угла α прямоугольного треугольника



Ответ

$$tg\alpha = \frac{a}{b}$$

$$ctg\alpha = \frac{b}{a}$$



Прямоугольный треугольник - 60

Может ли синус угла быть равным ¾ см?

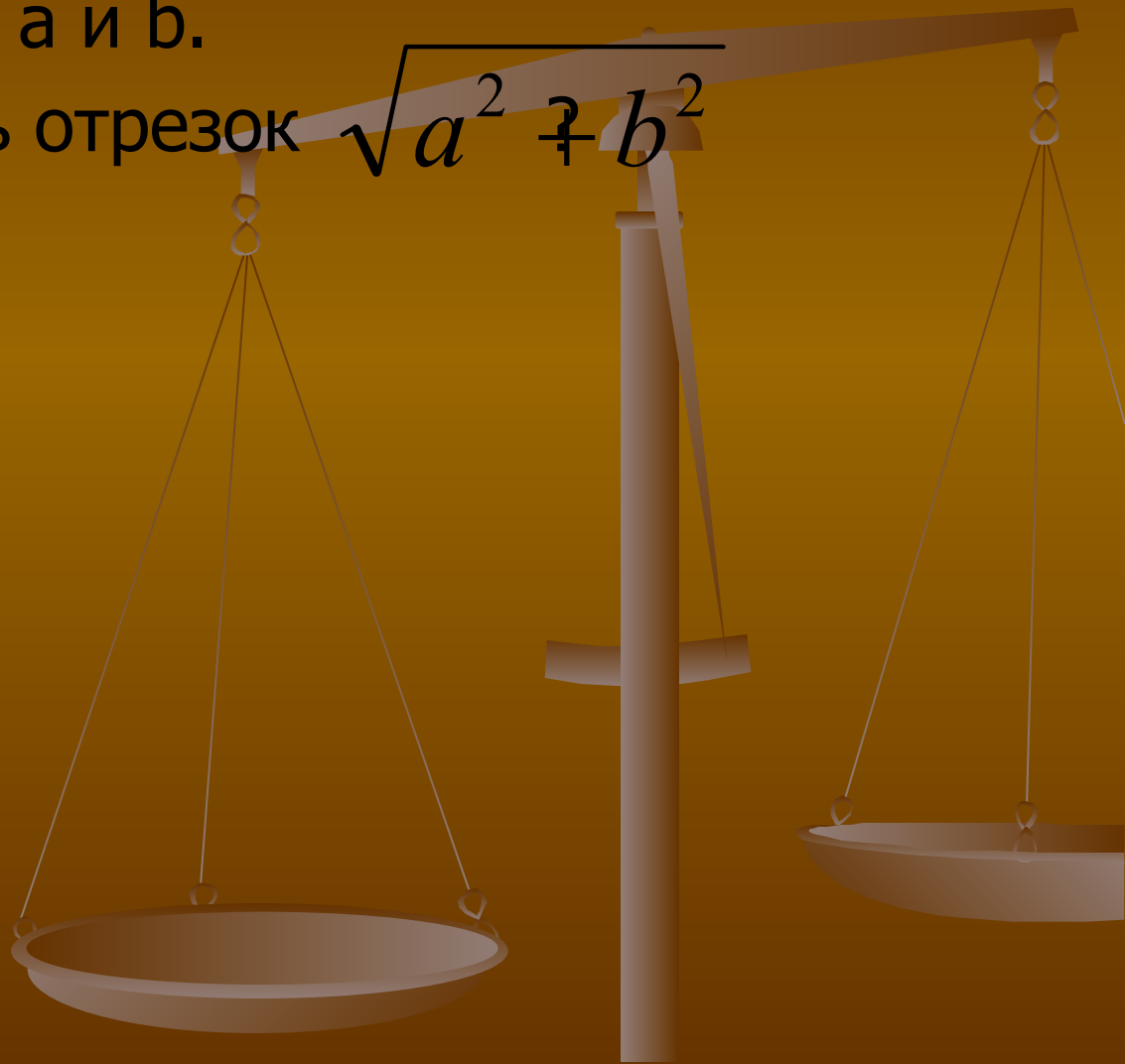
Ответ

Нет, так как синус – есть отношение – число отвлеченное, а не именованное.

Прямоугольный треугольник - 80

Даны отрезки a и b.

Как построить отрезок $\sqrt{a^2 + b^2}$

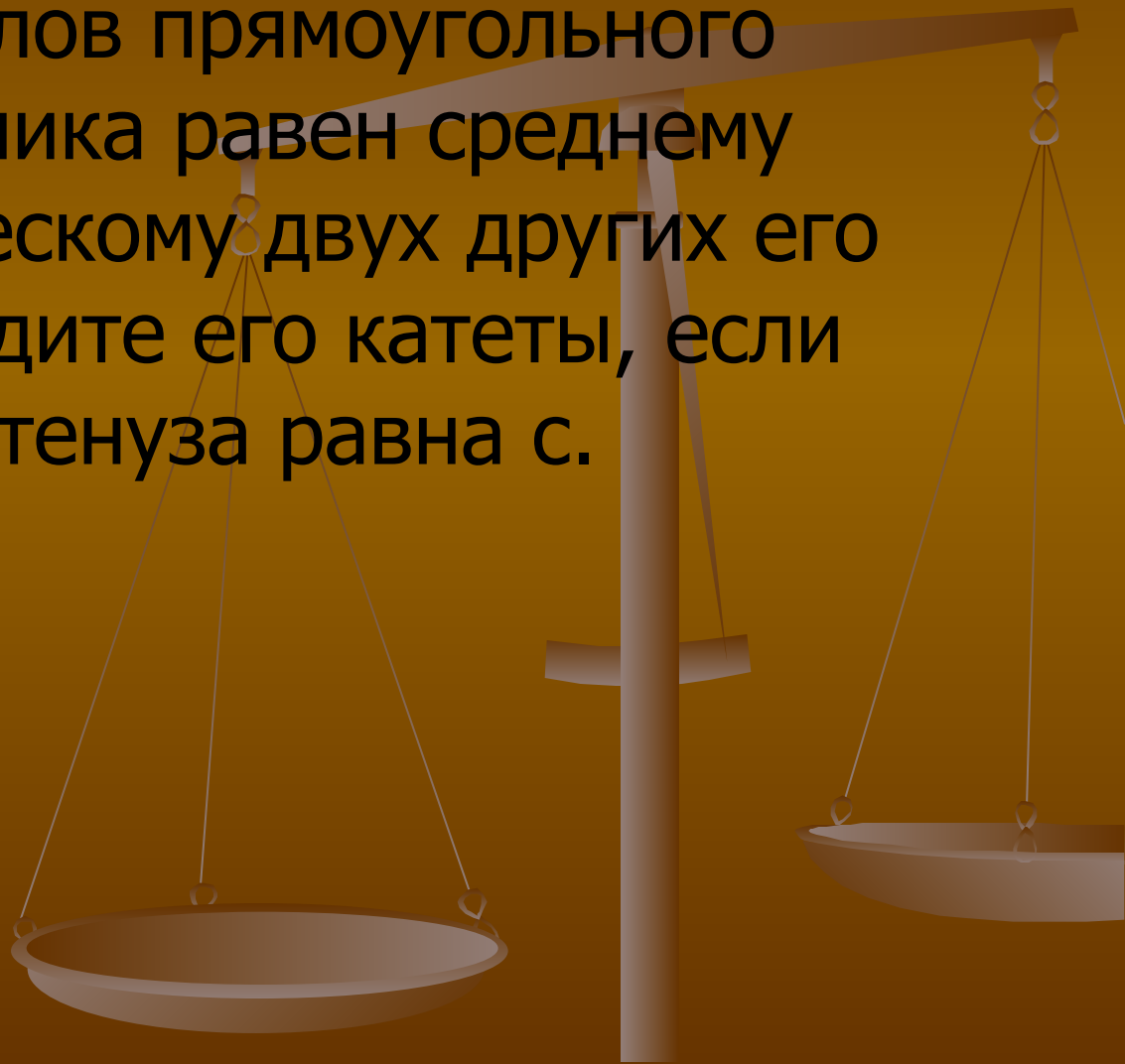


Ответ

Формула $\sqrt{a^2 + b^2}$ выражает гипотенузу прямоугольного треугольника, у которого катеты a и b.

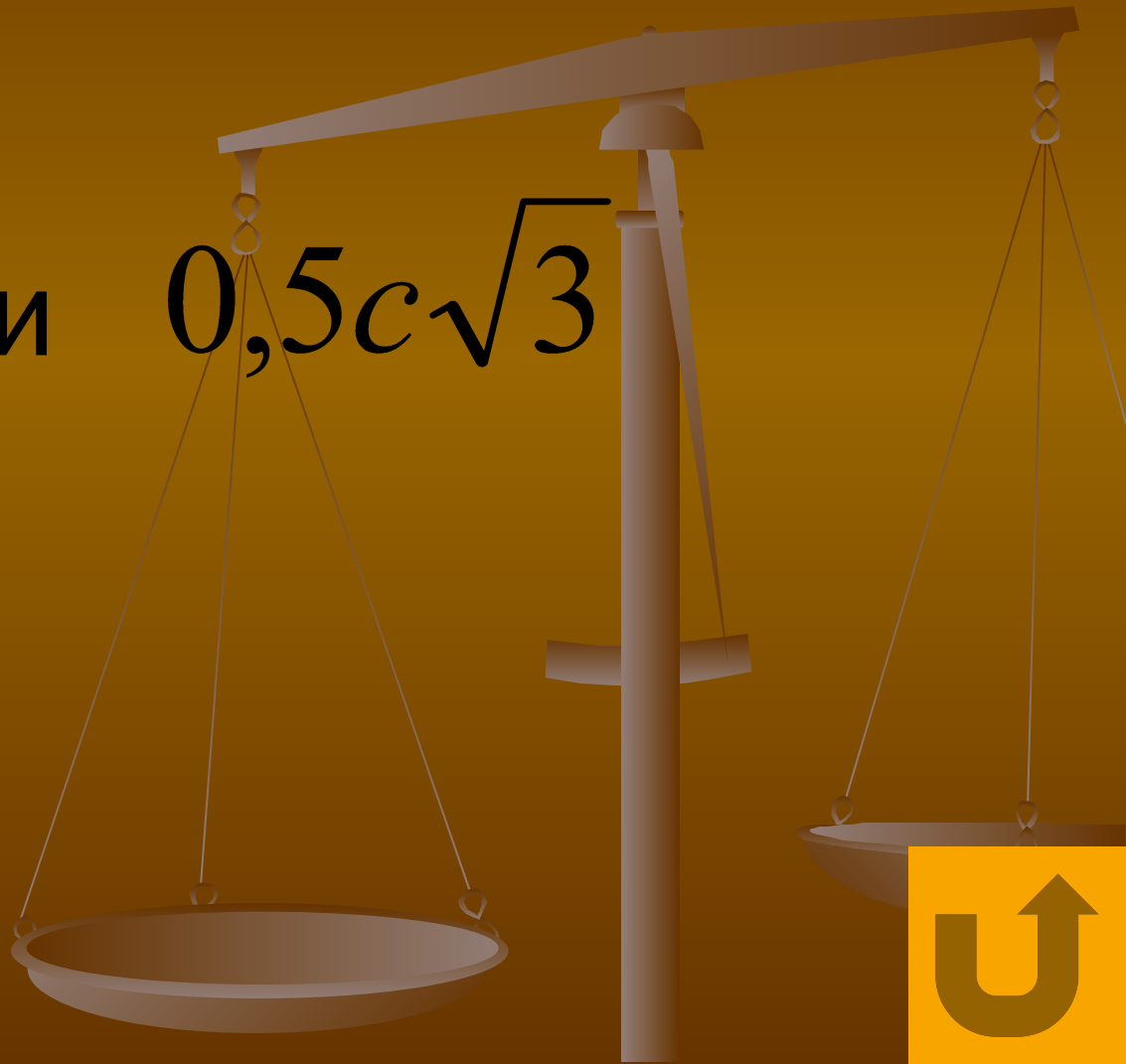
Прямоугольный треугольник - 100

Один из углов прямоугольного треугольника равен среднему арифметическому двух других его углов. Найдите его катеты, если гипотенуза равна с.



Ответ

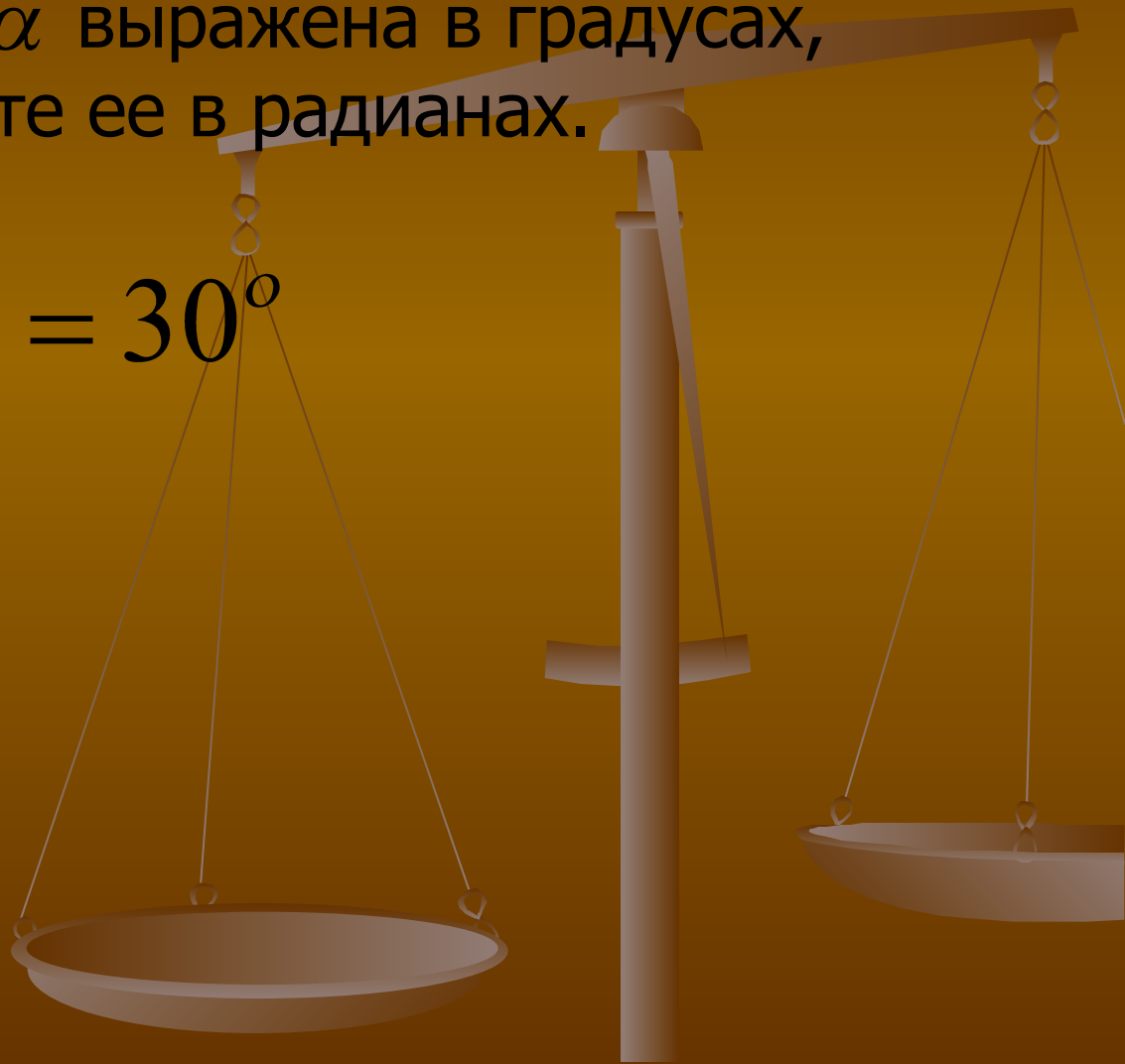
$0{,}5c$ и $0{,}5c\sqrt{3}$



Углы и их измерение - 20

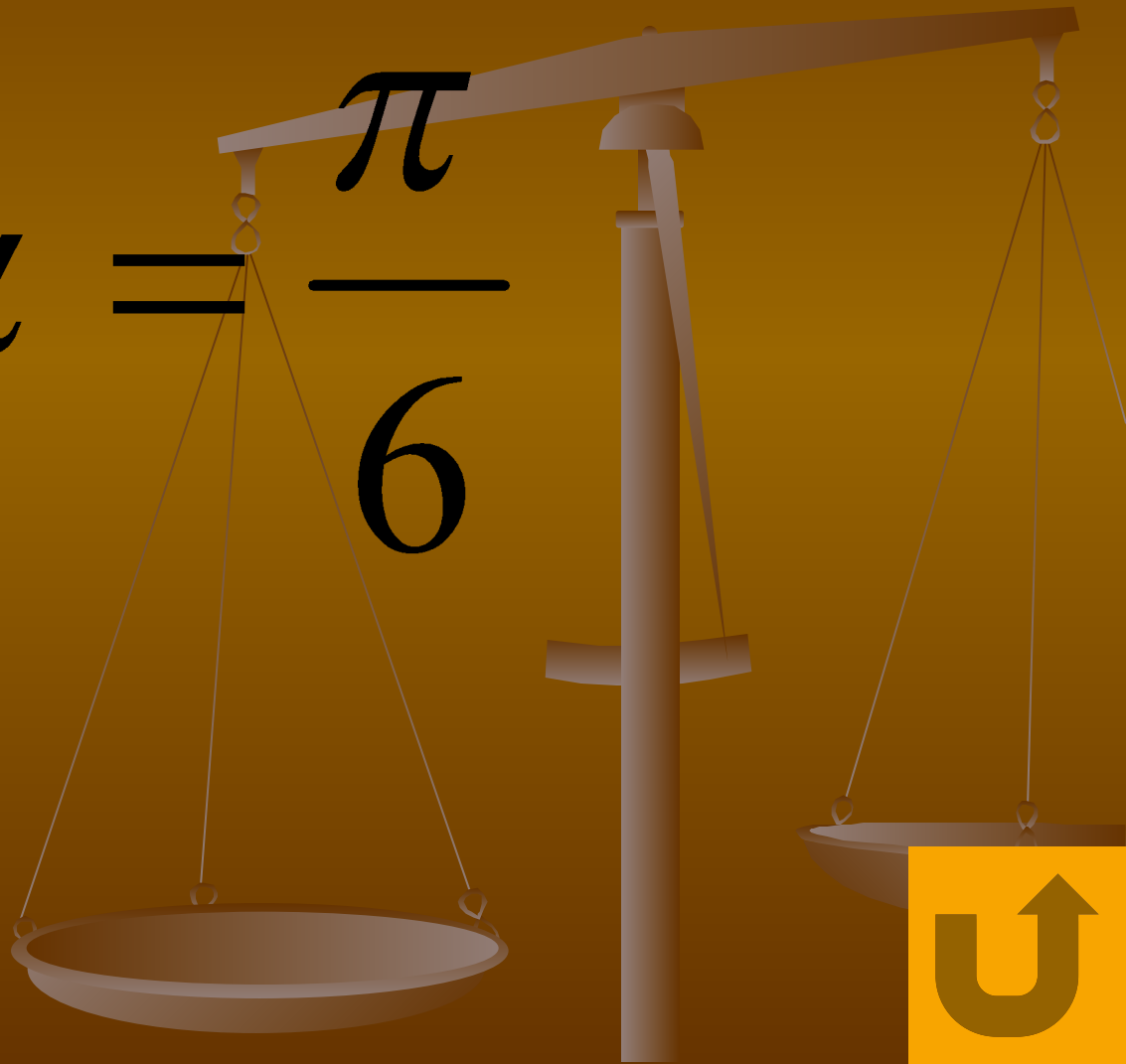
Величина угла α выражена в градусах, выразите ее в радианах.

$$\alpha = 30^{o}$$



Ответ

$$\alpha = \frac{\pi}{6}$$



Углы и их измерение - 40

Именно в этой четверти лежит этот угол - 830°

Ответ

III четверть

Углы и их измерение - 60

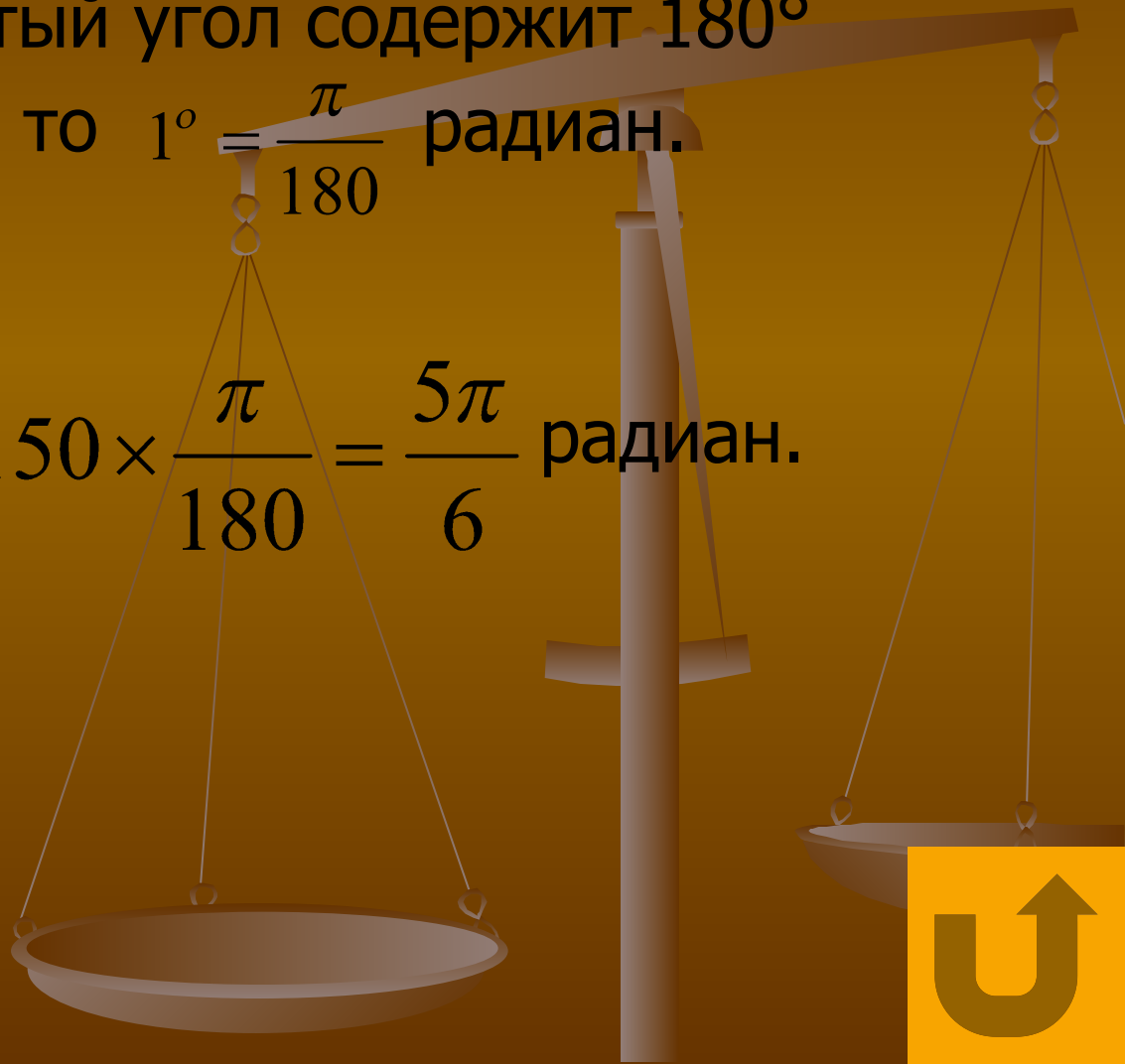
Выразим величину угла α в радианах, если

$$\alpha = 150^{o}$$

Ответ

Так как развернутый угол содержит 180° или π радиан, то $1^o = \frac{\pi}{180}$ радиан.

Поэтому $150^o = 150 \times \frac{\pi}{180} = \frac{5\pi}{6}$ радиан.



Углы и их измерение - 80

Выразим величину угла α в градусах,

если $\alpha = \frac{4\pi}{3}$ радиан.

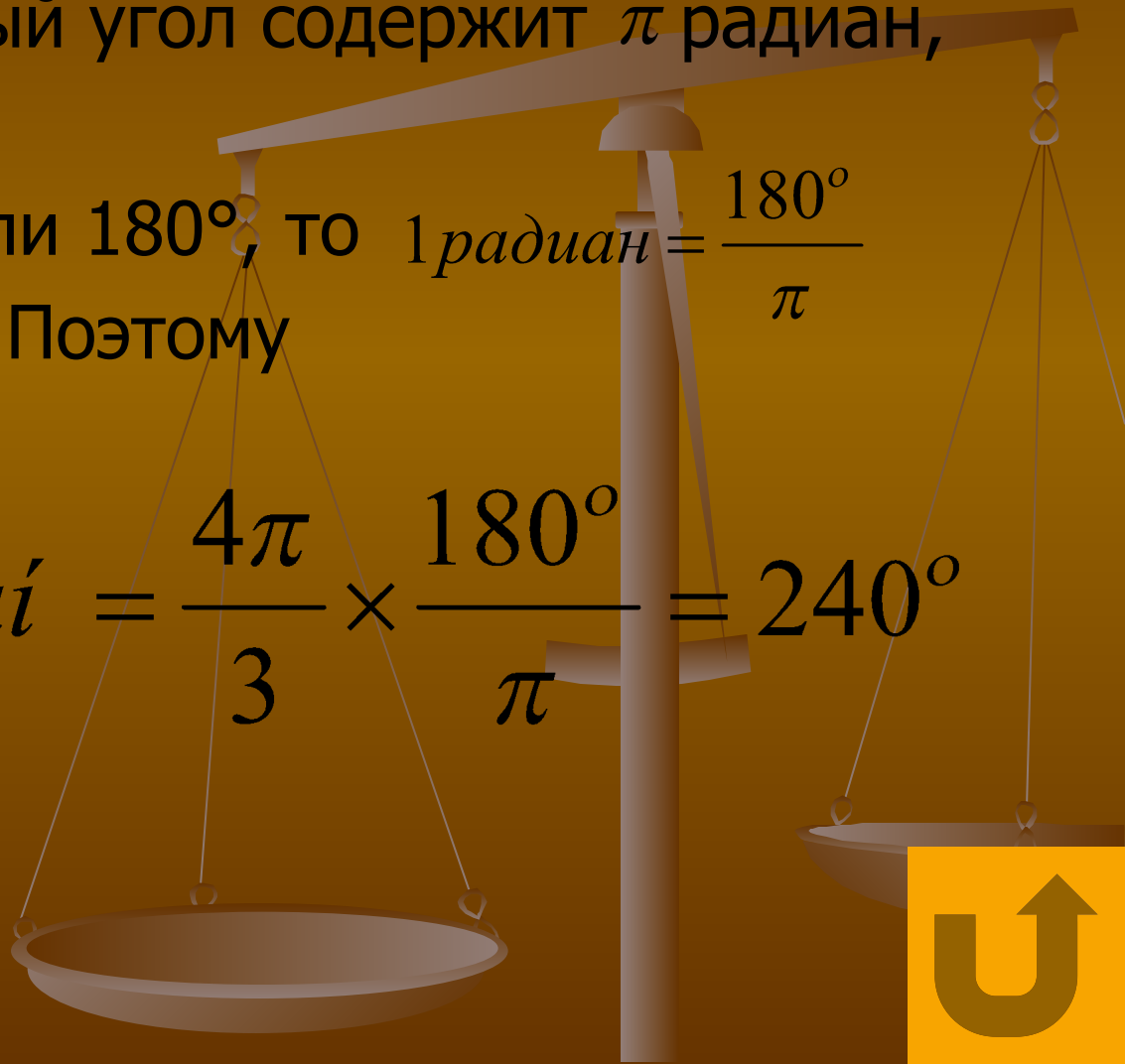
Ответ

Так как развернутый угол содержит π радиан,

или 180°, то $1 радиан = \frac{180^o}{\pi}$

Поэтому

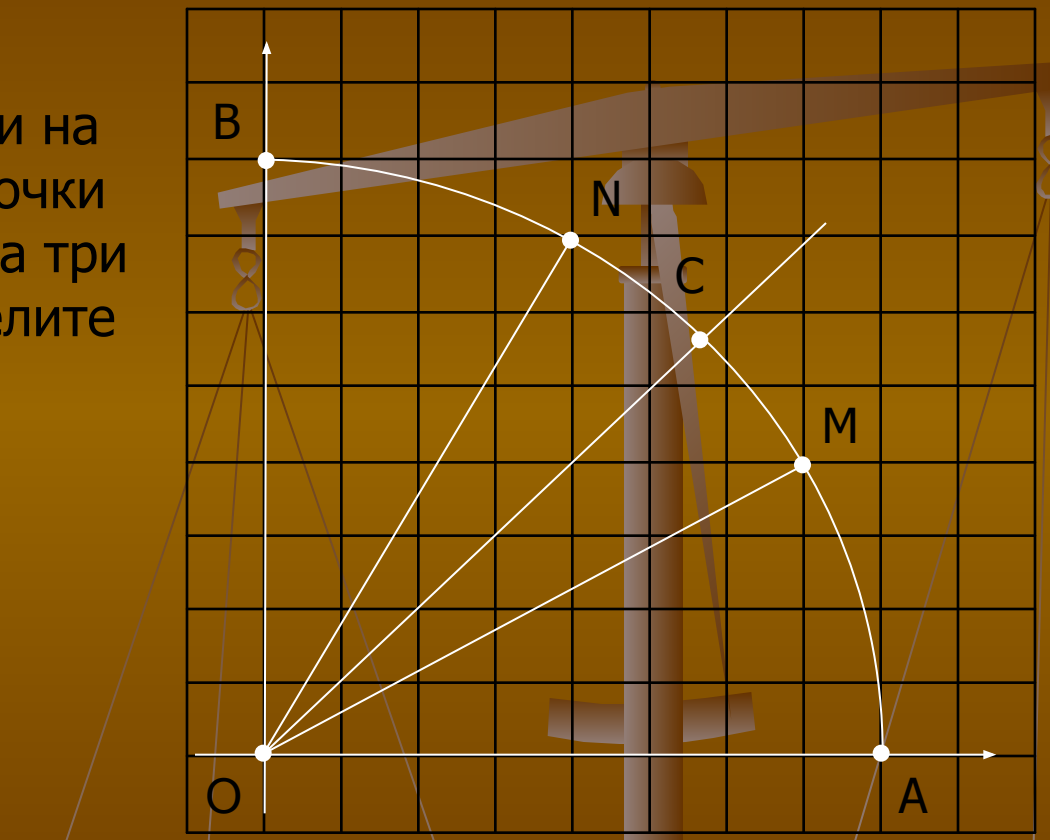
$$\frac{4\pi}{3} ðàäèàí = \frac{4\pi}{3} \times \frac{180^o}{\pi} = 240^o$$



Углы и их измерение - 100

Точка C делит дугу AB единичной окружности на две равные части, а точки M и N делят дугу AB на три равные части. Определите величину угла:

1. AOC в градусах
2. AON в радианах

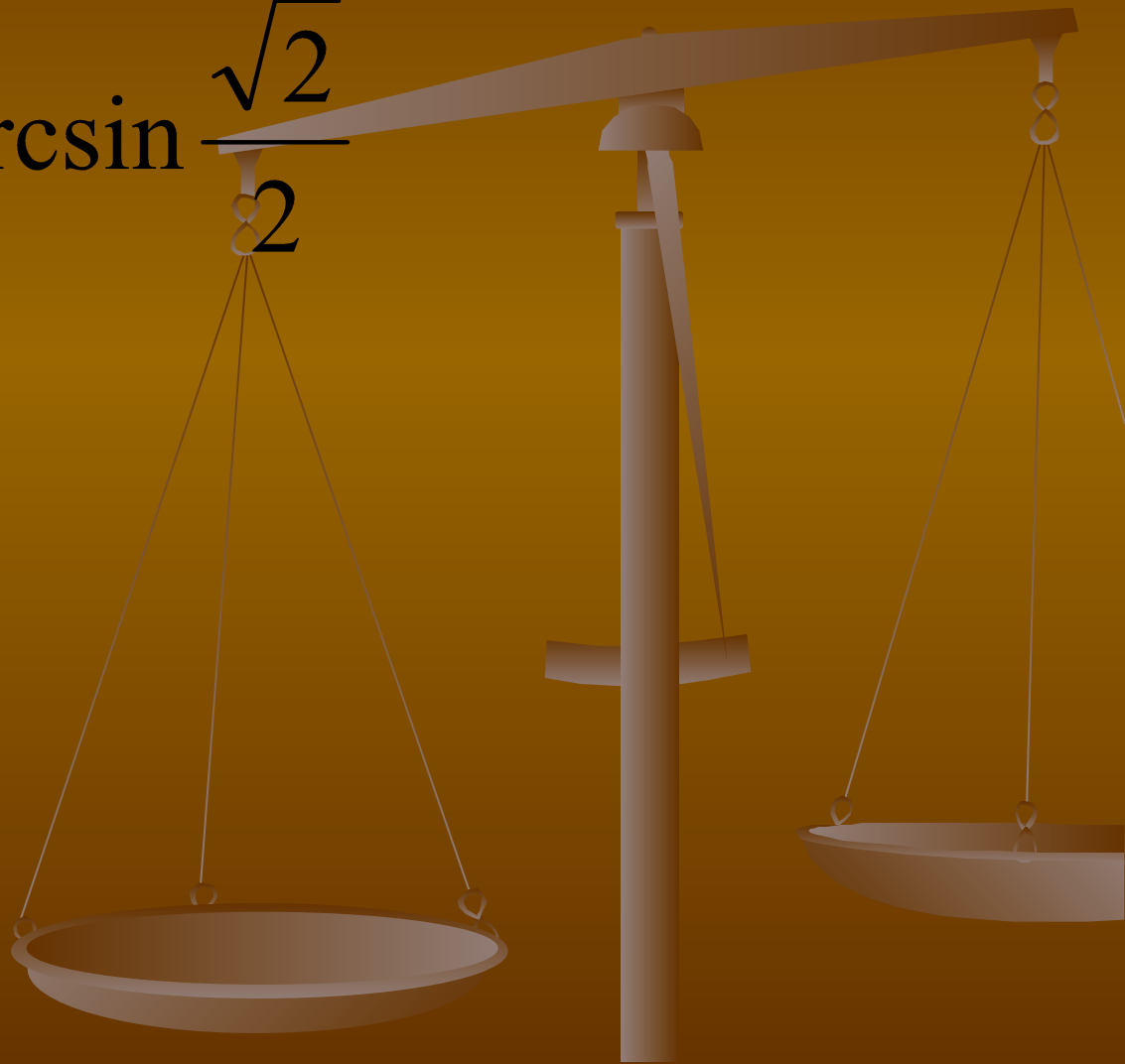


Ответ

1. $45°$
2. $\frac{\pi}{3}$.

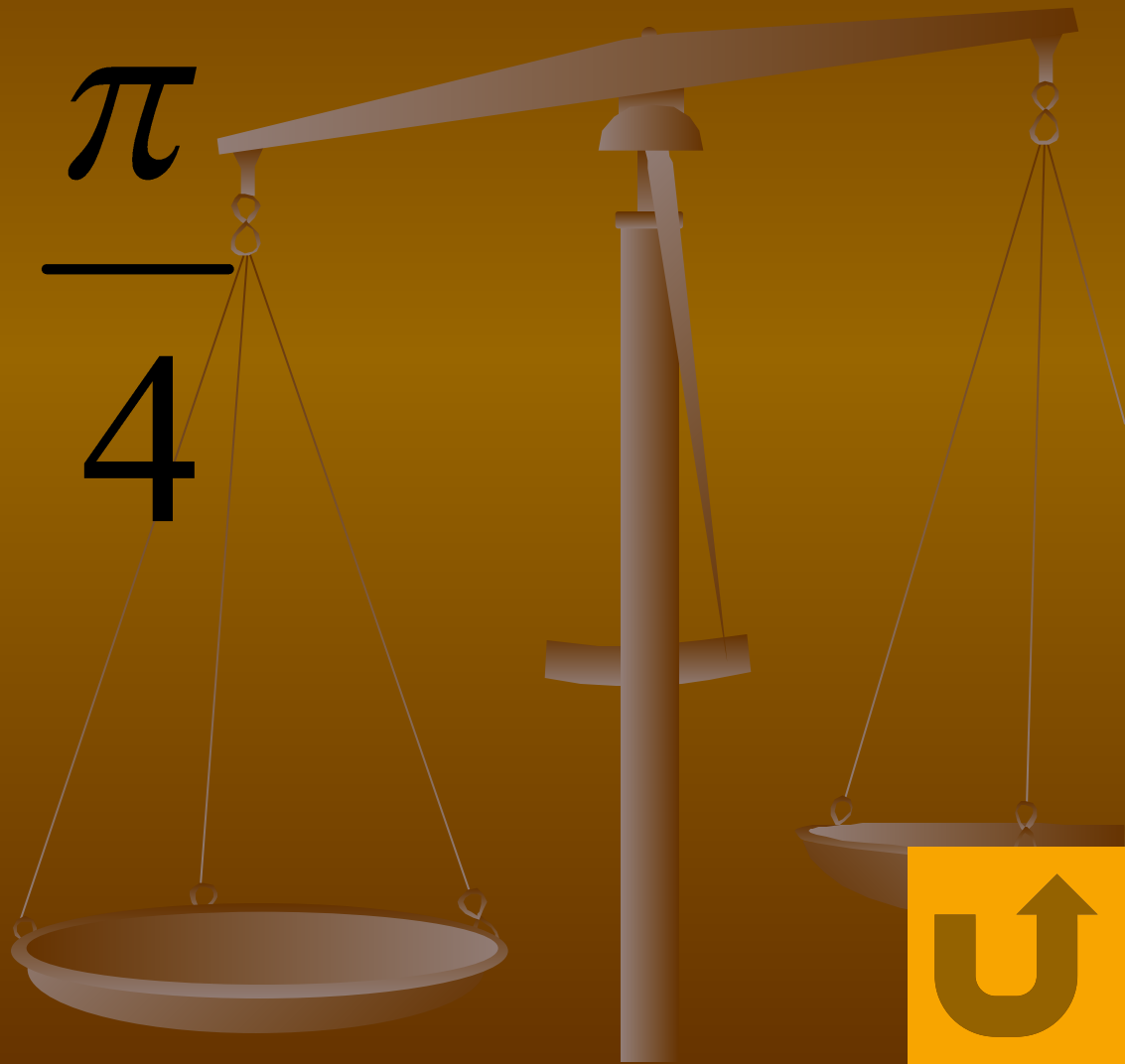
Вычисления - 20

$$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$$



Ответ

$$\frac{\pi}{4}$$

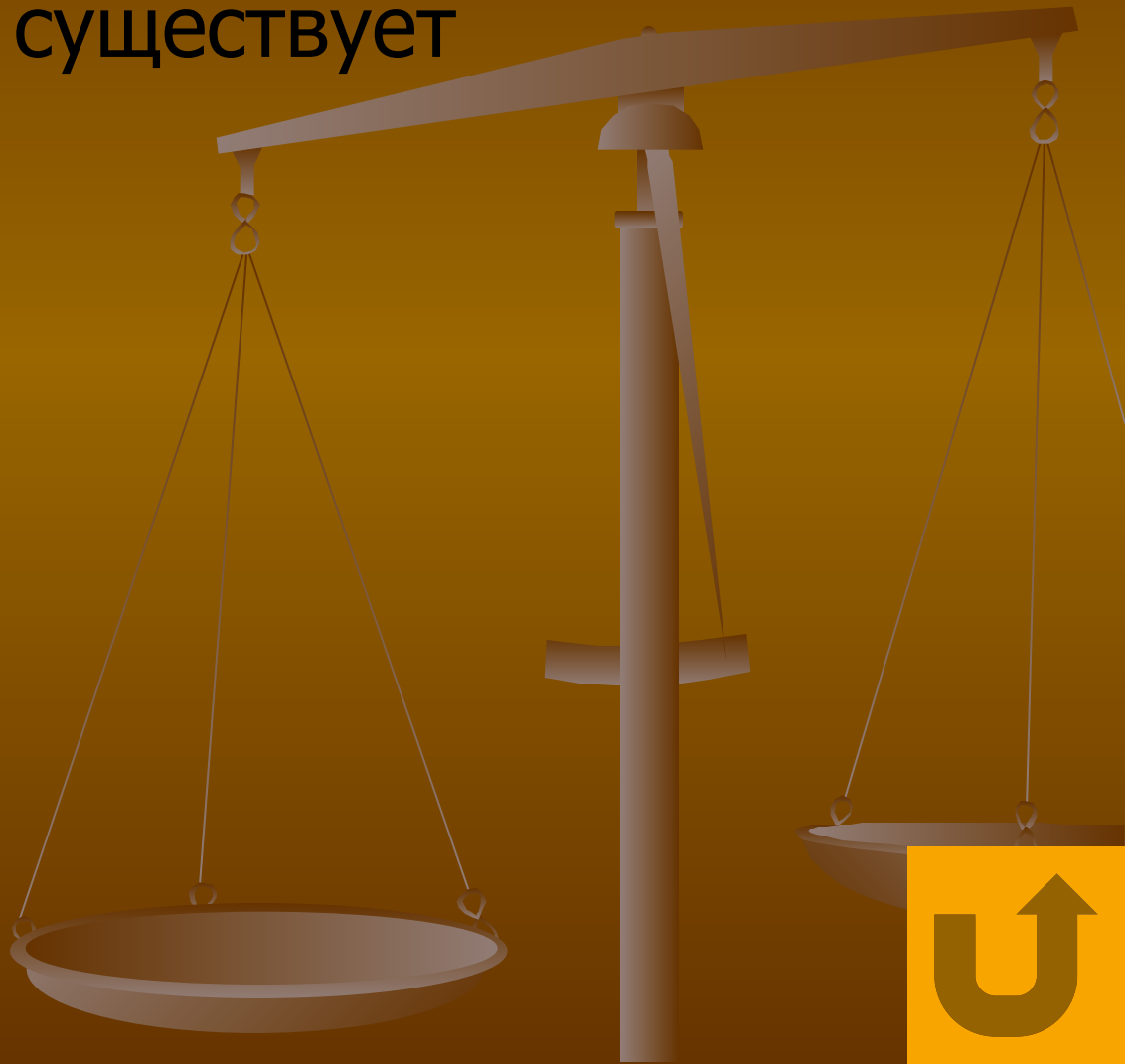


Вычисления - 40

$\arccos 3$

Ответ

Не существует

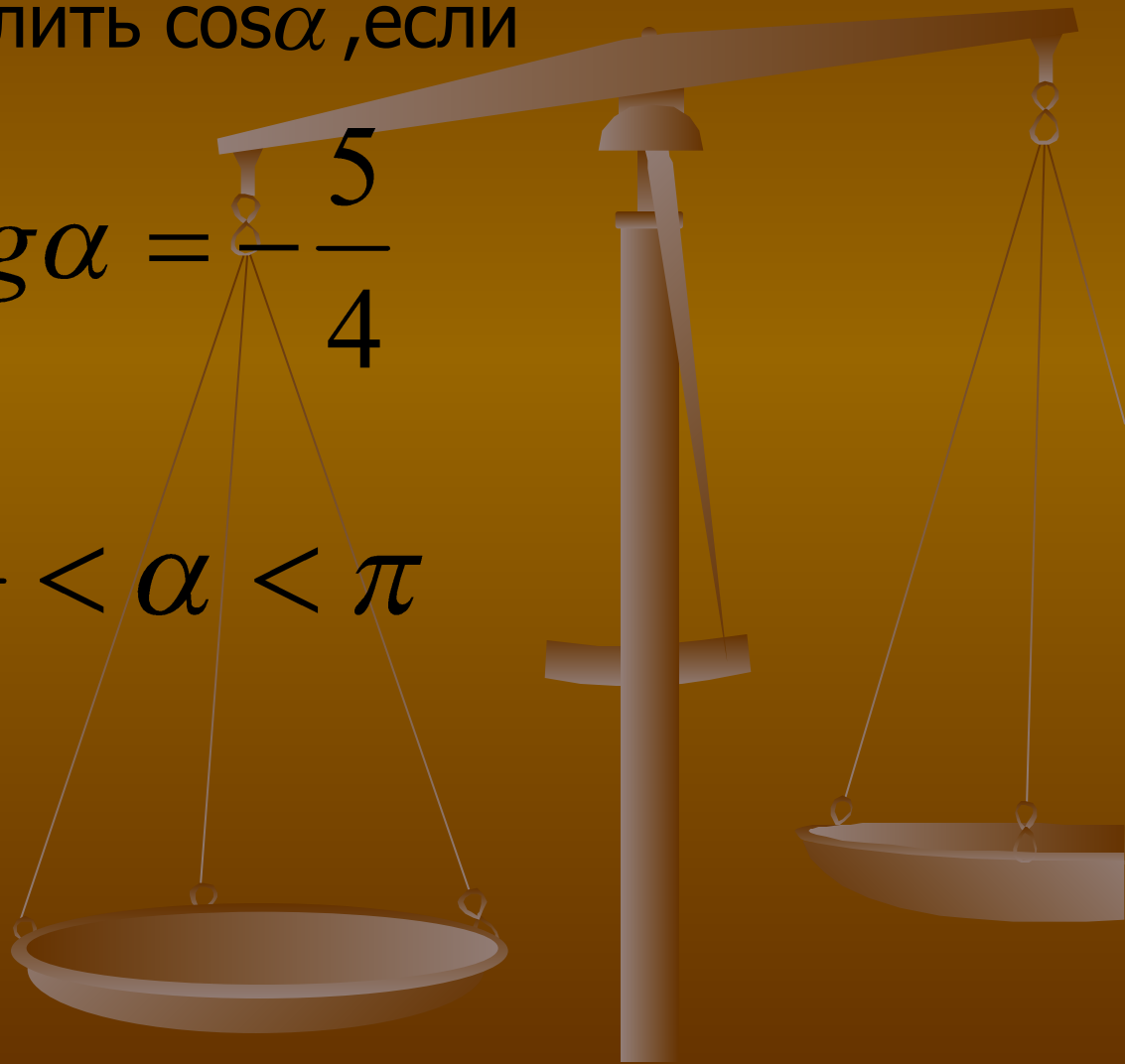


Вычисления - 60

Вычислить $\cos\alpha$,если

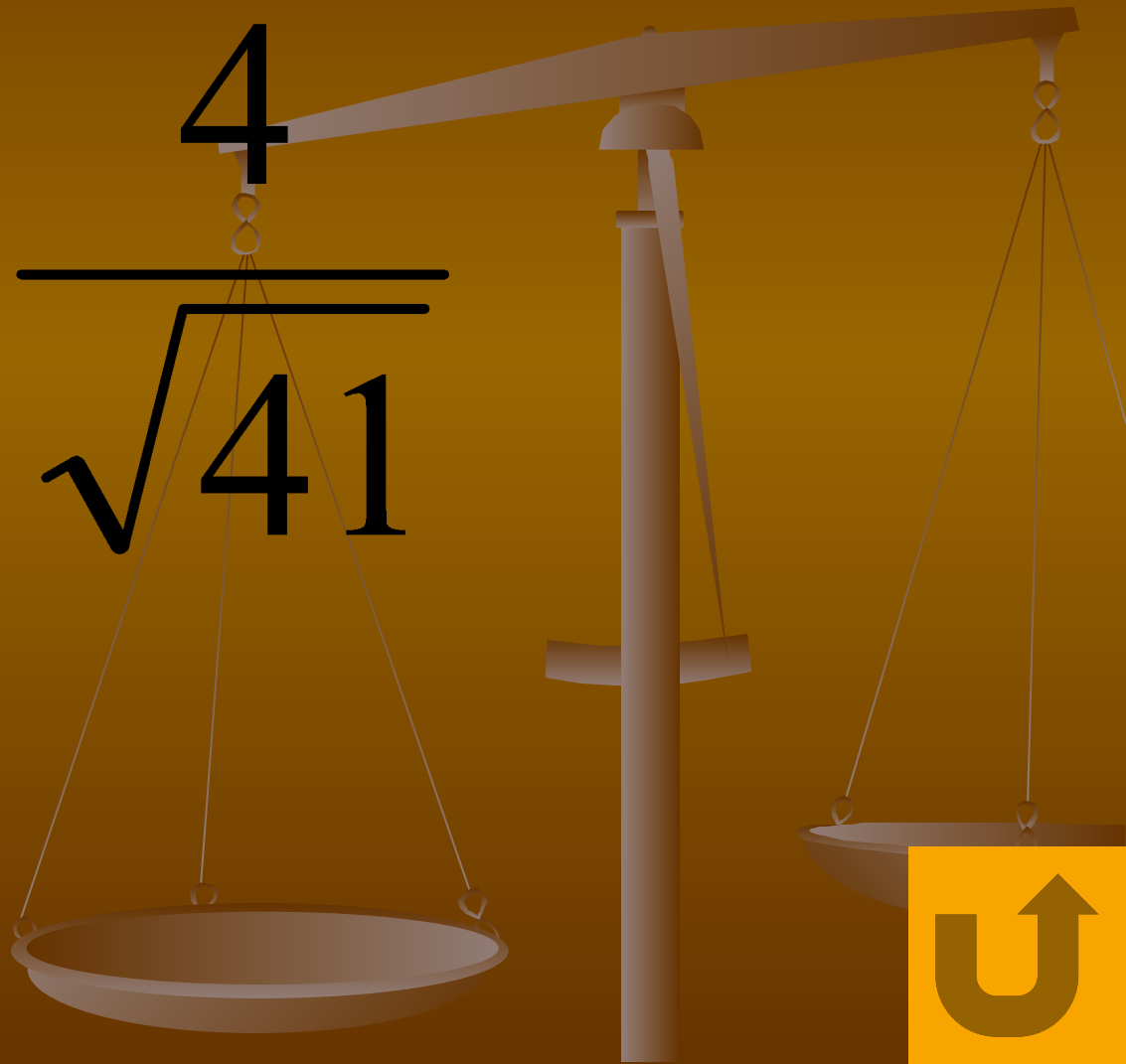
$$tg\alpha = -\frac{5}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$$



Ответ

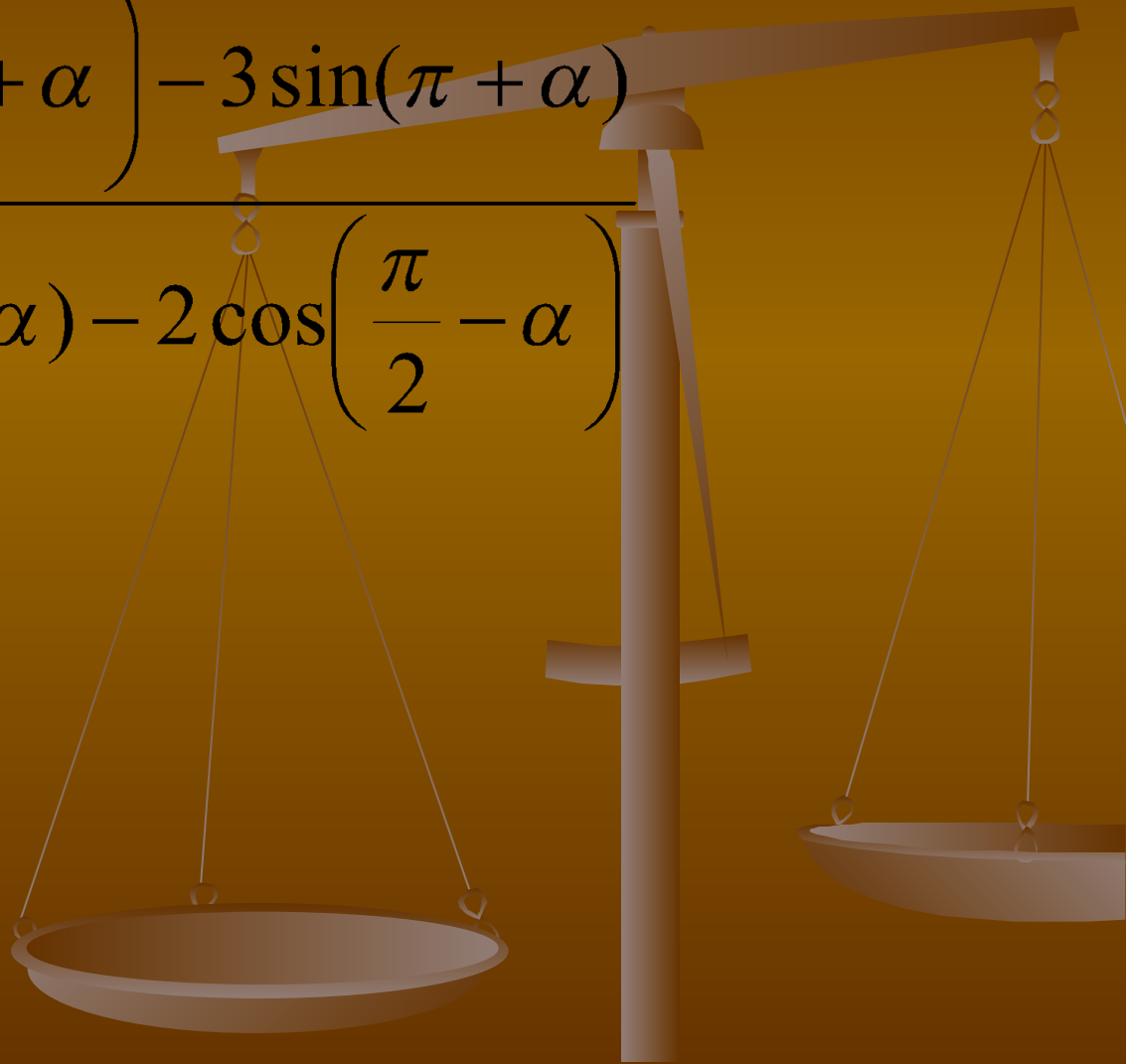
$$-\frac{4}{\sqrt{41}}$$



Вычисления - 80

$$c = \frac{2\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 3\sin(\pi + \alpha)}{3\cos(\pi - \alpha) - 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}$$

если $\mathrm{tg}\,\alpha = 4$



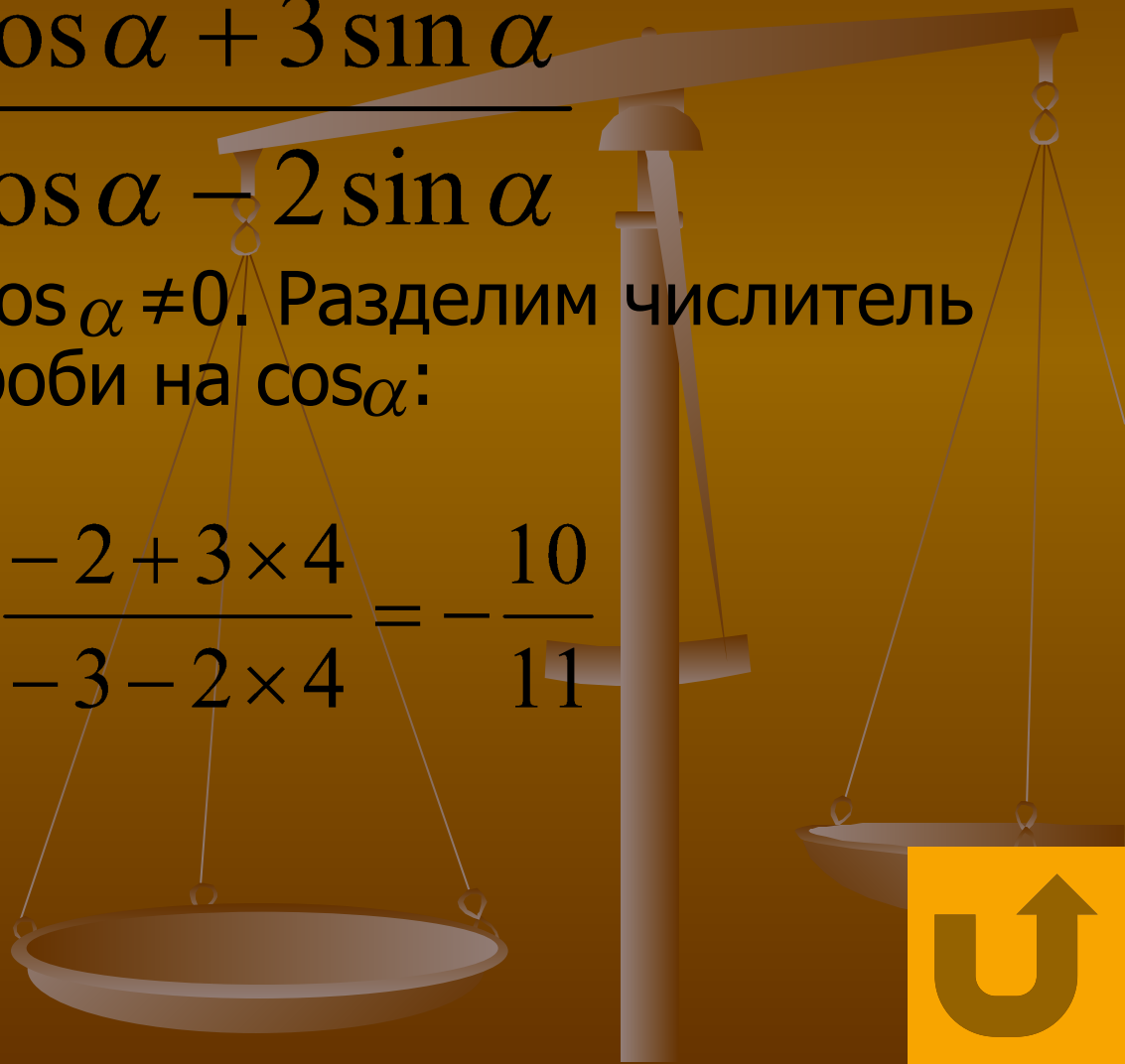
Ответ

$$c = \frac{-2\cos\alpha + 3\sin\alpha}{-3\cos\alpha - 2\sin\alpha}$$

Так как $\mathrm{tg}\,\alpha = 4$, то $\cos\alpha \neq 0$. Разделим числитель и знаменатель дроби на $\cos\alpha$:

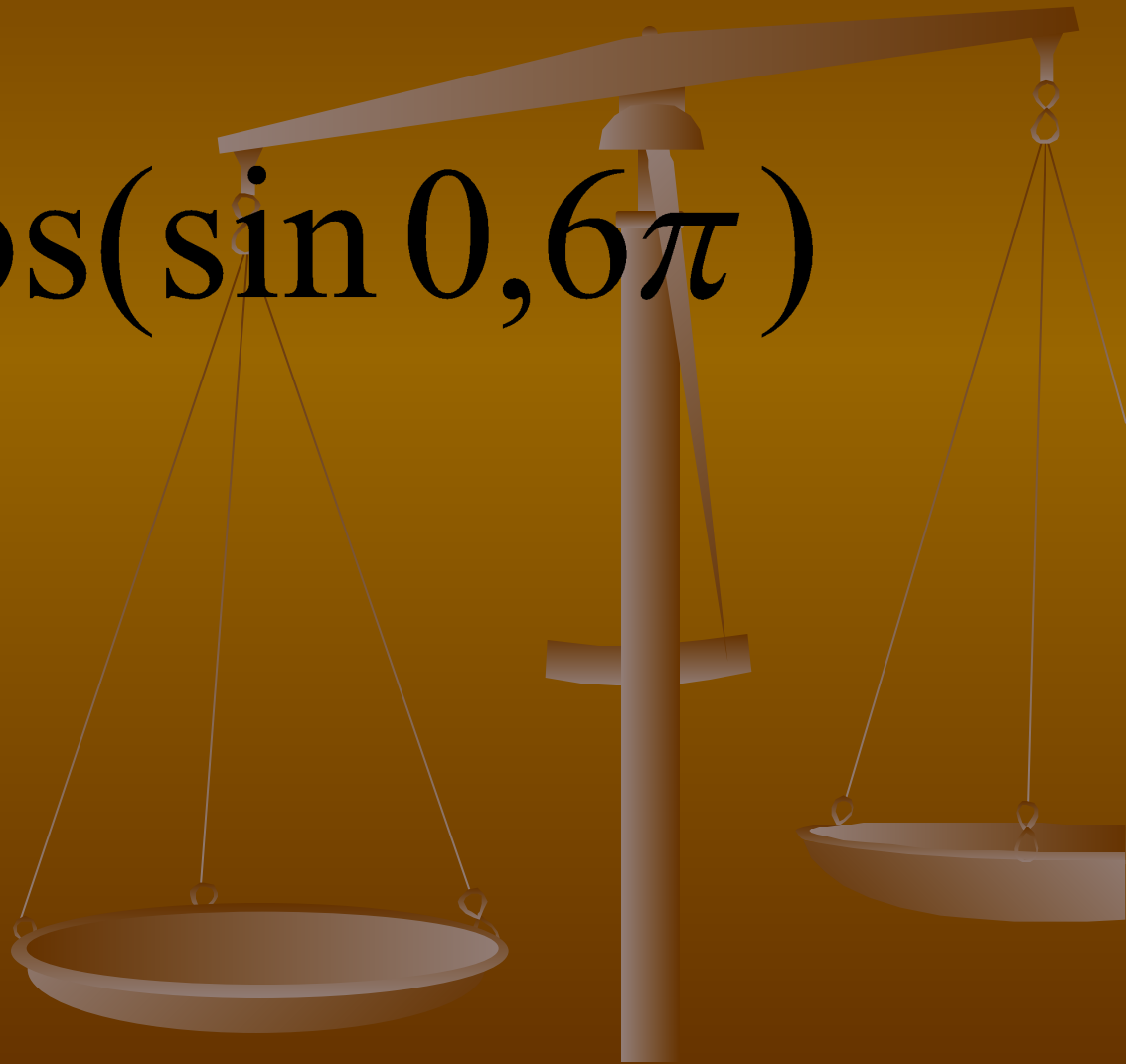
$$\tilde{n} = \frac{-2 + 3tg\alpha}{-3 - 2tg\alpha} = \frac{-2 + 3\times 4}{-3 - 2\times 4} = -\frac{10}{11}$$

Ответ: $-\frac{10}{11}$



Вычисления -100

$$\arccos(\sin 0{,}6\pi)$$



Ответ

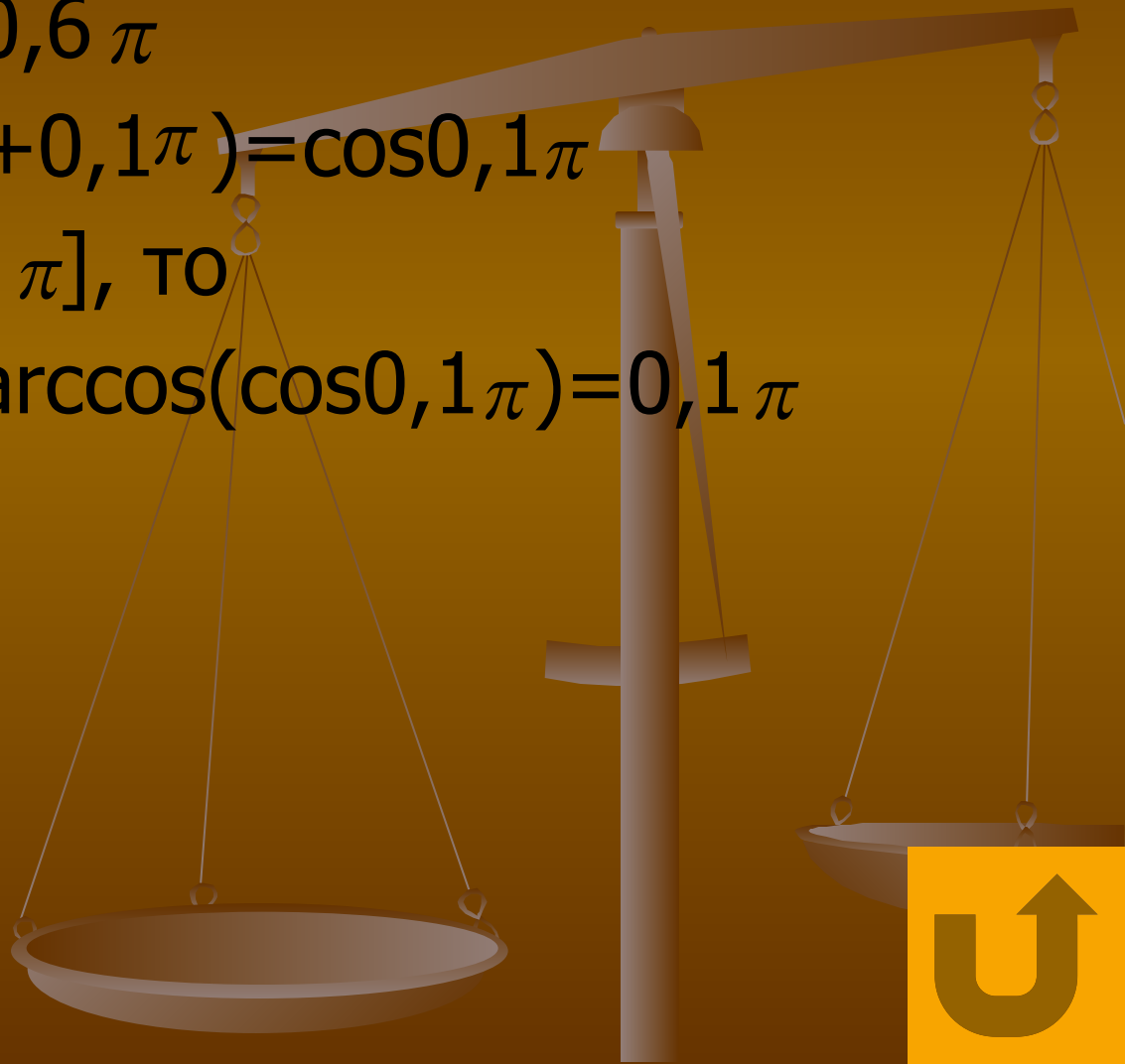
Преобразуем $\sin 0{,}6\pi$

$\sin 0{,}6\pi = \sin(0{,}5\pi + 0{,}1\pi) = \cos 0{,}1\pi$

Так как $0{,}1\pi \in [0; \pi]$, то

$\arccos(\sin 0{,}6\pi) = \arccos(\cos 0{,}1\pi) = 0{,}1\pi$

Ответ: $0{,}1\pi$



2 тур

3 тур

Темы	Стоимость вопроса				
Расскажи, мне расскажи	50	100	150	200	250
Исследование тригонометрических функций	50	100	150	200	250
Формулы	50	100	150	200	250
Проще простого	50	100	150	200	250

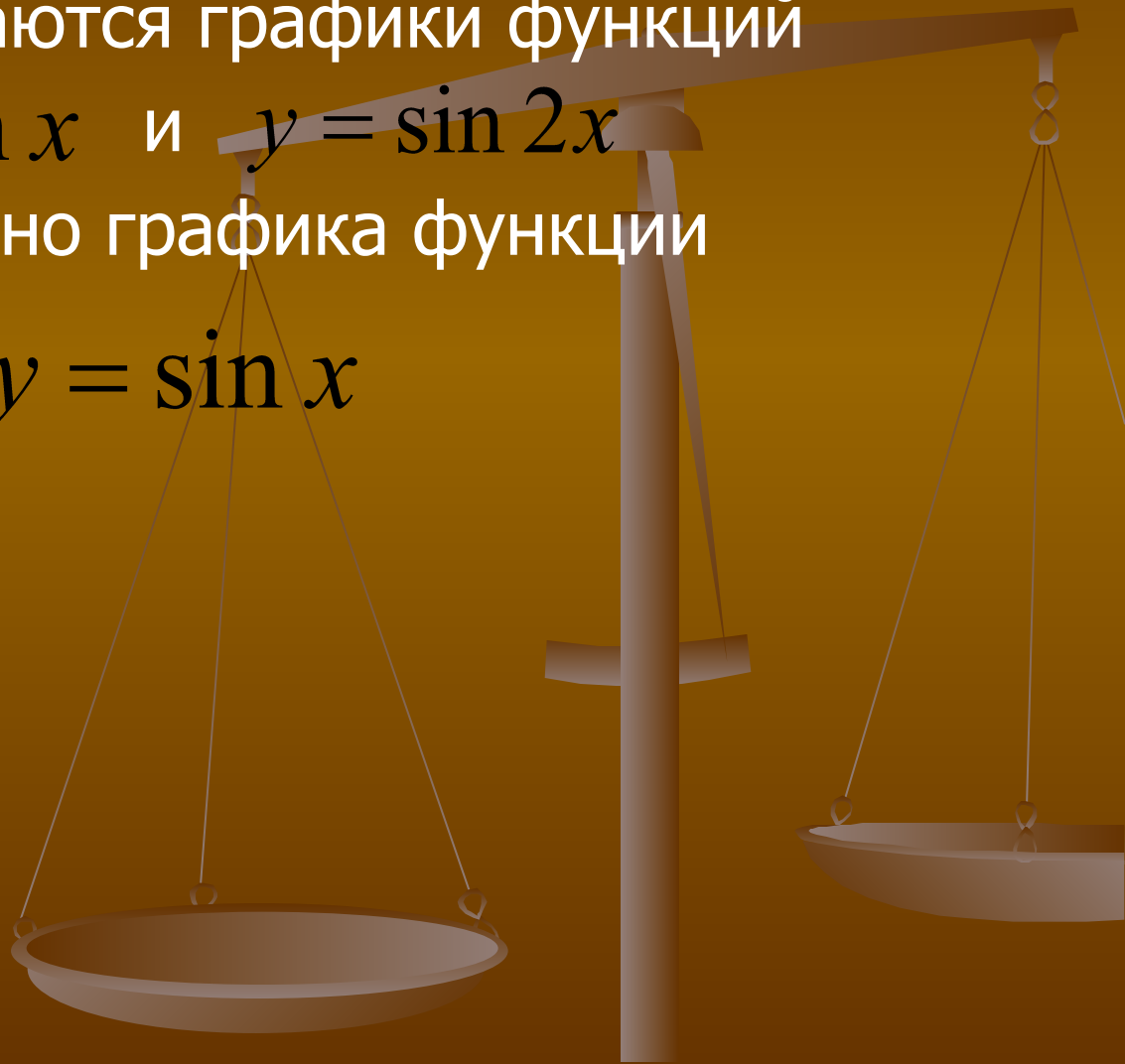
Расскажи мне, расскажи - 50

Как располагаются графики функций

$y = 2\sin x$ и $y = \sin 2x$

относительно графика функции

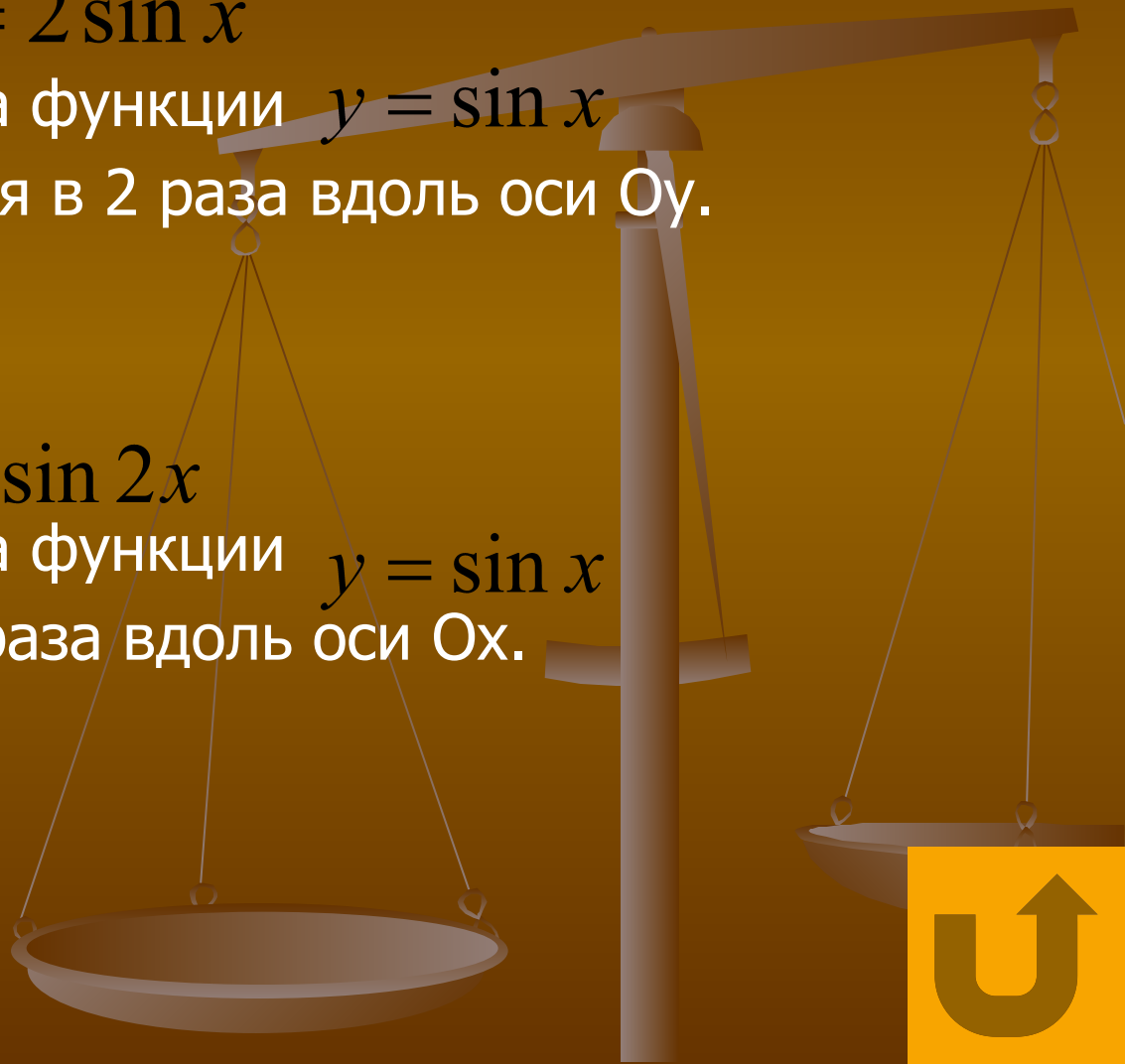
$y = \sin x$



Ответ

График функции $y = 2\sin x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его растягивания в 2 раза вдоль оси Oy.

График функции $y = \sin 2x$ получается из графика функции $y = \sin x$ путем его сжатия в 2 раза вдоль оси Ox.



Расскажи мне, расскажи - 100

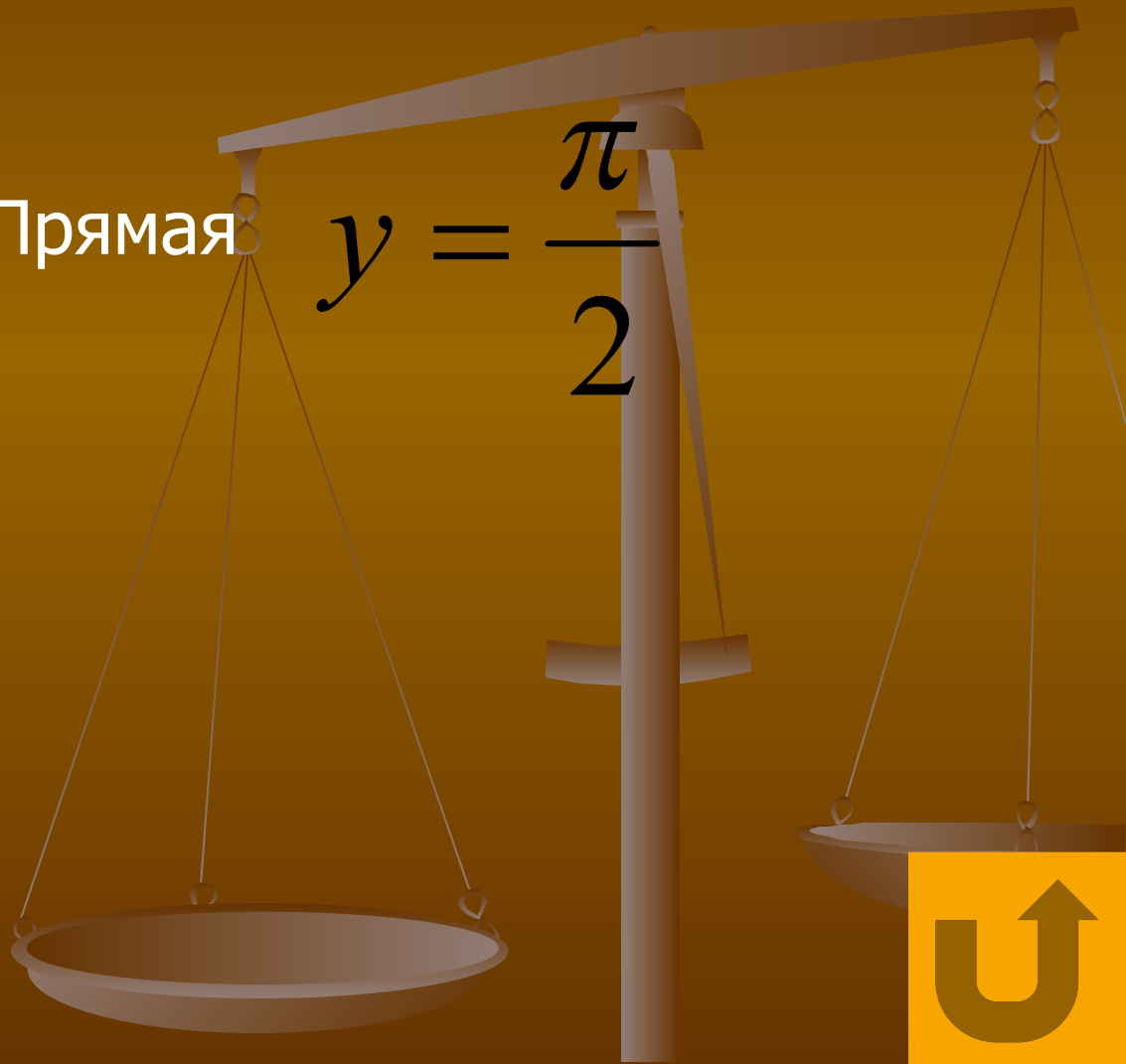
Графиком функции

$$y = arctgx + arcctgx$$

является

Ответ

Прямая $y = \frac{\pi}{2}$



Расскажи мне, расскажи - 150

Расскажите как построить график функции

$$y = \sin(\arcsin x)$$

Ответ

Нужно применить тождество $\sin(\arcsin x) = x$, которое справедливо в естественной области определения. Графиком функции $y = \sin(\arcsin x)$ является отрезок прямой, заданный уравнением y=x, при $x \in [-1;1]$

Расскажи мне, расскажи - 200

Графиком функции

$$y = \arcsin x + \arccos x$$

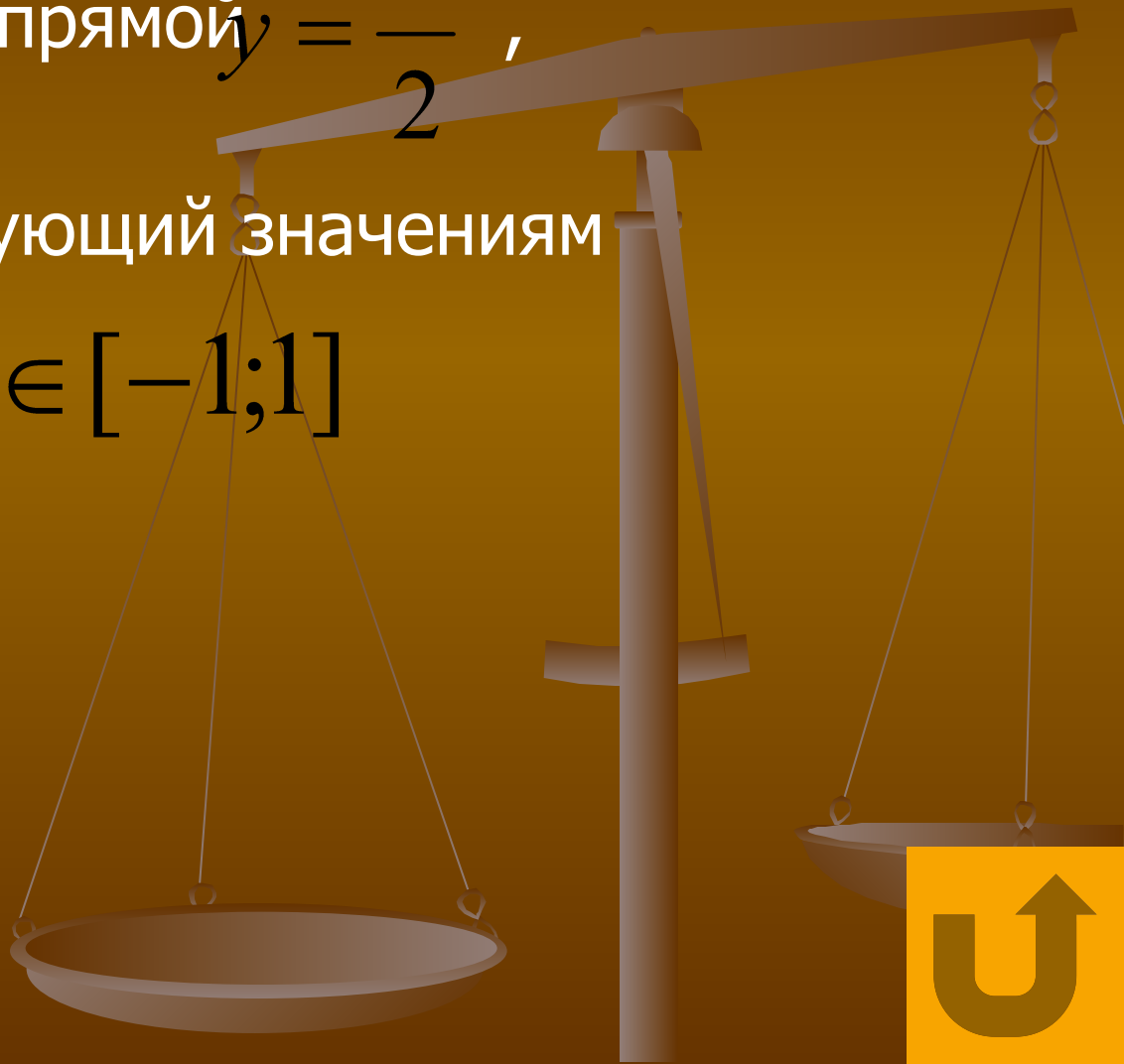
служит

Ответ

Отрезок прямой $y = \frac{\pi}{2}$,

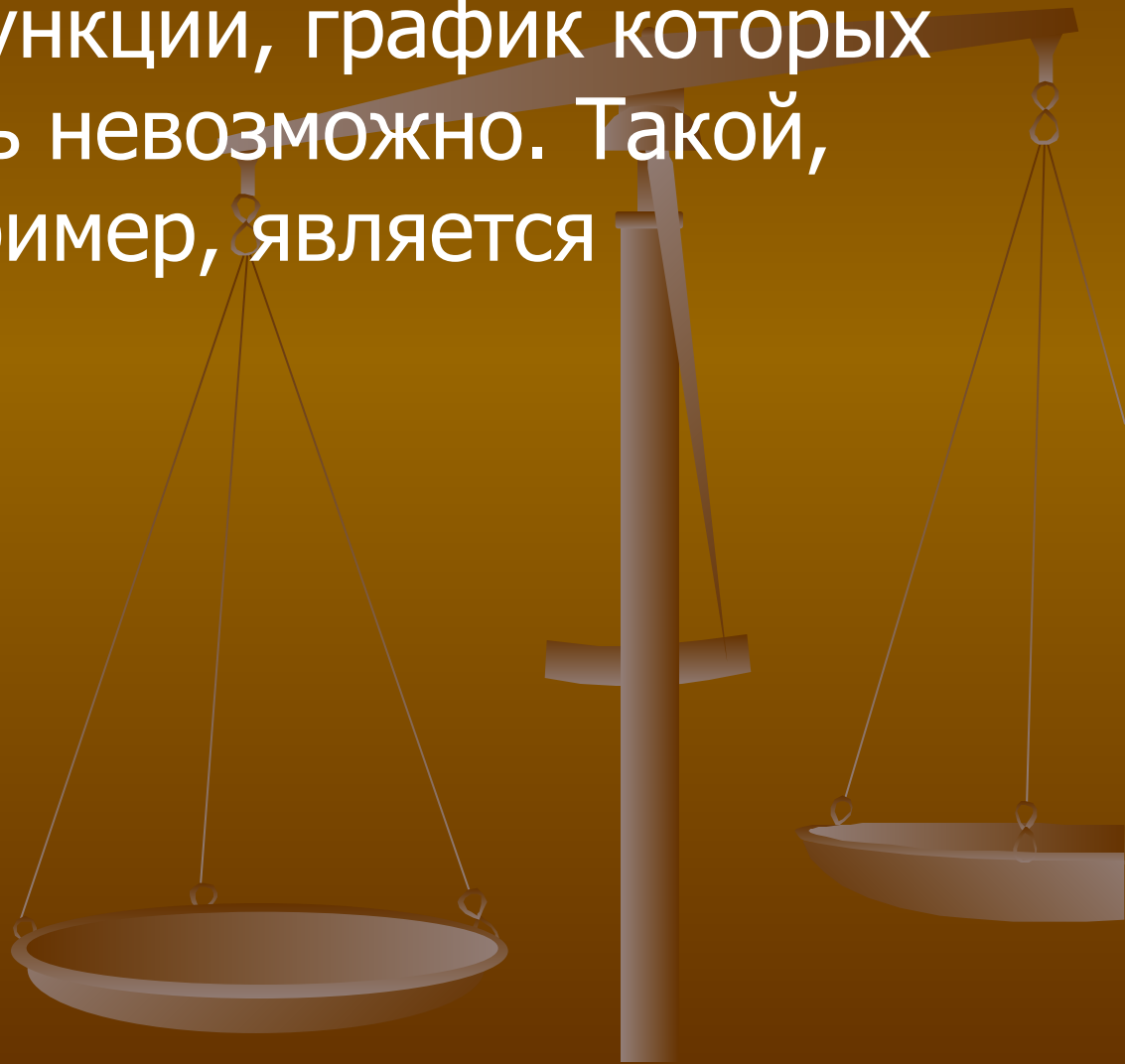
соответствующий значениям

$x \in [-1;1]$



Расскажи мне, расскажи - 250

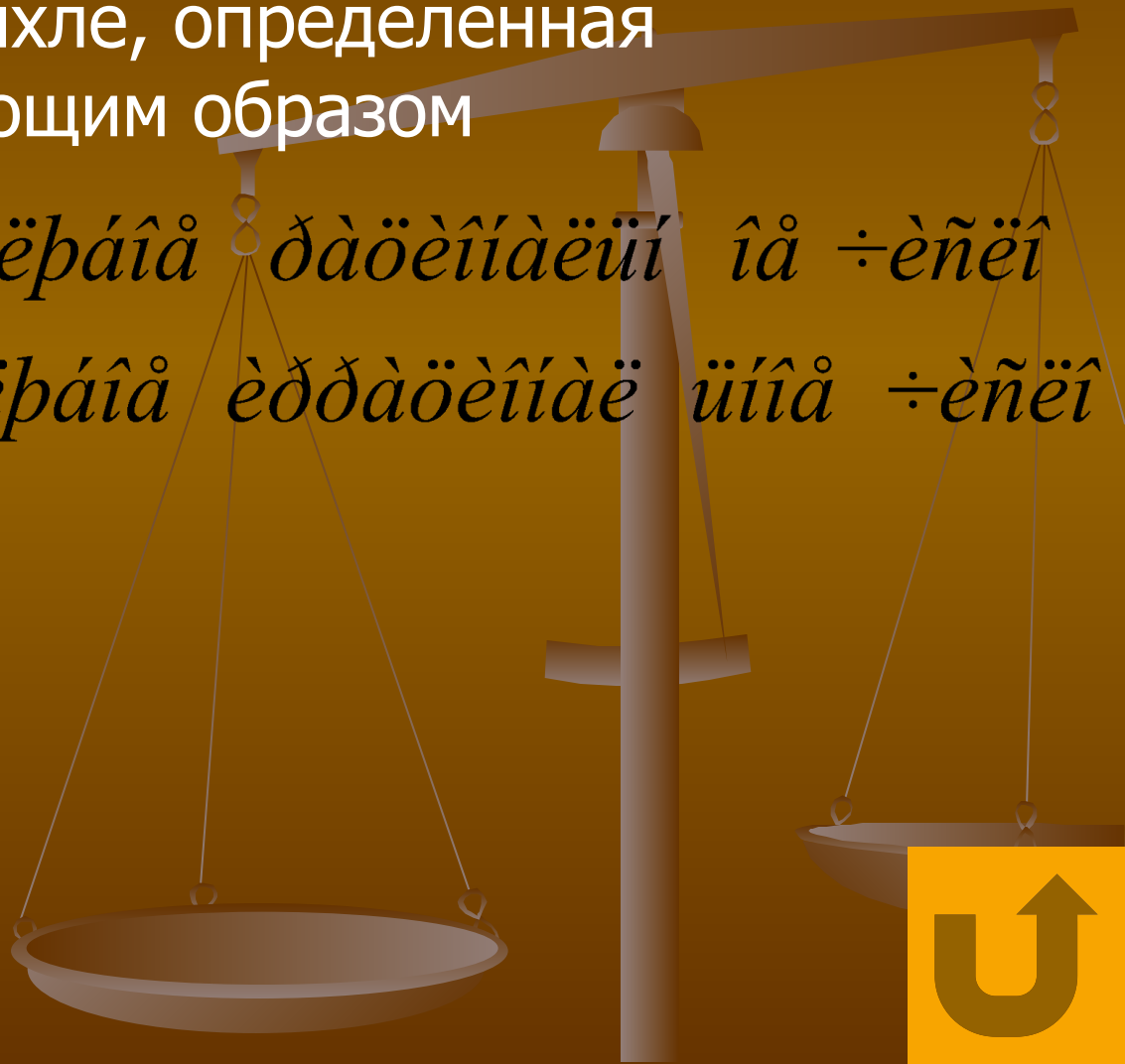
Существуют функции, график которых изобразить невозможно. Такой, например, является



Ответ

Функция Дирихле, определенная следующим образом

$$y = \begin{cases} 1, \text{åñëè } õ - \text{ëþáîå } \text{ðàöèîíàëüíî } \text{îå } \text{÷èñëî} \\ 0, \text{åñëè } õ - \text{ëþáîå } \text{èððàöèîíàë } \text{üíîå } \text{÷èñëî} \end{cases}$$



Исследование тригонометрических функций - 50

Именно для этих действительных чисел определена функция

$$y = \frac{\sin x}{x}$$

Ответ

Для всех действительных x ,
кроме $x = 0$

Исследование тригонометрических функций - 100

Найдите множество значений функции

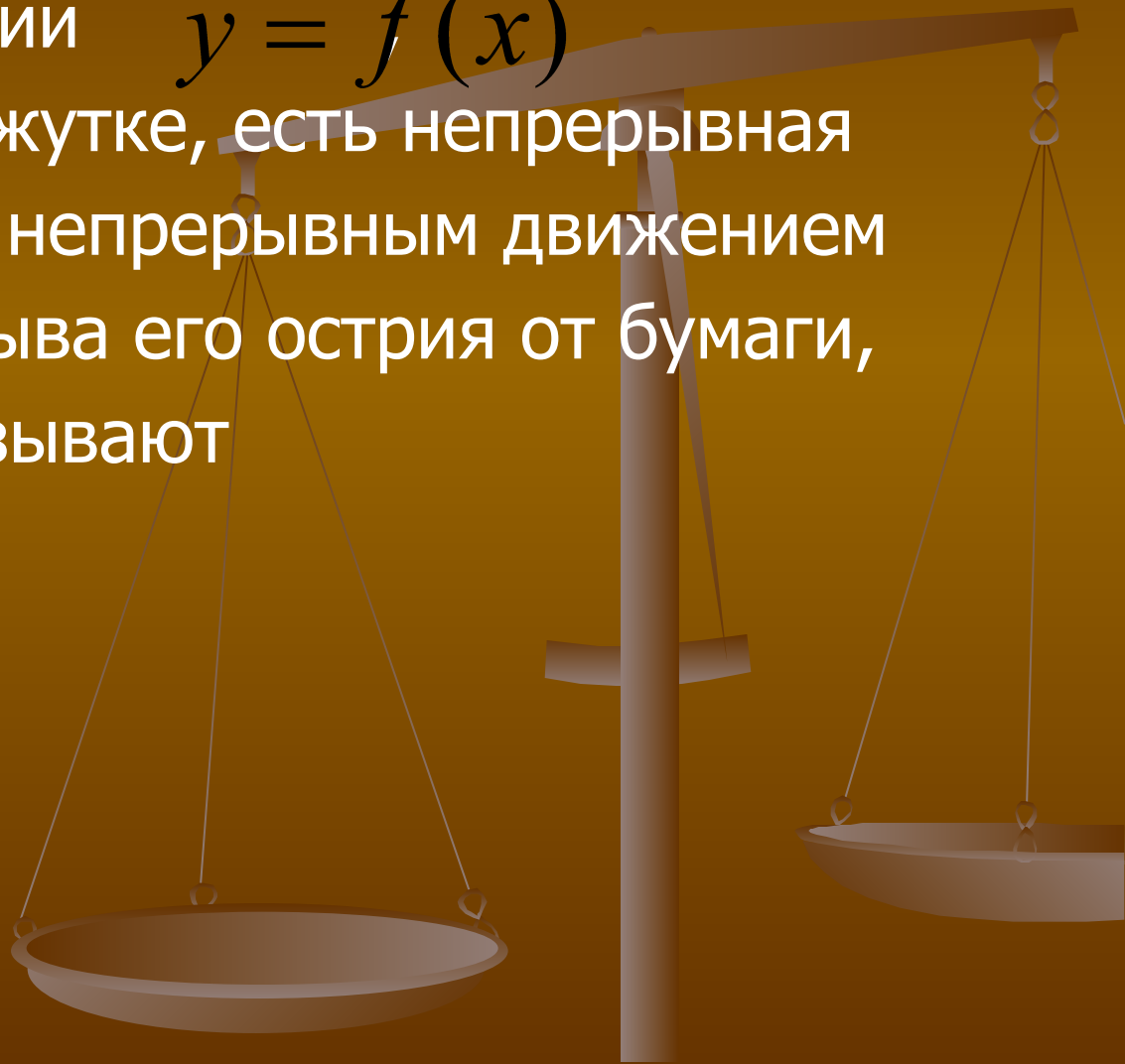
$$y = 3\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Ответ

[-3;3]

Исследование тригонометрических функций - 150

Если график функции $y = f(x)$ заданной на промежутке, есть непрерывная линия, полученная непрерывным движением карандаша без отрыва его острия от бумаги, то эту функцию называют



Ответ

Непрерывной на этом промежутке

Исследование тригонометрических функций - 200

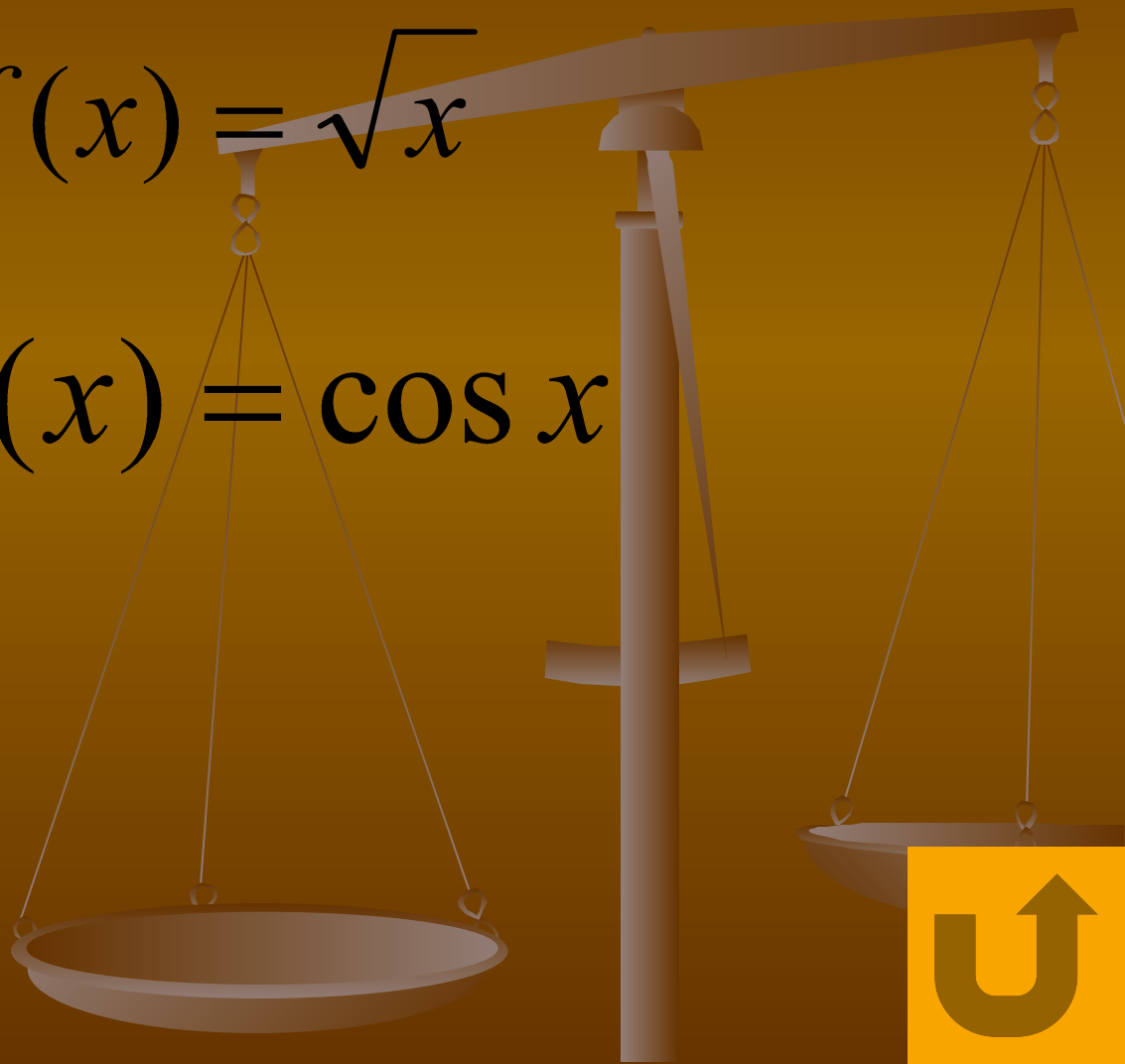
С помощью этих основных элементарных функций $f(x)$ и $g(x)$ задана сложная функция

$$f(g(x)) = \sqrt{\cos(x)}$$

Ответ

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \cos x$$

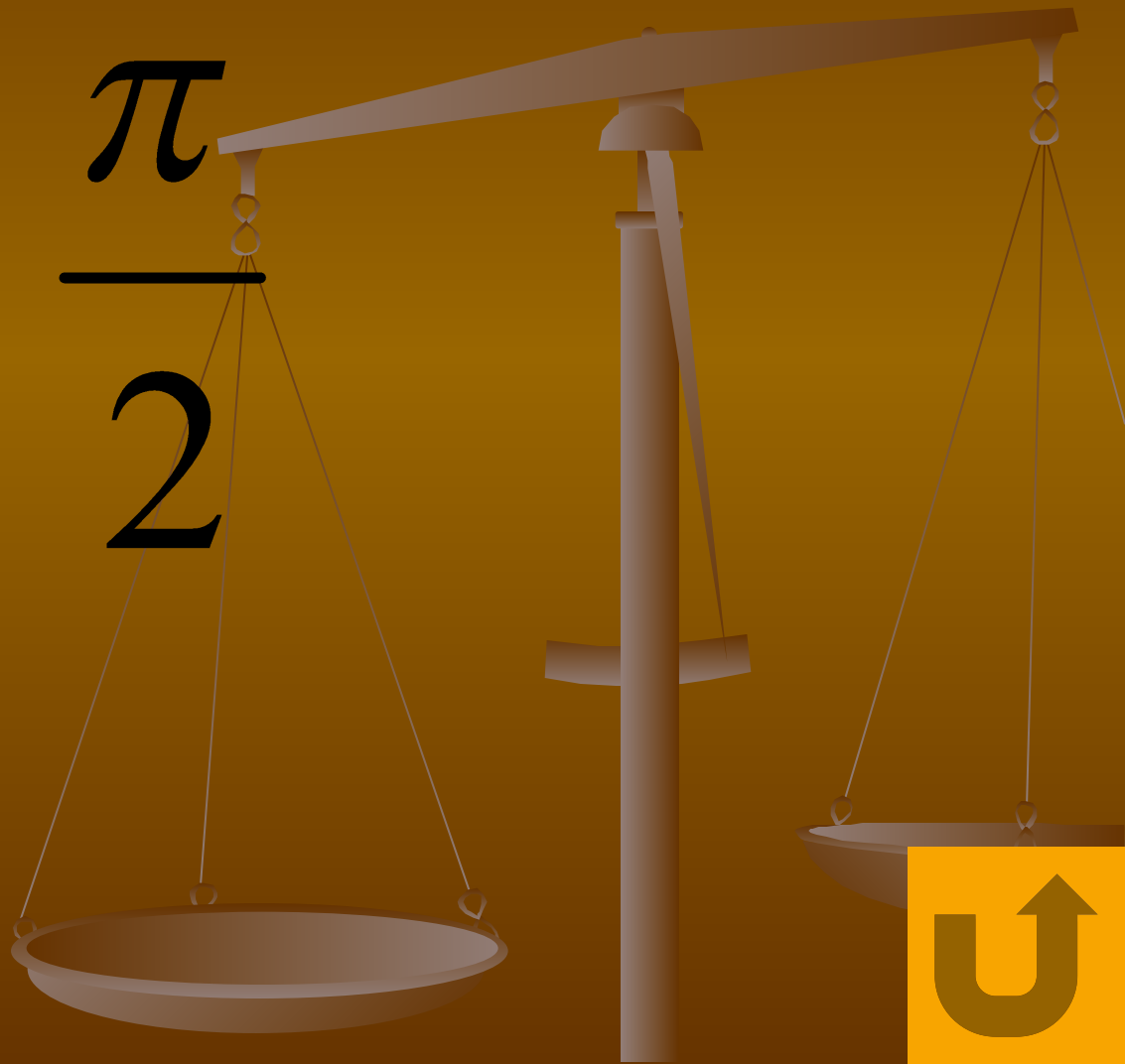


Исследование тригонометрических функций - 250

Наименьший положительный период функции $y = \sin^2 2x$ равен

Ответ

$$\frac{\pi}{2}$$

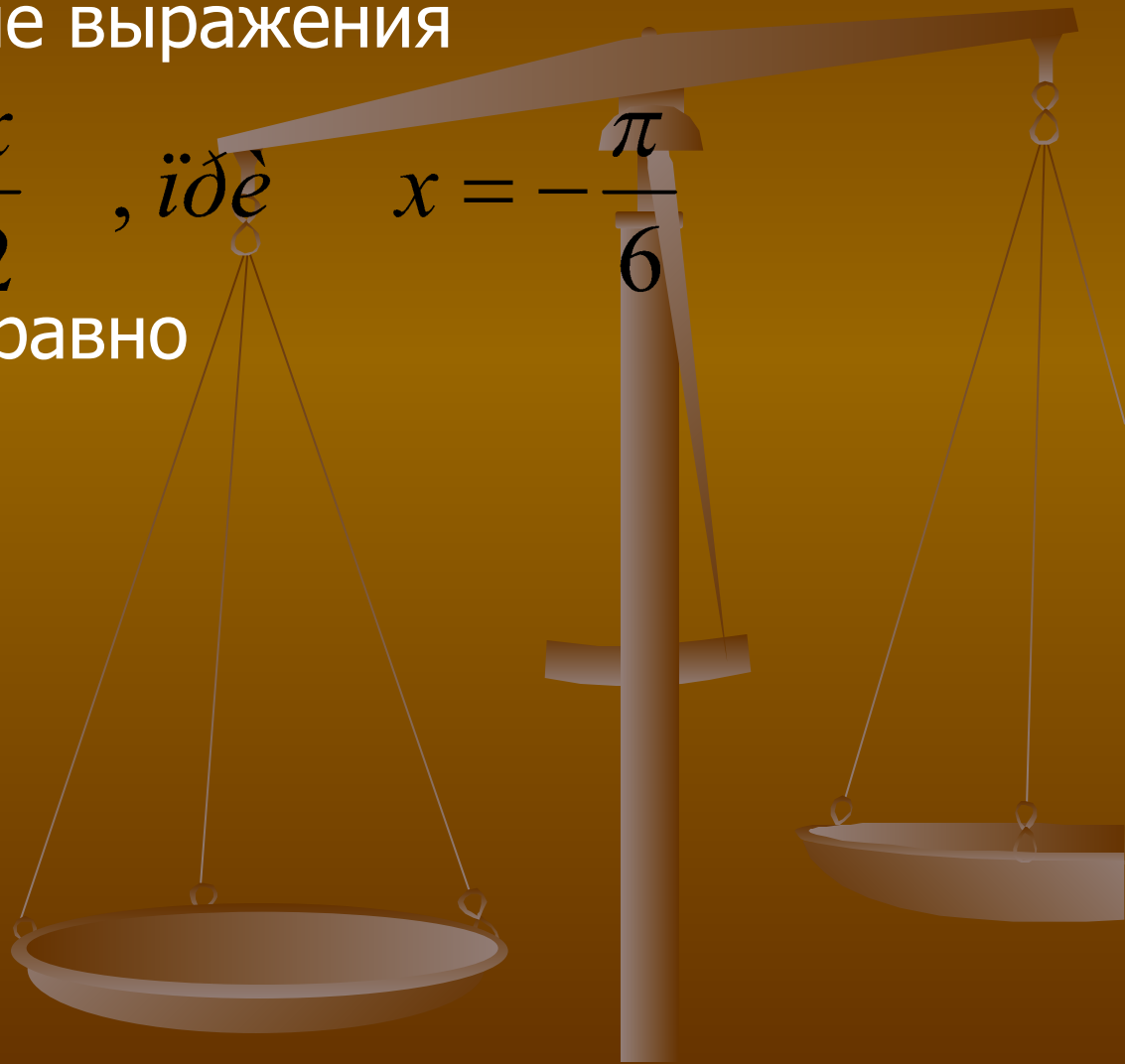


Формулы - 50

Значение выражения

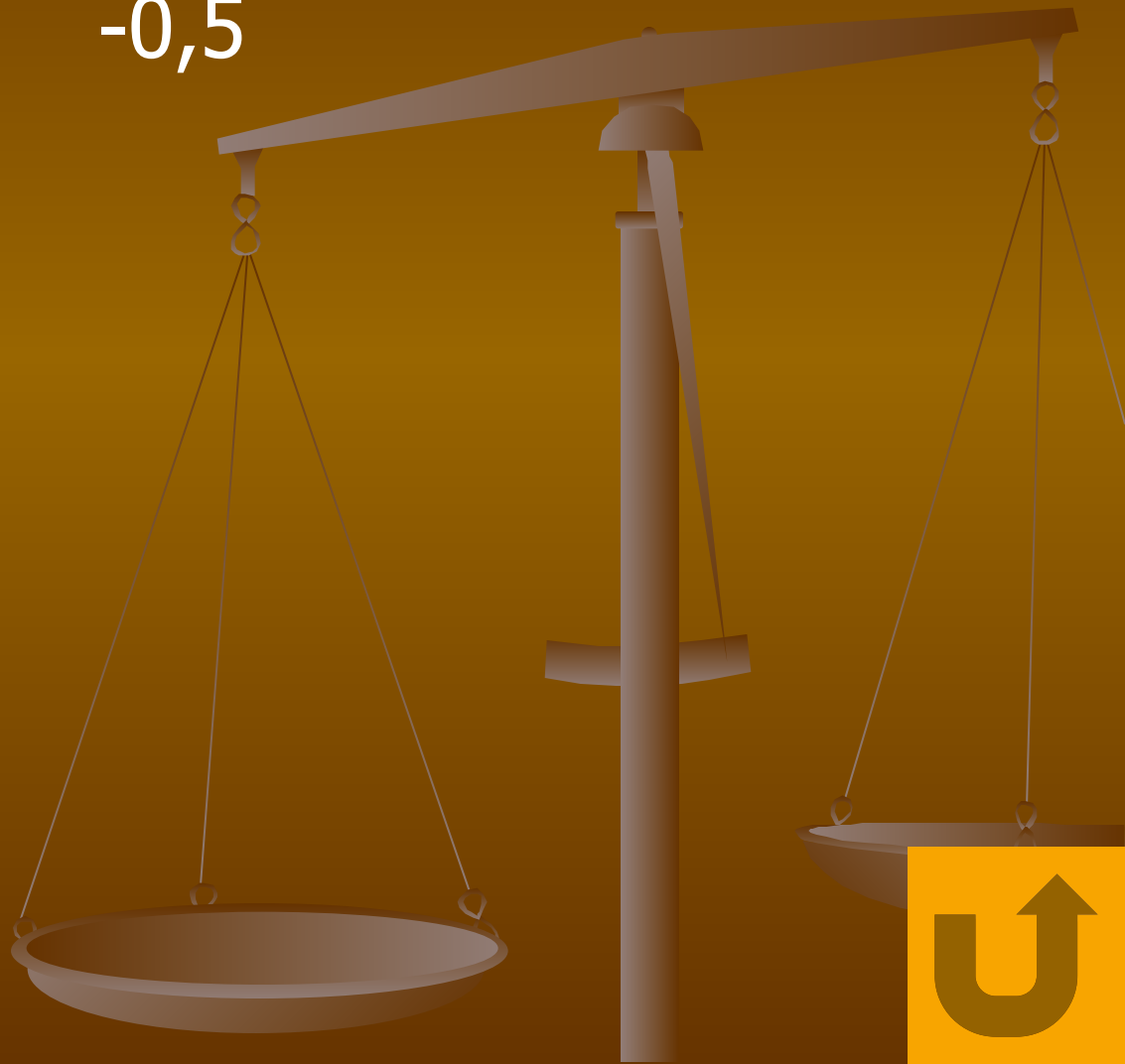
$2\sin\frac{x}{2}\times\cos\frac{x}{2}$, ïðè $x=-\frac{\pi}{6}$

равно



Ответ

-0,5

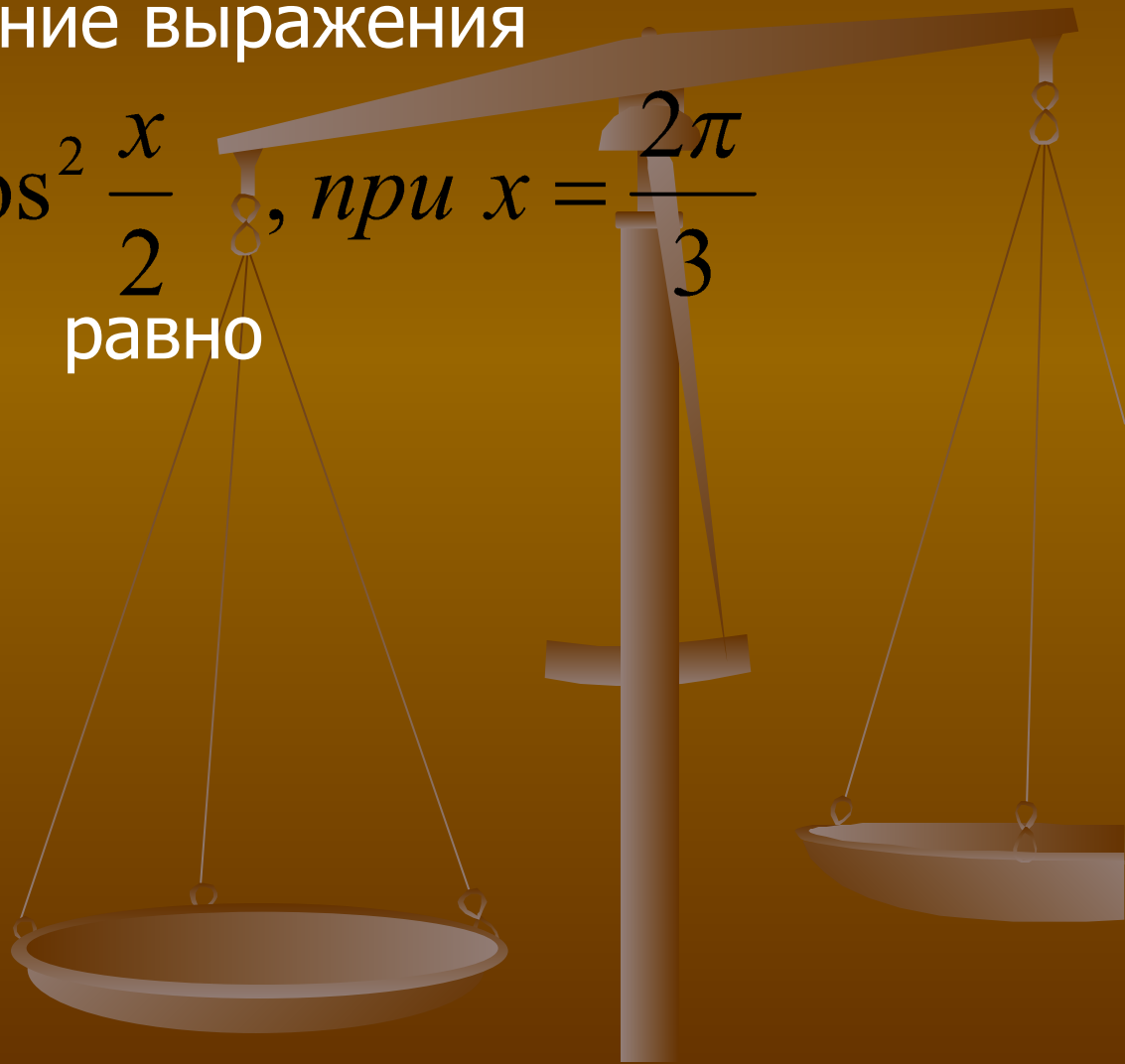


Формулы -100

Значение выражения

$$\sin^2\frac{x}{2}-\cos^2\frac{x}{2}\ ,\ при\ x=\frac{2\pi}{3}$$

равно



Ответ

0,5

Формулы - 150

Найдите значение выражения

$$\sin\left(\frac{\pi}{2}-x\right)-\sin\left(\frac{\pi}{2}+x\right), \text{при } x=\pi$$

Ответ

0

Формулы - 200

Найдите значение выражения

$$3-6\sin^2\frac{x}{2}, \text{ если } \cos x=\frac{1}{3}$$

Ответ

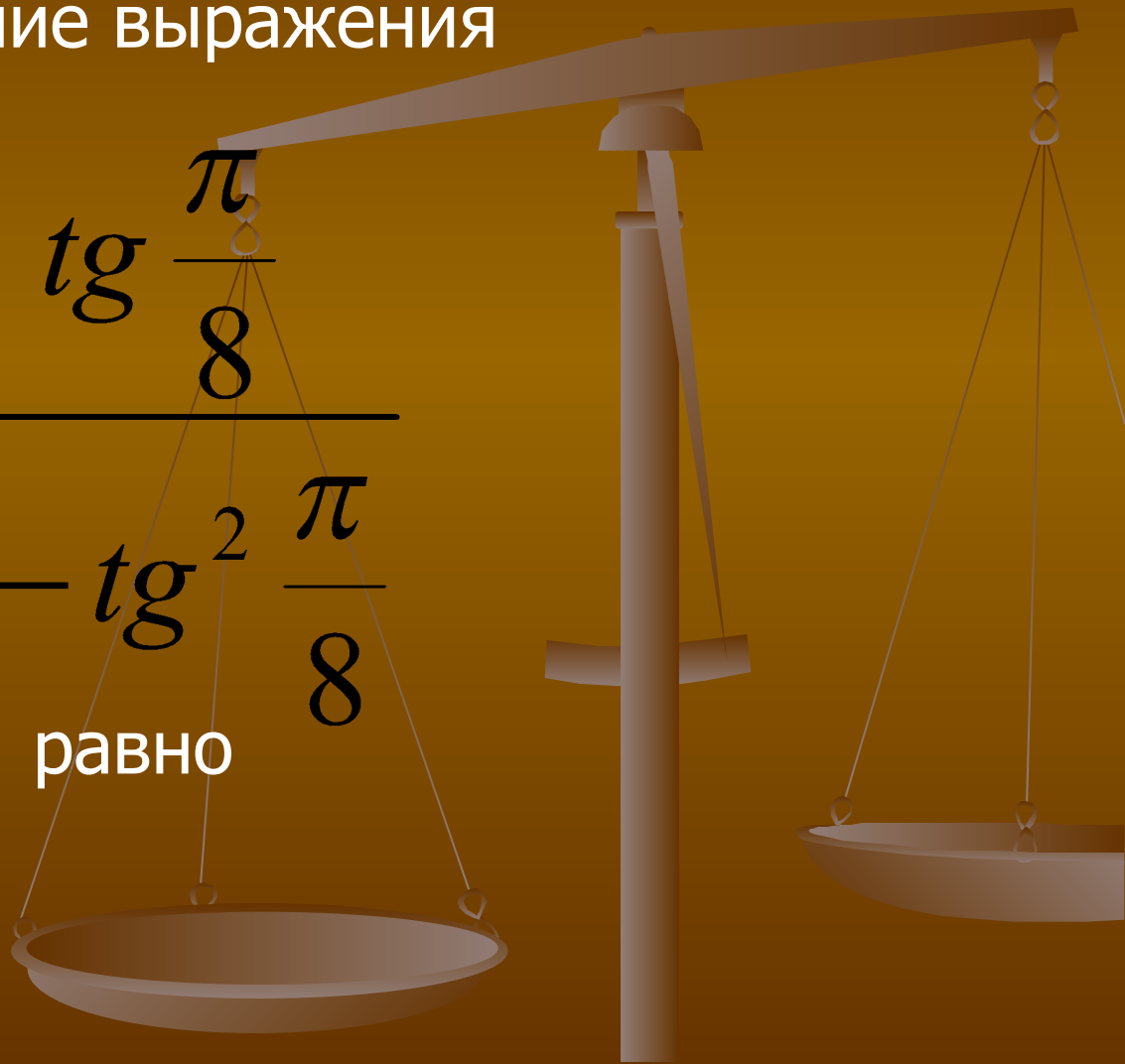
1

Формулы - 250

Значение выражения

$$\frac{tg\,\frac{\pi}{8}}{1-tg^{2}\,\frac{\pi}{8}}$$

равно

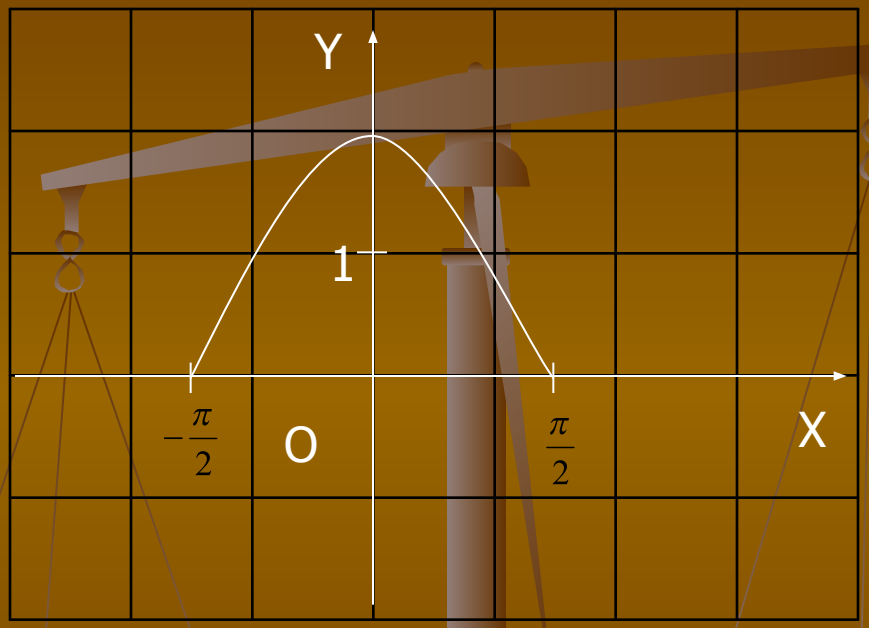


Ответ

0,5

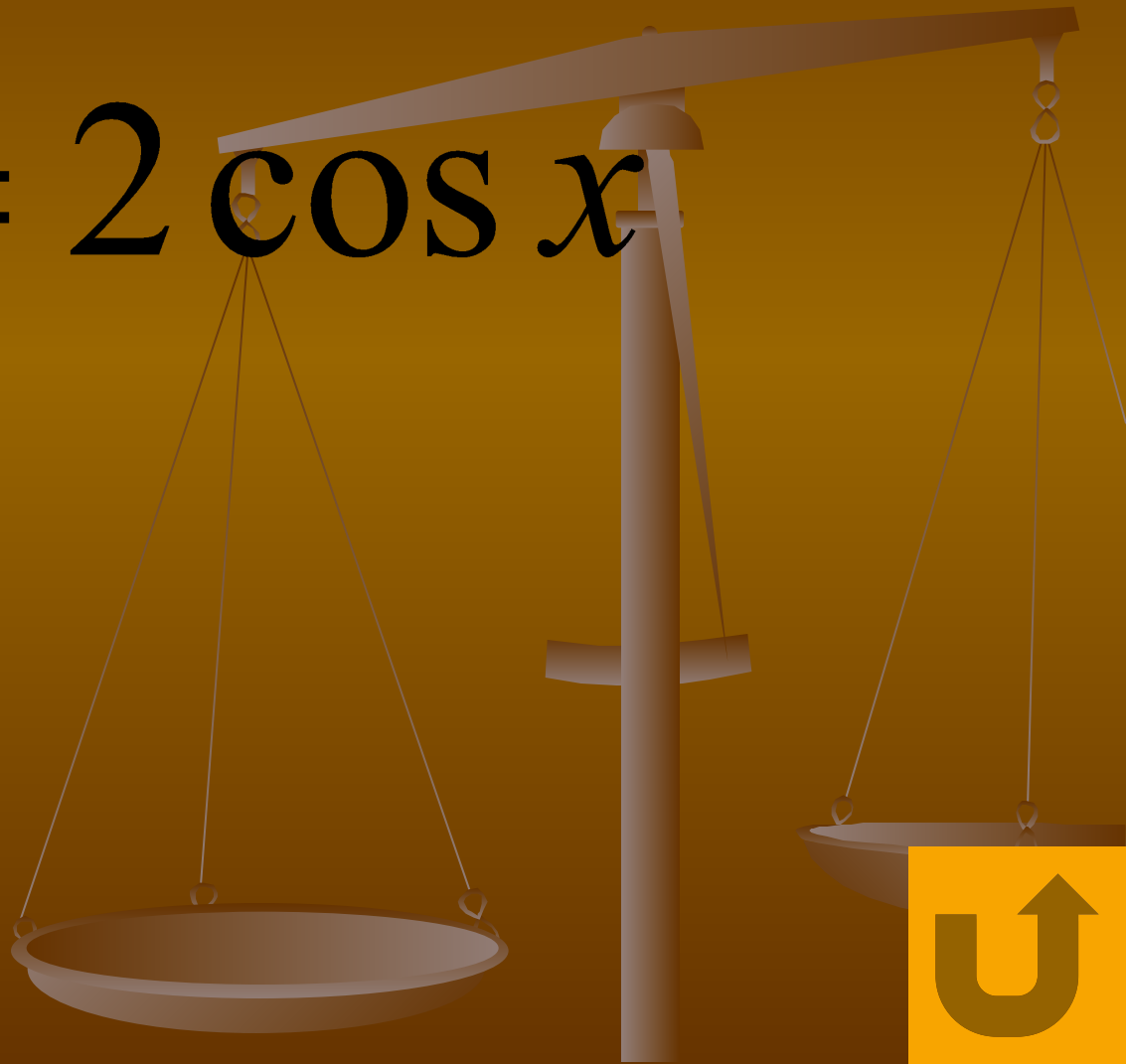
Проще простого - 50

График какой функции изображен на рисунке



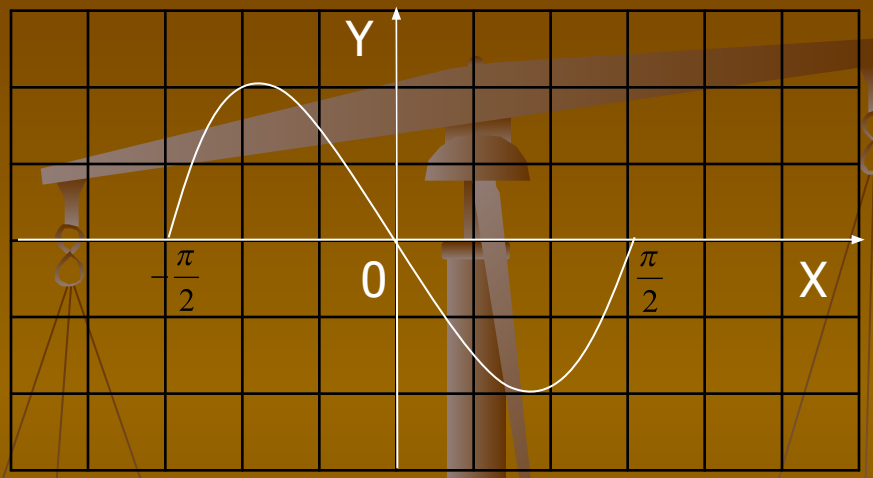
Ответ

$$y = 2\cos x$$



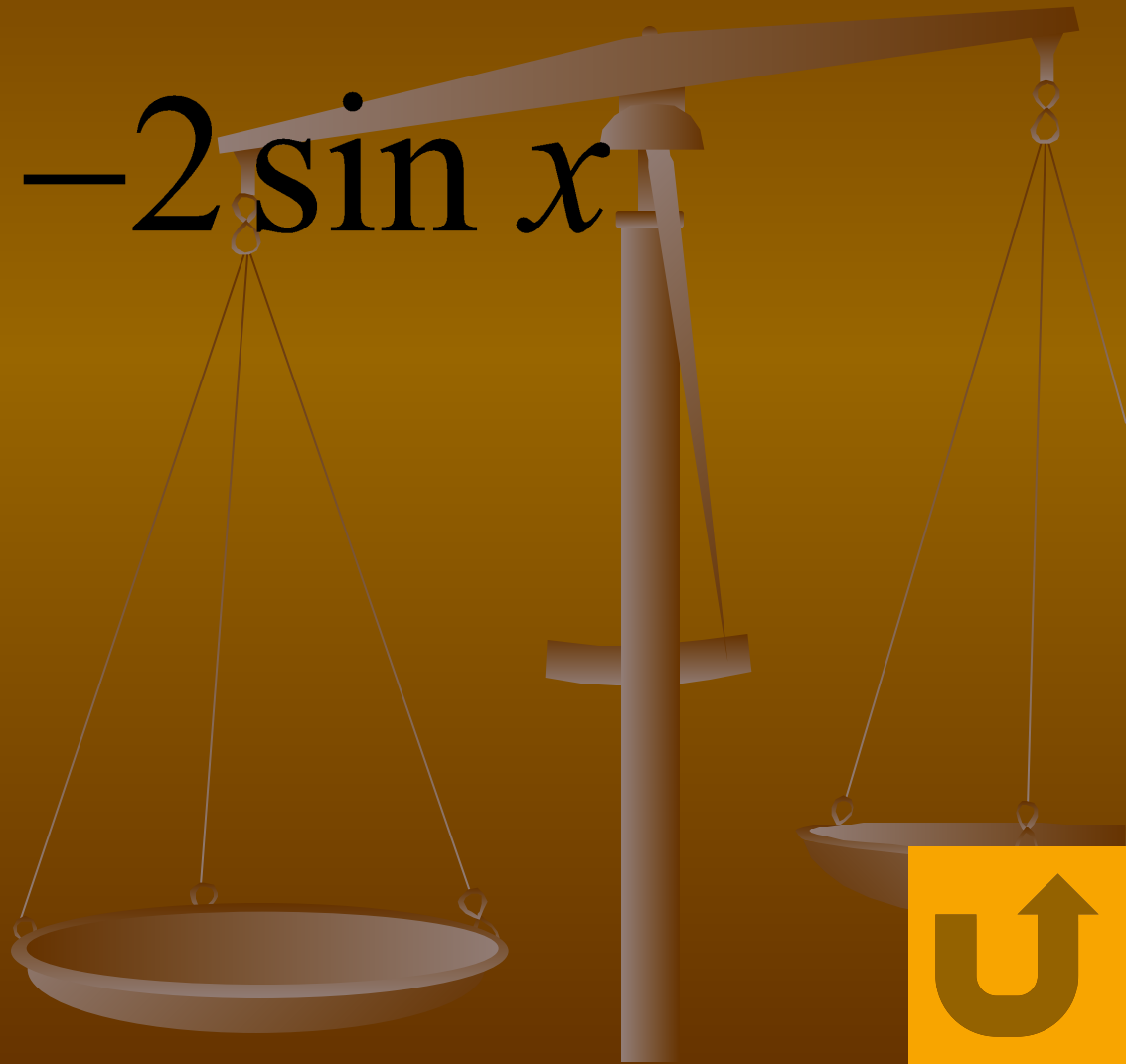
Проще простого - 100

График какой функции изображен на рисунке



Ответ

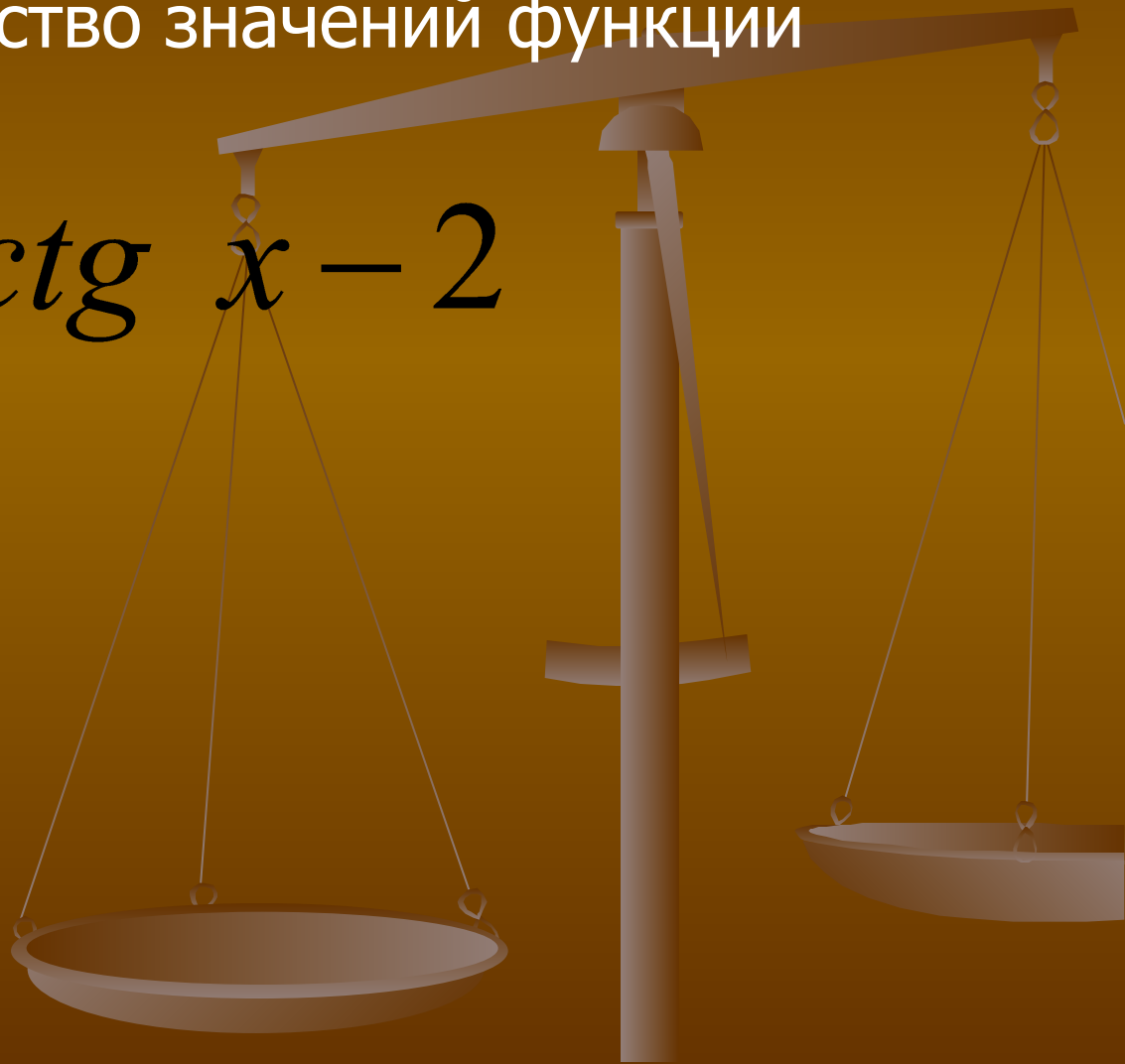
$$y = -2\sin x$$



Проще простого - 150

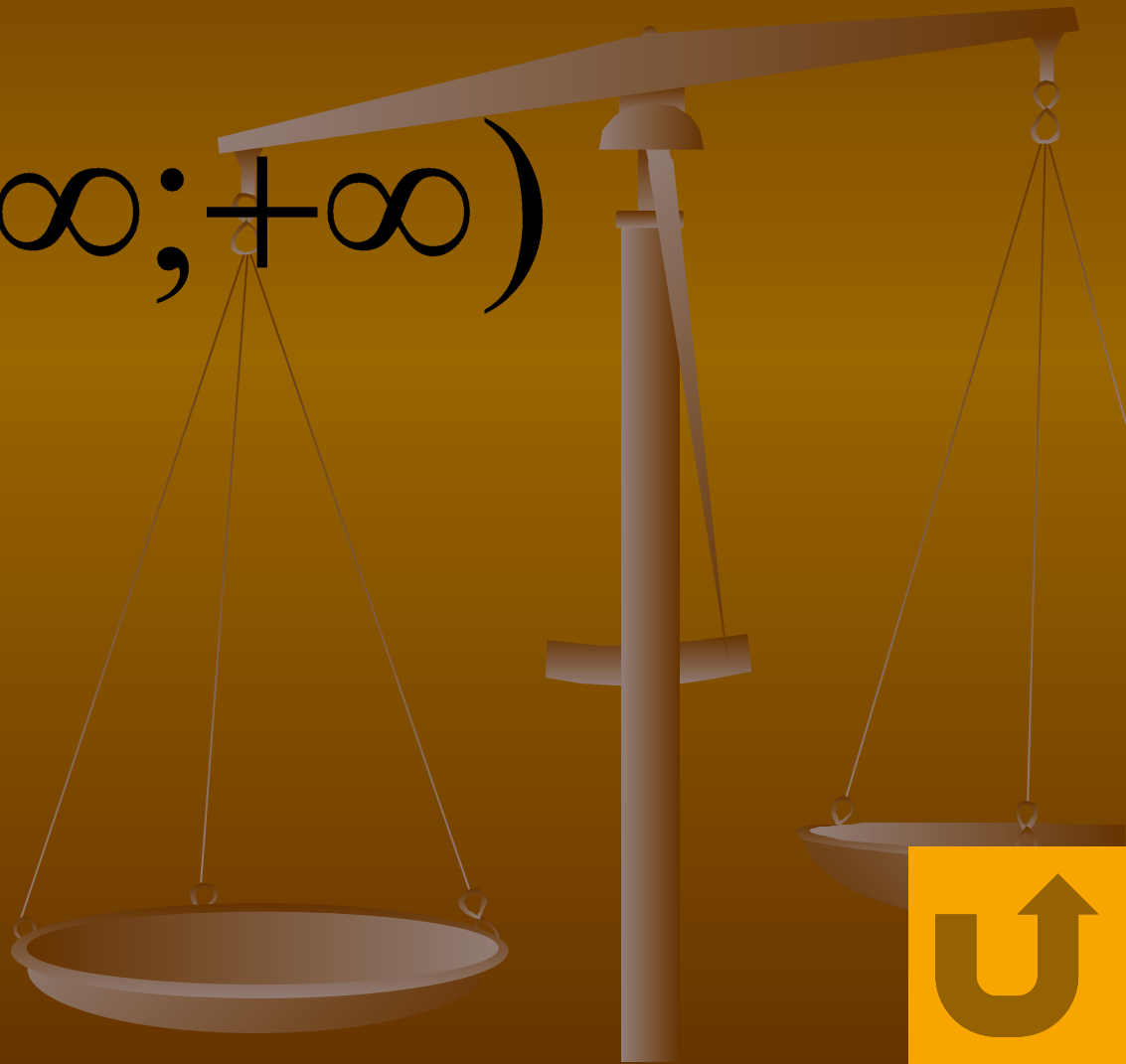
Укажите множество значений функции

$$y = ctg\ x - 2$$



Ответ

$$(-\infty;+\infty)$$



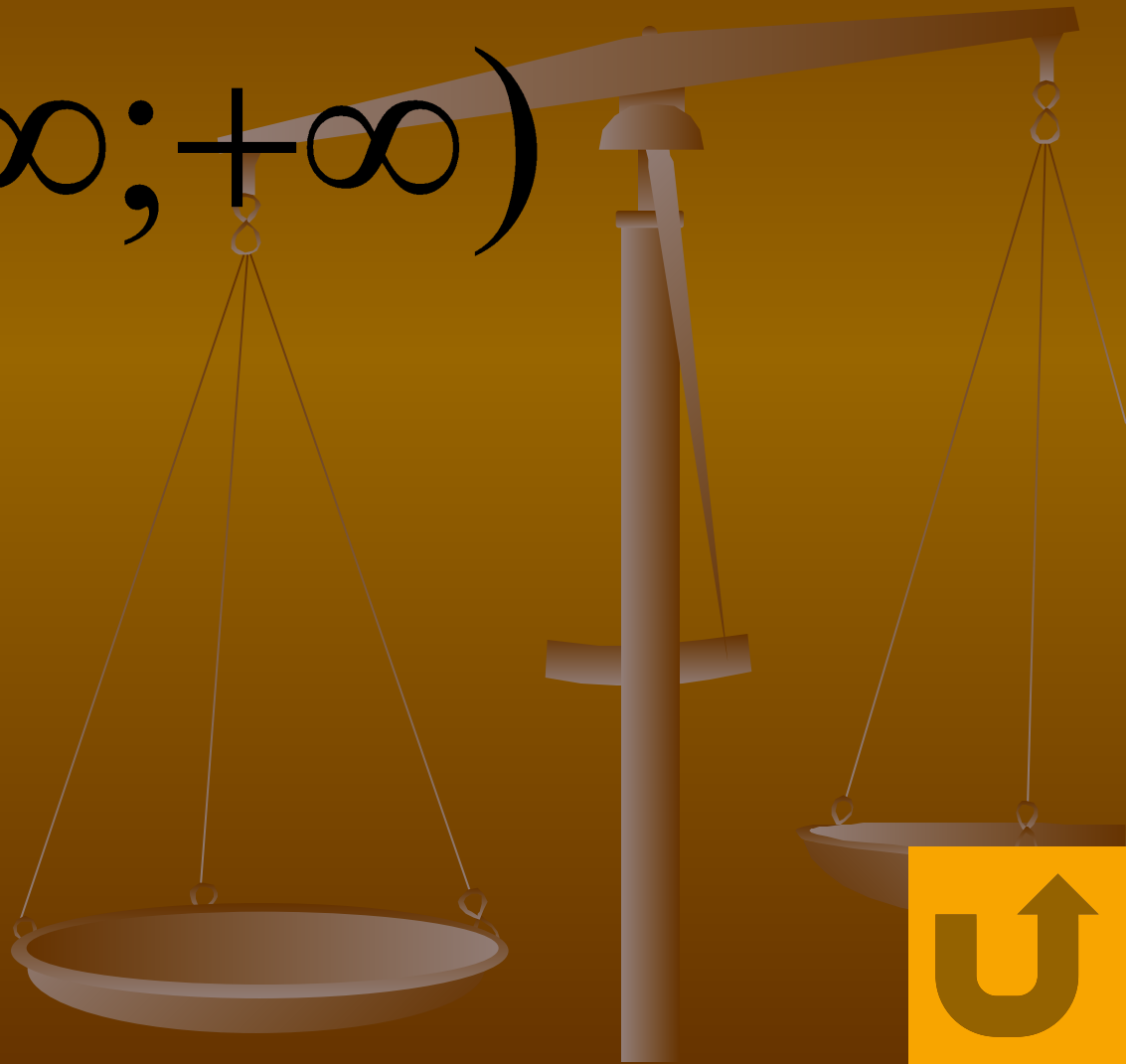
Проще простого - 200

Укажите множество значений функции

$$y = tg\ x + 2$$

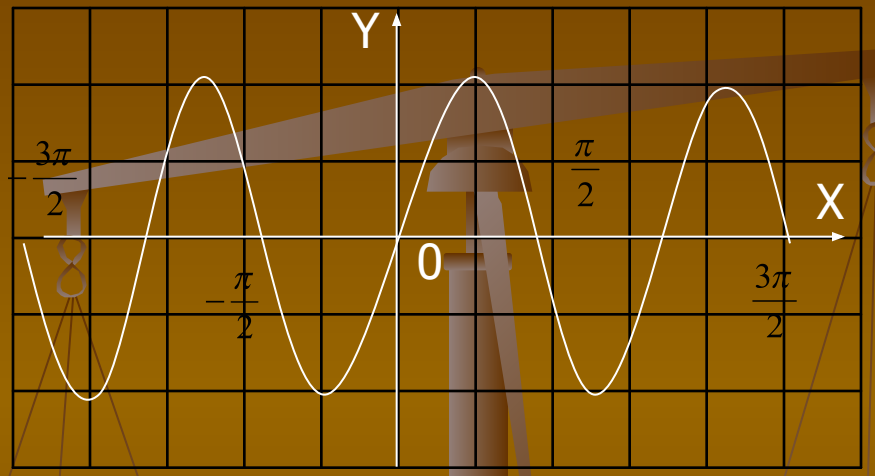
Ответ

$$(-\infty;+\infty)$$



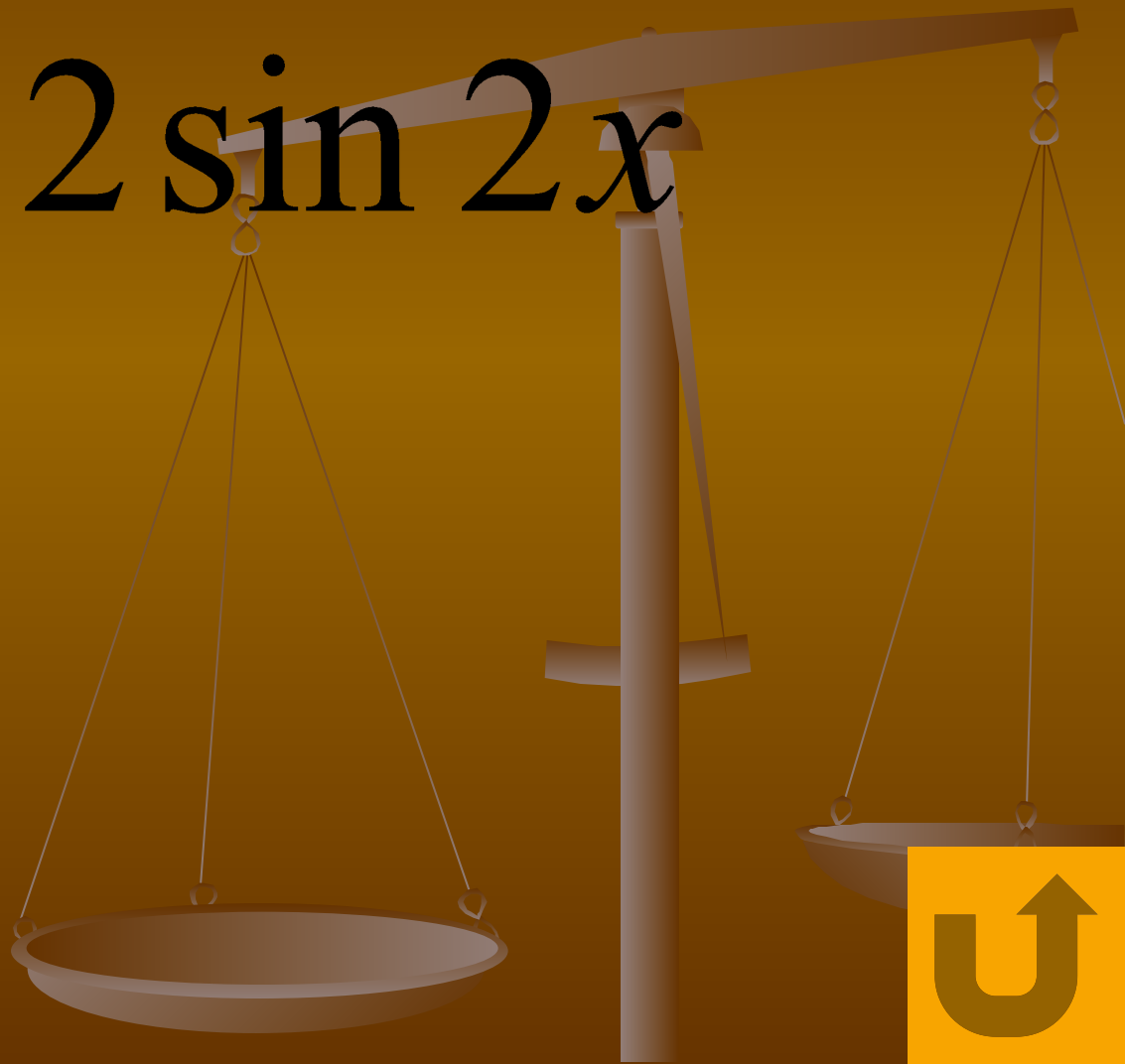
Проще простого - 250

График какой функции изображен на рисунке



Ответ

$$y = 2\sin 2x$$



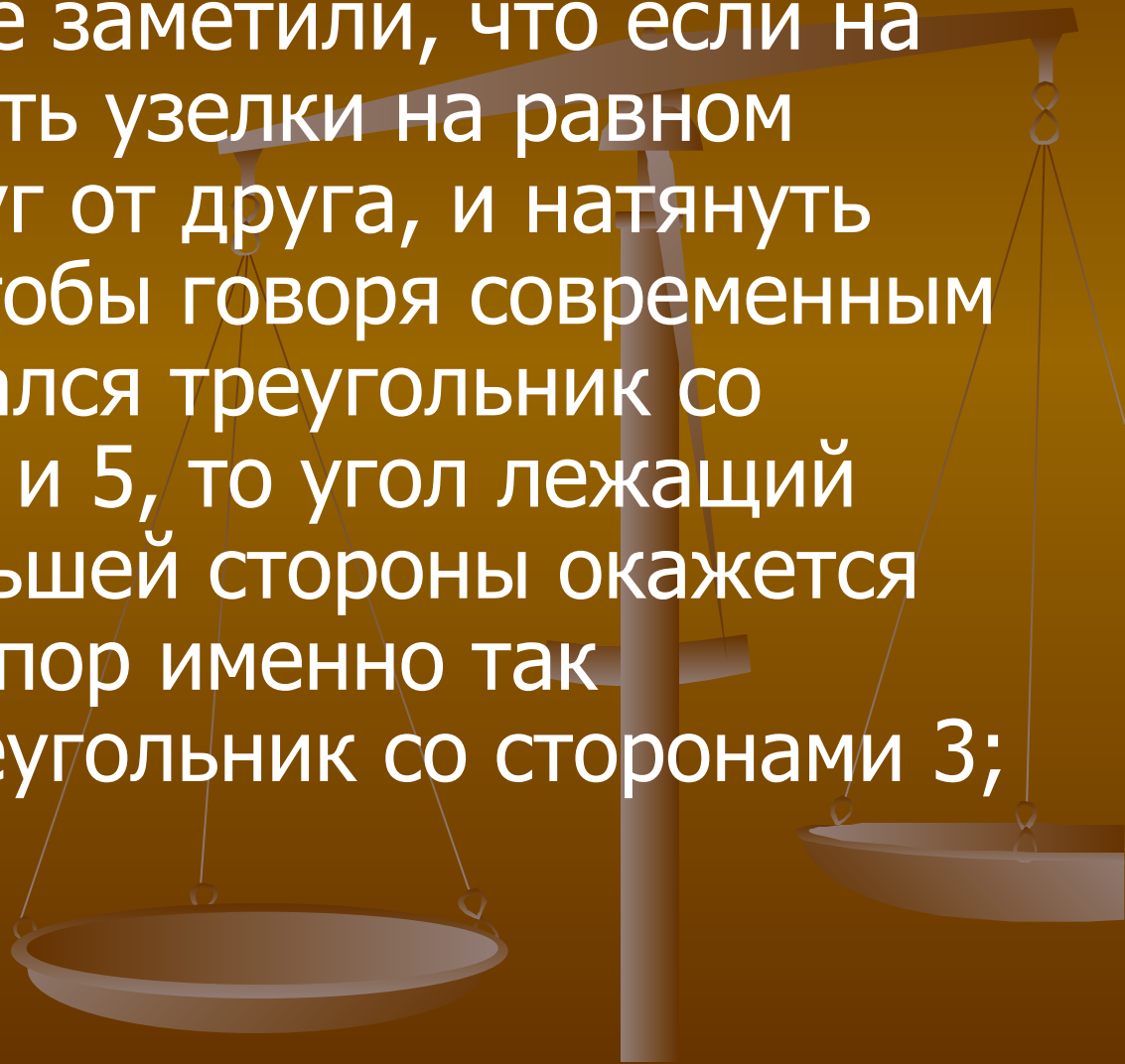
3 тур

Финал

Темы	Стоимость вопроса				
Преданья старины глубокой	100	200	300	400	500
Числовая окружность	100	200	300	400	500
Термины	100	200	300	400	500
Решаем уравнения и неравенства	100	200	300	400	500

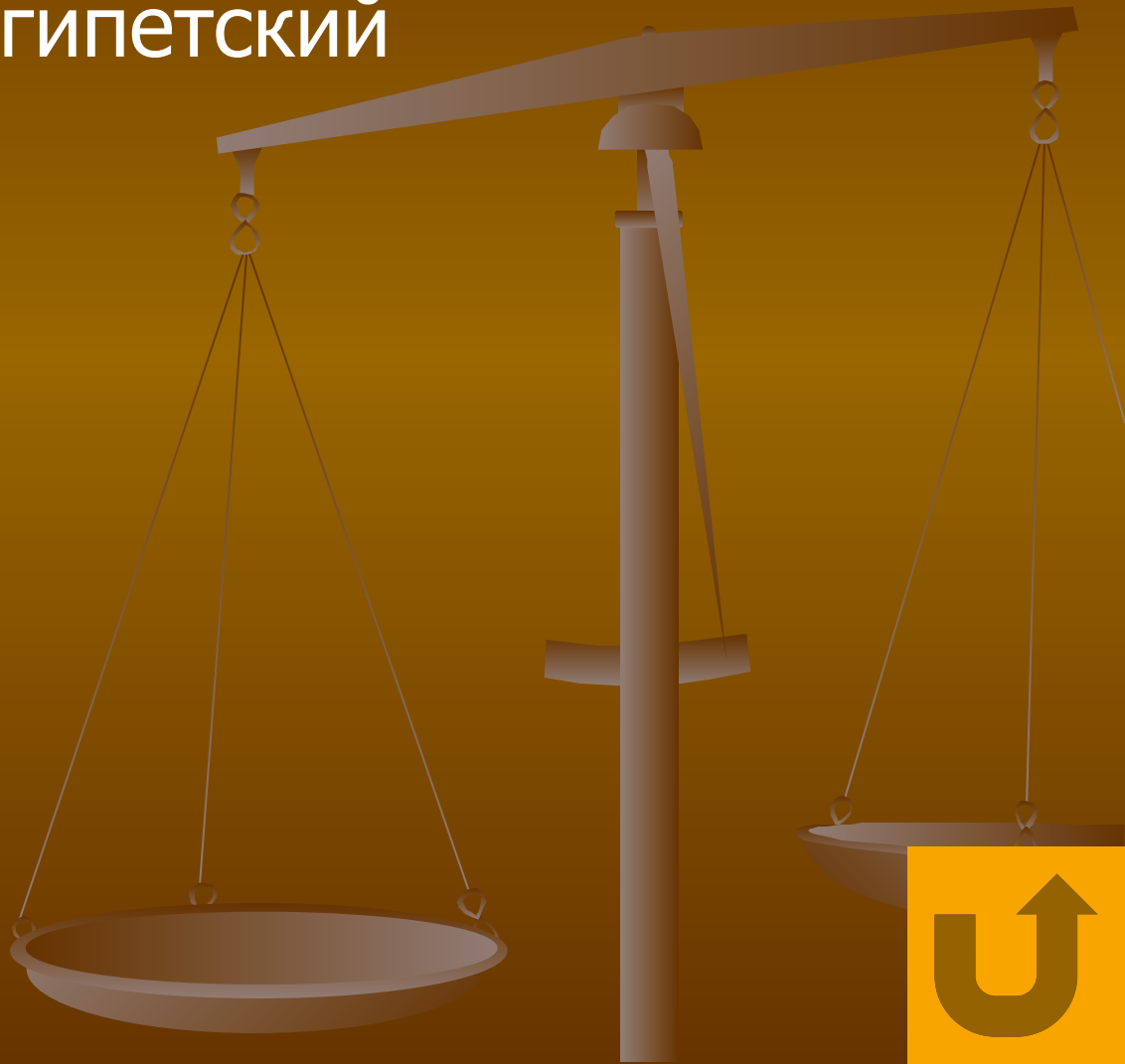
Преданья старины глубокой - 100

В древнем Египте заметили, что если на веревке завязать узелки на равном расстоянии друг от друга, и натянуть веревку так, чтобы говоря современным языком, получался треугольник со сторонами 3; 4 и 5, то угол лежащий против наибольшей стороны окажется прямым. С тех пор именно так называется треугольник со сторонами 3; 4 и 5



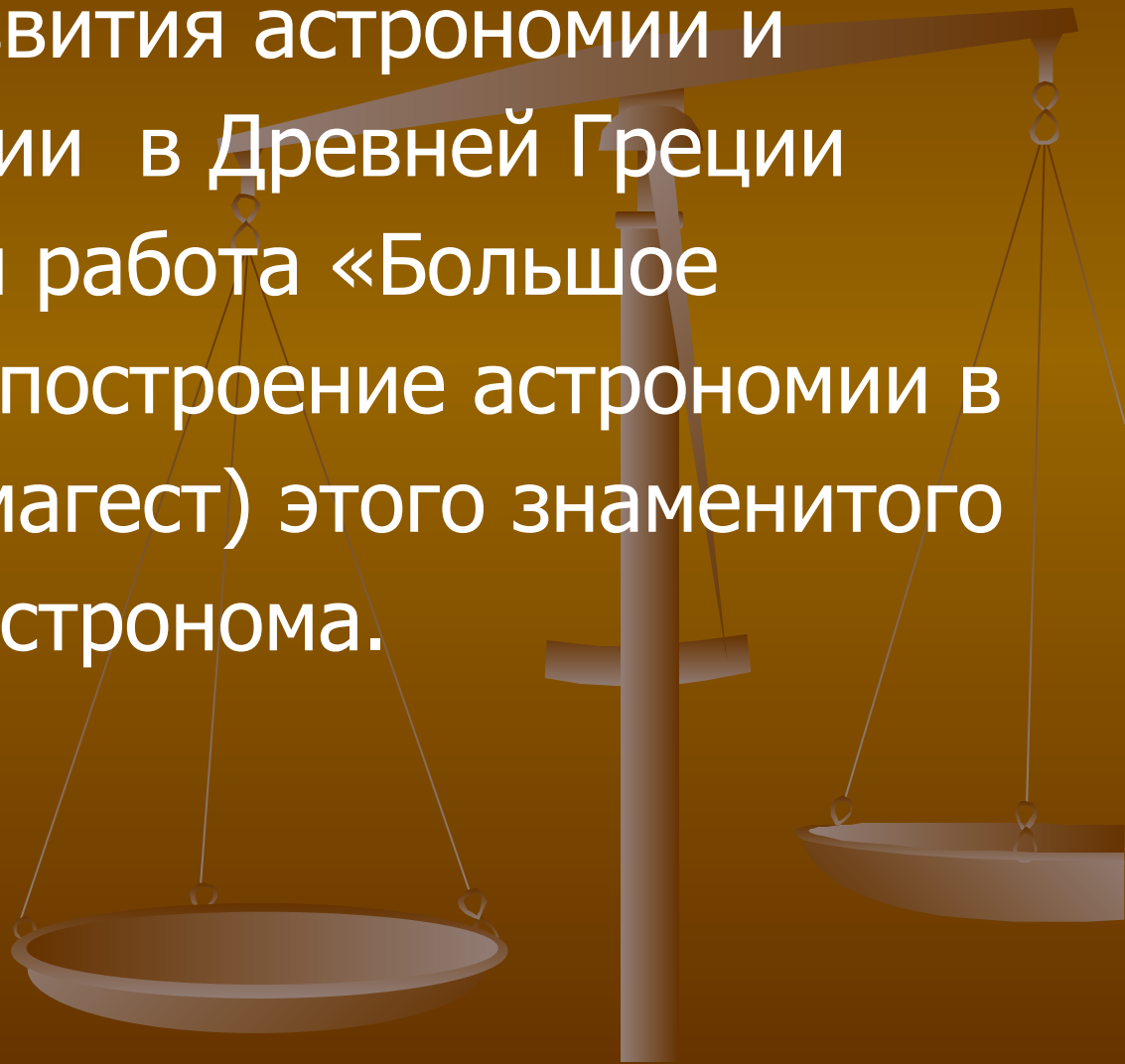
Ответ

Египетский



Преданья старины глубокой - 200

Венцом развития астрономии и тригонометрии в Древней Греции считается работа «Большое математическое построение астрономии в 13 книгах» (Альмагест) этого знаменитого астронома.

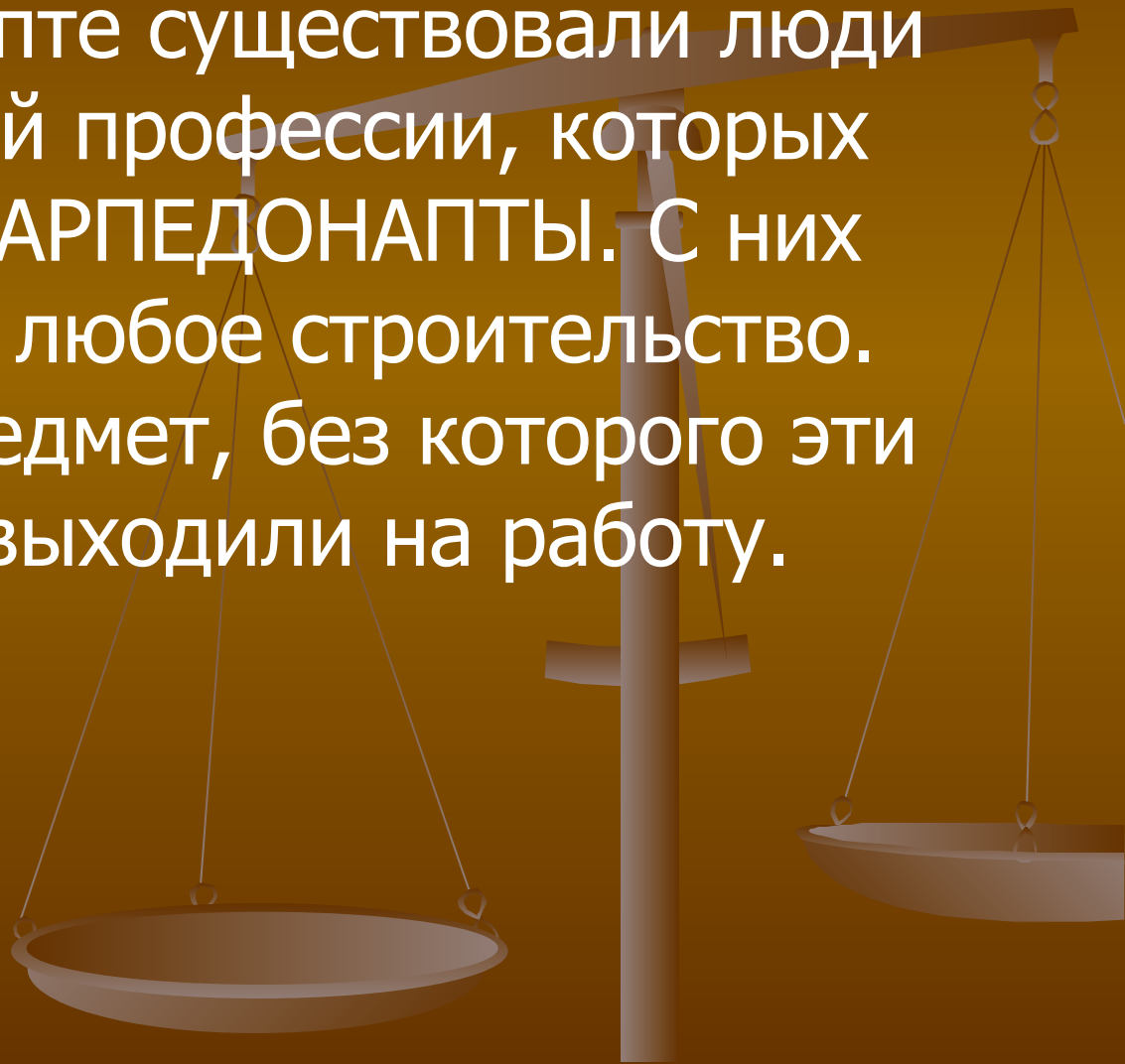


Ответ

Клавдий Птоломей
(II в н.э.)

Преданья старины глубокой - 300

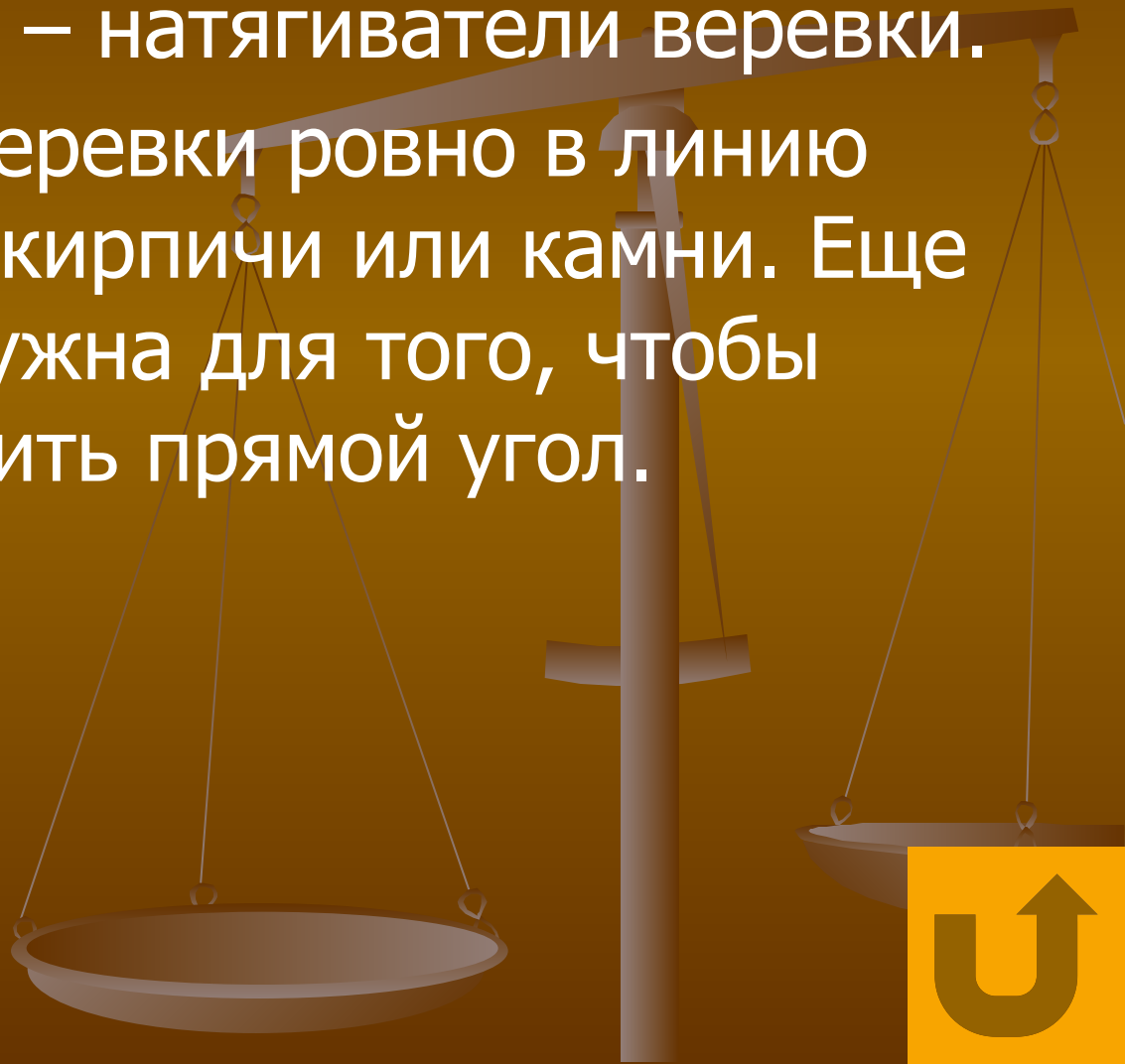
В Древнем Египте существовали люди специальной профессии, которых называли ГАРПЕДОНАПТЫ. С них начиналось любое строительство. Назовите предмет, без которого эти люди не выходили на работу.



Ответ

ГАРПЕДОНАПТЫ – натягиватели веревки.

С помощью веревки ровно в линию выкладывали кирпичи или камни. Еще веревка нужна для того, чтобы получить прямой угол.

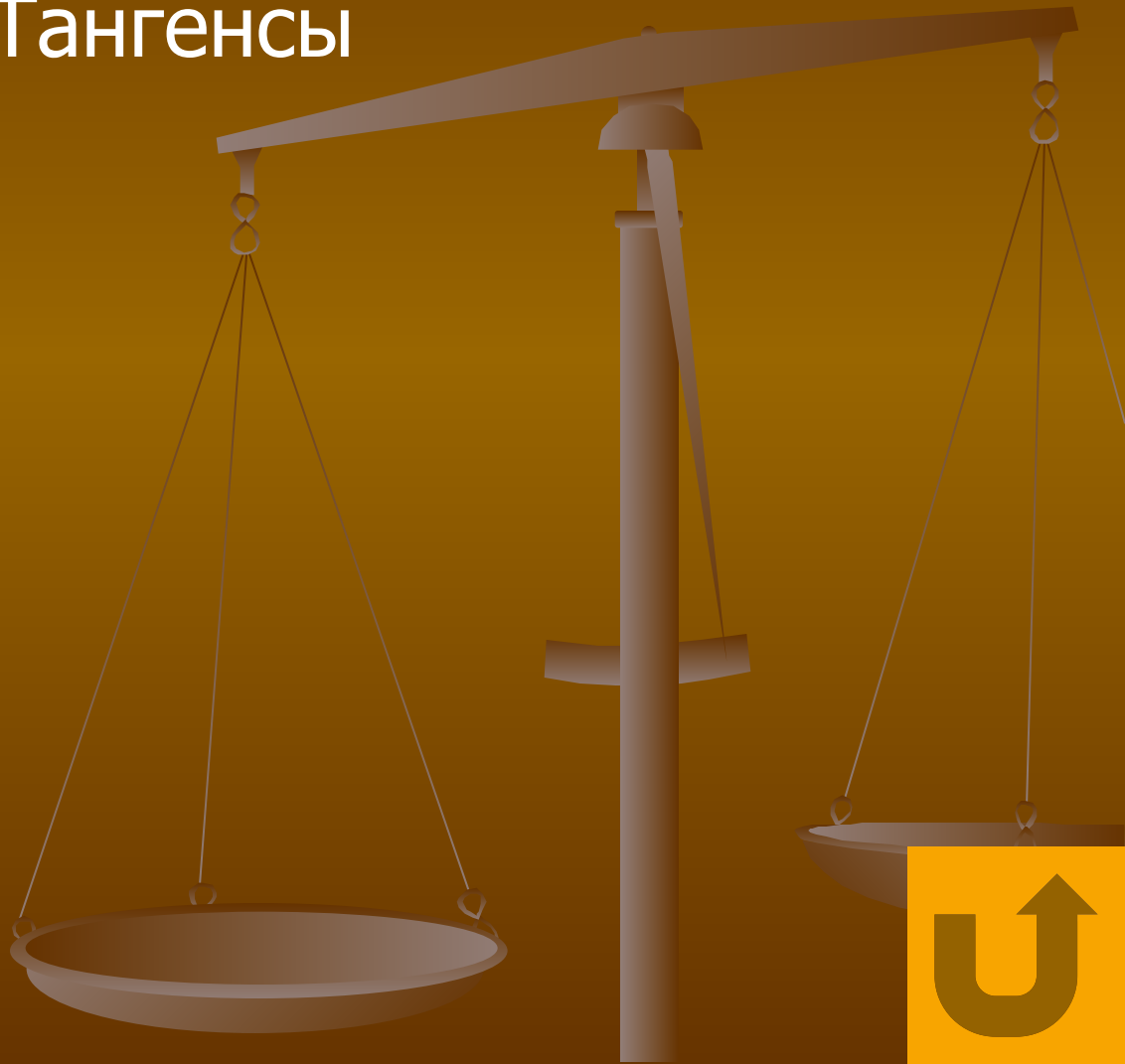


Преданья старины глубокой - 400

Впервые они были введены в X в. персидским математиком Абу-ль-Вефой в связи с решением задачи об определении длины тени. А потом заново открыты в XIV в. сначала английским ученым Т. Брадвардином, а позднее немецким математиком, астрономом Регионтаном (1467г.)

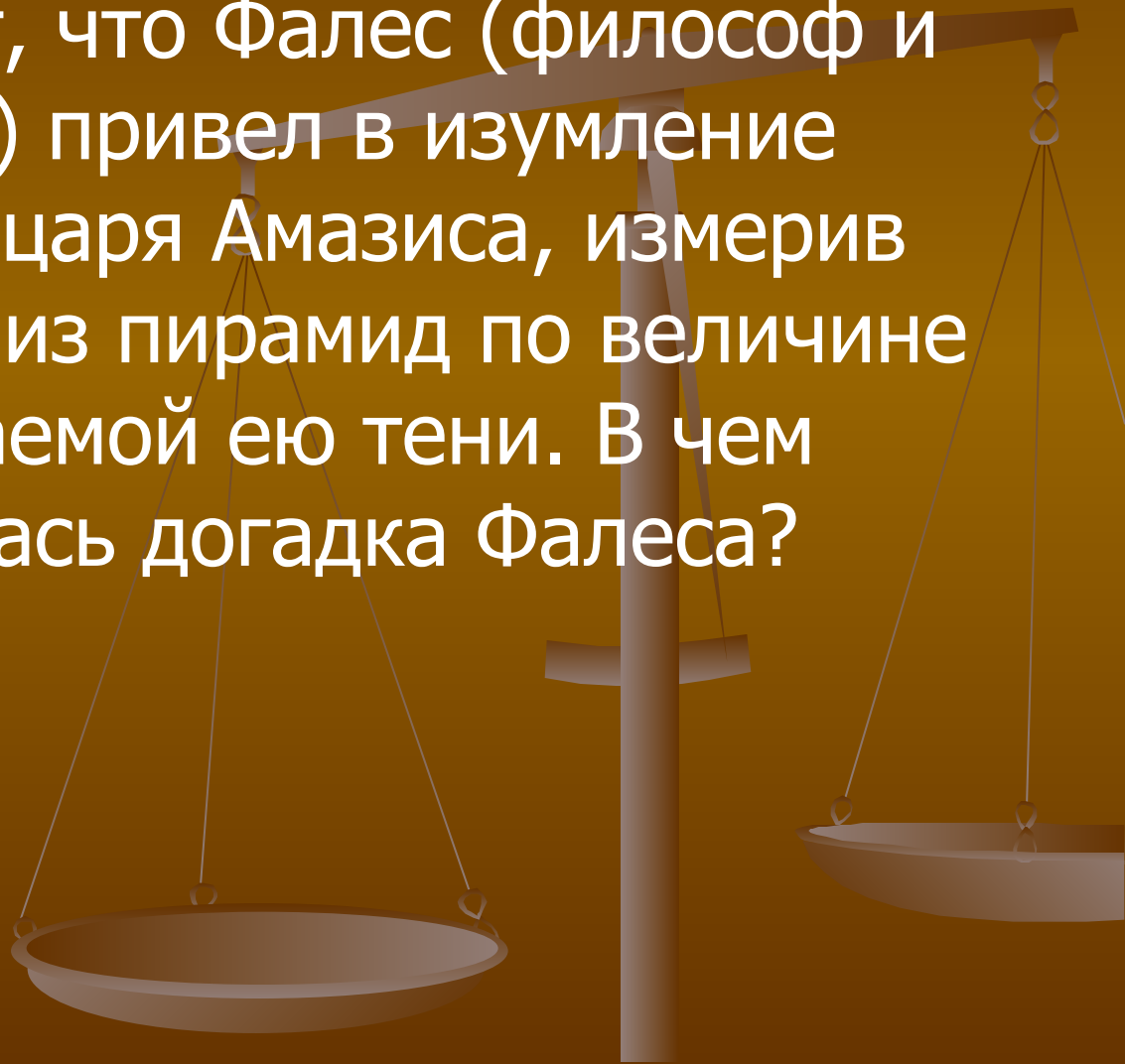
Ответ

Тангенсы



Преданья старины глубокой - 500

Легенда гласит, что Фалес (философ и математик) привел в изумление египетского царя Амазиса, измерив высоту одной из пирамид по величине отбрасываемой ею тени. В чем заключалась догадка Фалеса?



Ответ

Догадка Фалеса заключалась в том, что в течении дня бывает момент, когда длина тени каждого предмета равна высоте самого этого предмета. Он дождался момента, когда длина его тени стала равна его росту, и тогда, измерив тень пирамиды, вычислил её высоту.

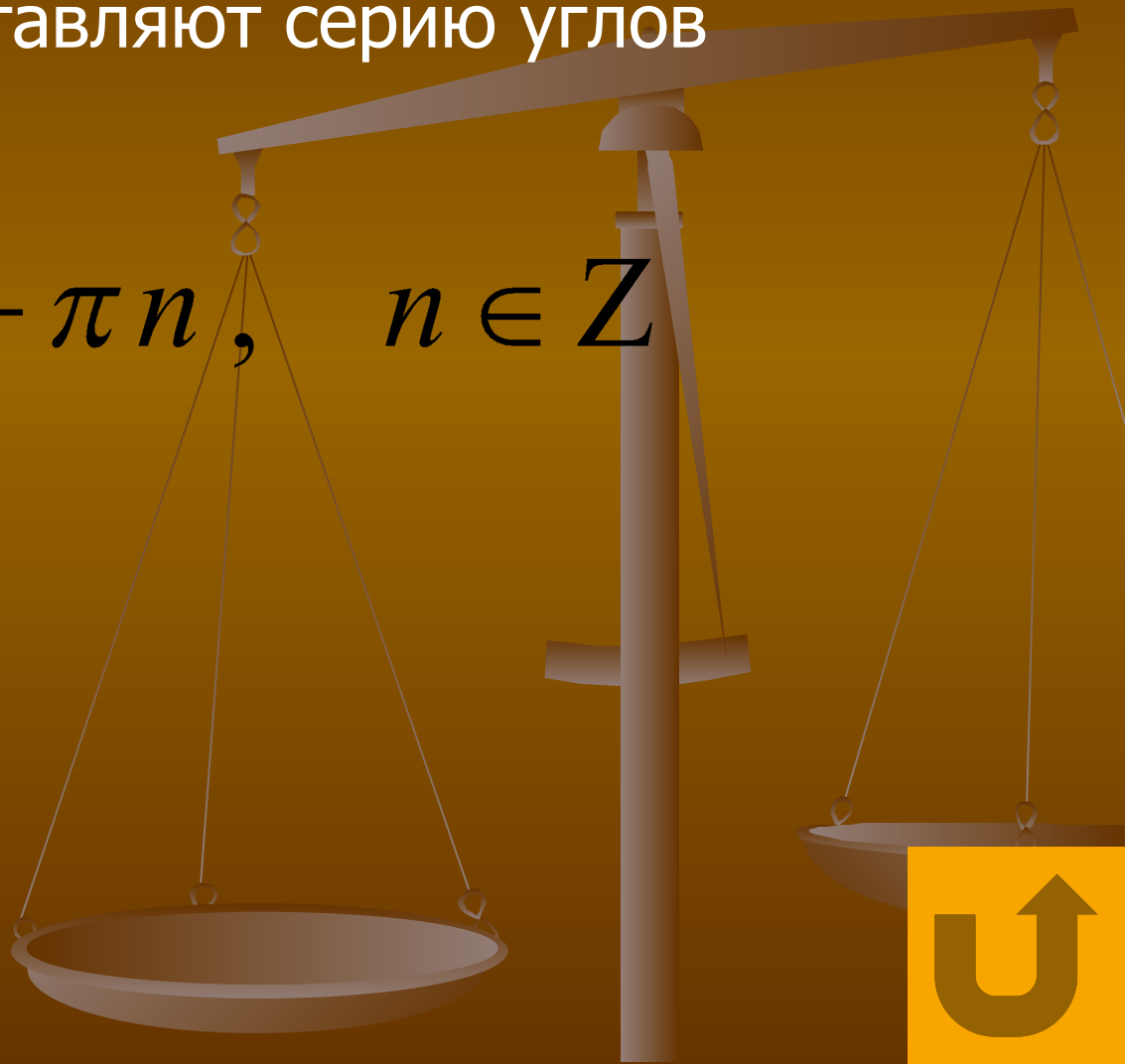
Числовая окружность - 100

Все углы α , для которых $tg\alpha = \sqrt{3}$ составляют серию углов

Ответ

Все такие углы составляют серию углов

$$\alpha_n = \frac{\pi}{3} + \pi n, \quad n \in Z$$



Числовая окружность - 200

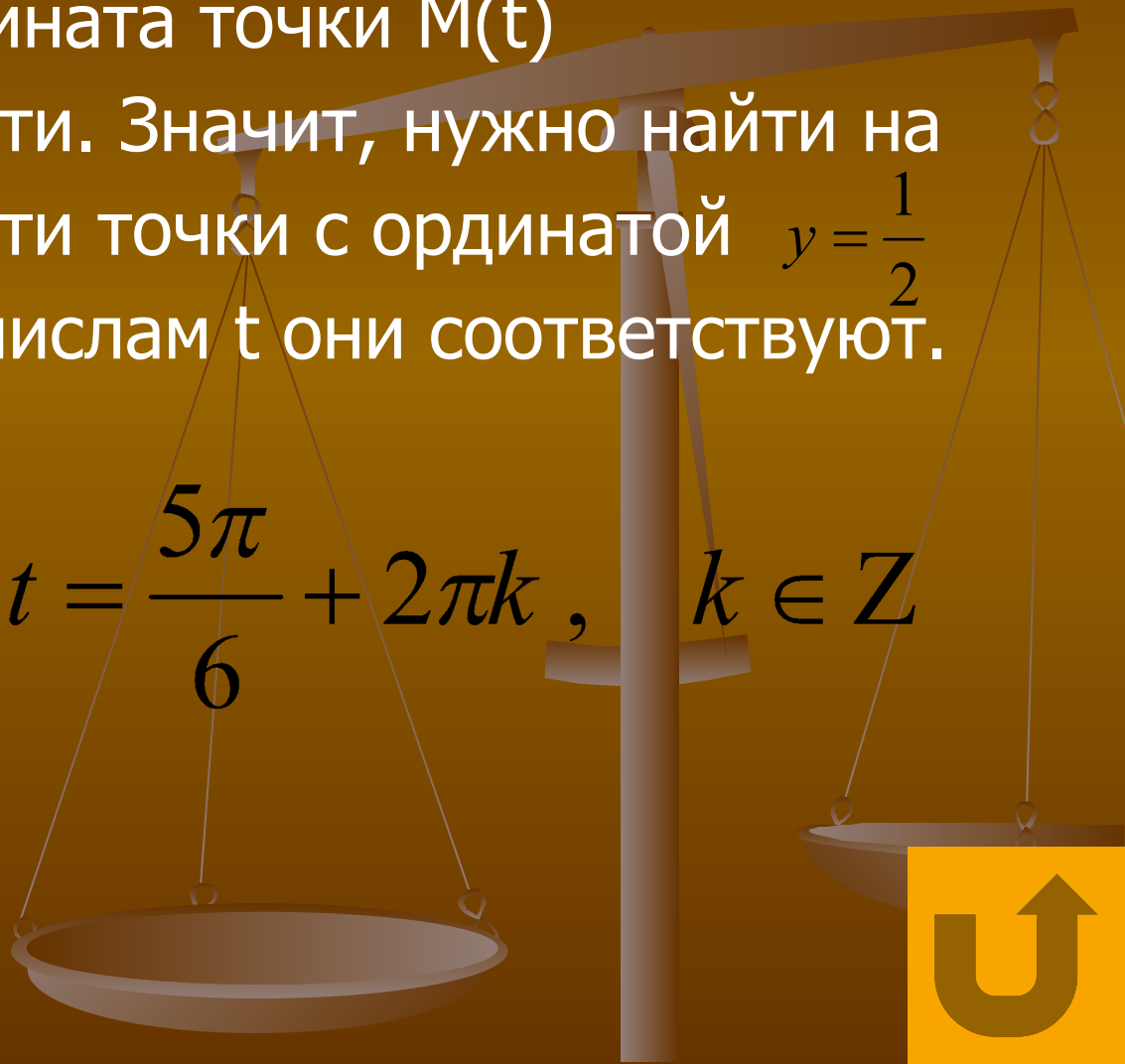
Решить уравнение

$$\sin t = \frac{1}{2}$$

Ответ

Учтем, что $\sin t$ – ордината точки M(t) числовой окружности. Значит, нужно найти на числовой окружности точки с ординатой $y = \frac{1}{2}$ и записать, каким числам t они соответствуют.

$$t = \frac{\pi}{6} + 2\pi k \,,\; t = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \,, \quad k \in Z$$



Числовая окружность - 300

В трудах этого великого ученого, члена Российской академии наук, тригонометрия получила современный вид. Он начал рассматривать значения тригонометрических функций как числа-величины тригонометрических линий в круге, радиус которого принят за единицу. Он дал окончательное решение о знаках тригонометрических функций в разных четвертях, вывел все тригонометрические формулы из основных. Именно в его трудах впервые встречаются записи

$$\sin\alpha, \cos\alpha, tg\alpha, ctg\alpha$$

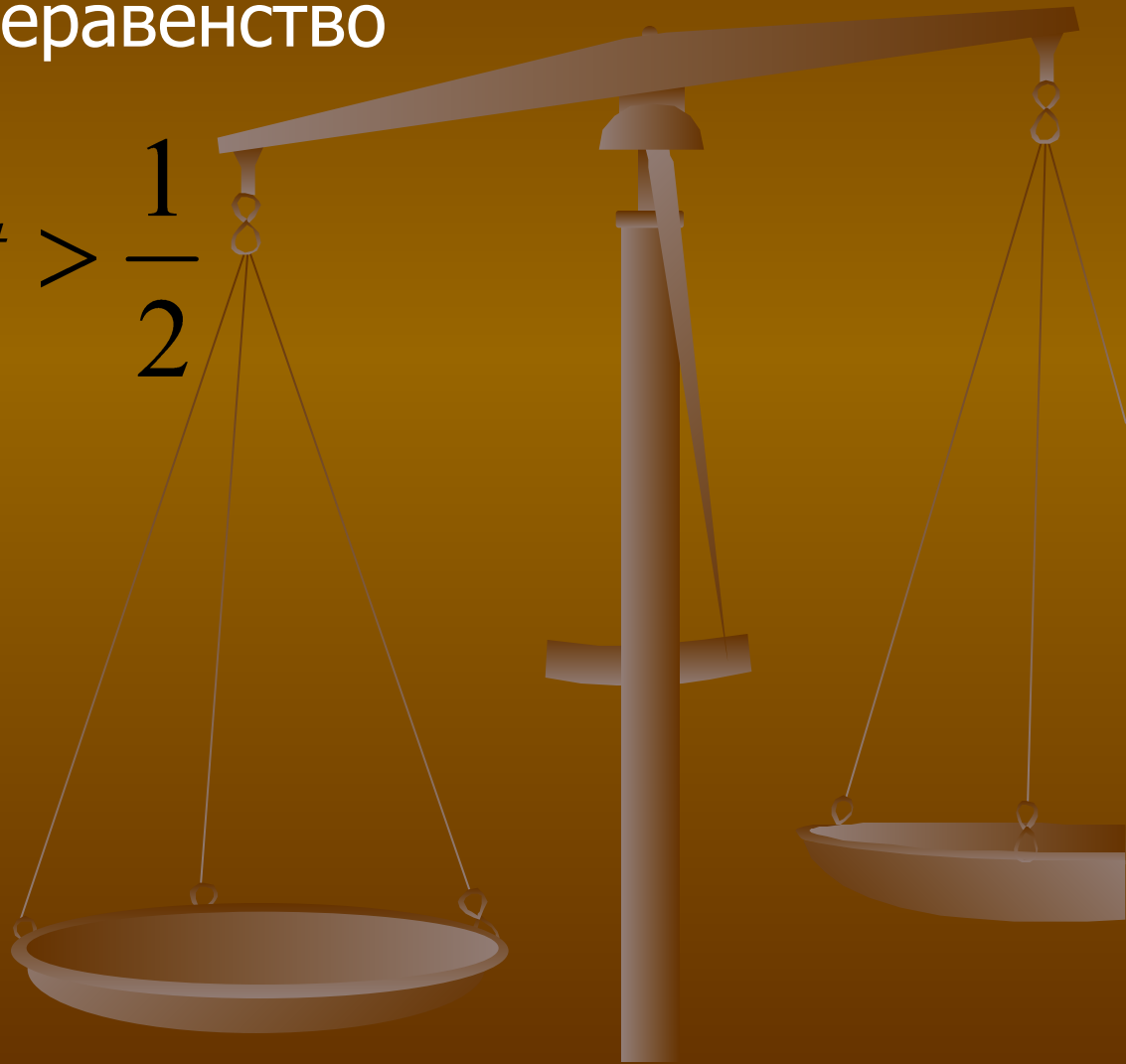
Ответ

Леонард Эйлер
(1707-1783)

Числовая окружность - 400

Решить неравенство

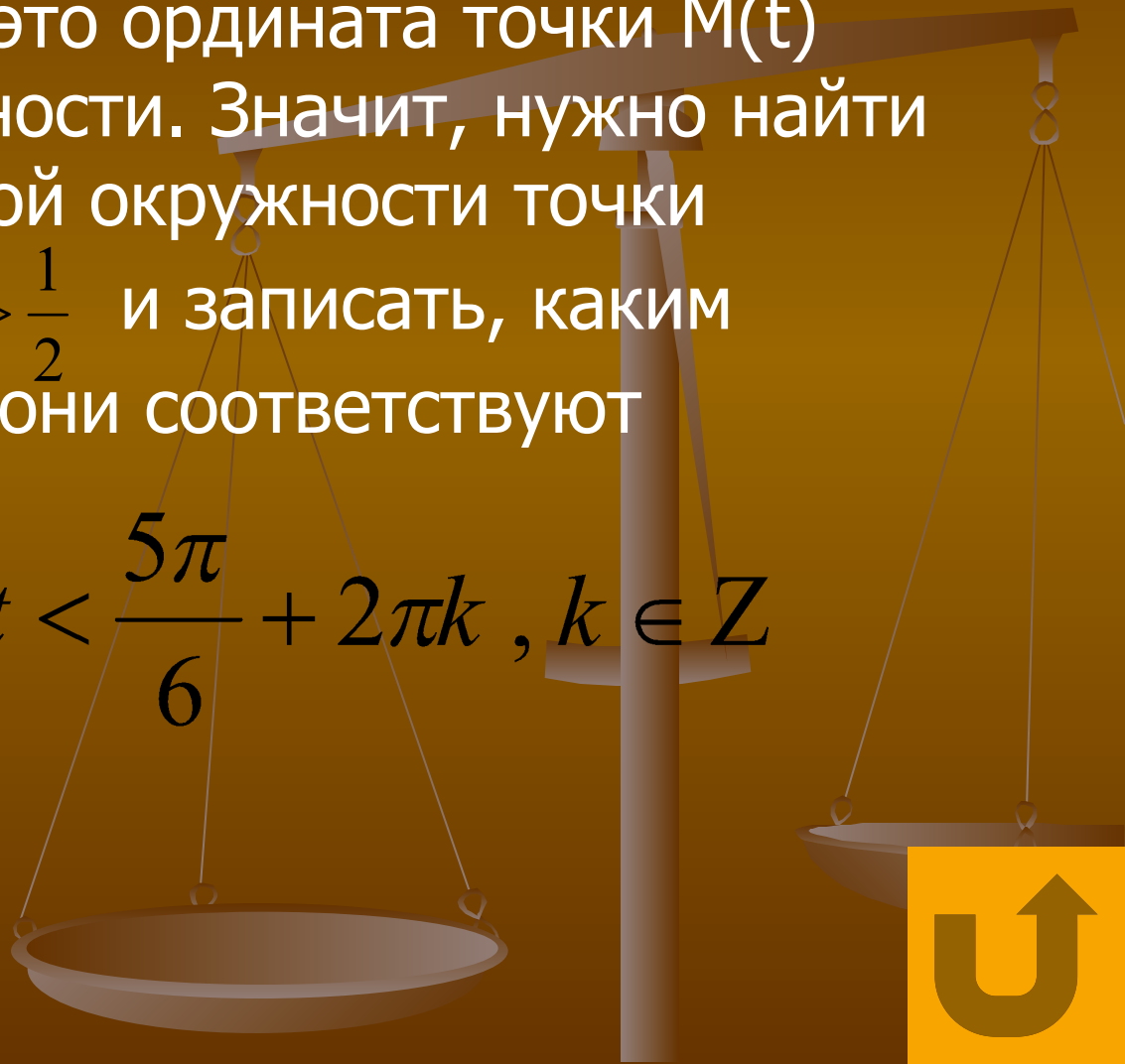
$$\sin t > \frac{1}{2}$$



Ответ

Учтем, что $\sin t$ - это ордината точки M(t) числовой окружности. Значит, нужно найти на числовой окружности точки с ординатой $y > \frac{1}{2}$ и записать, каким числам t они соответствуют

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k \ , k \in Z$$



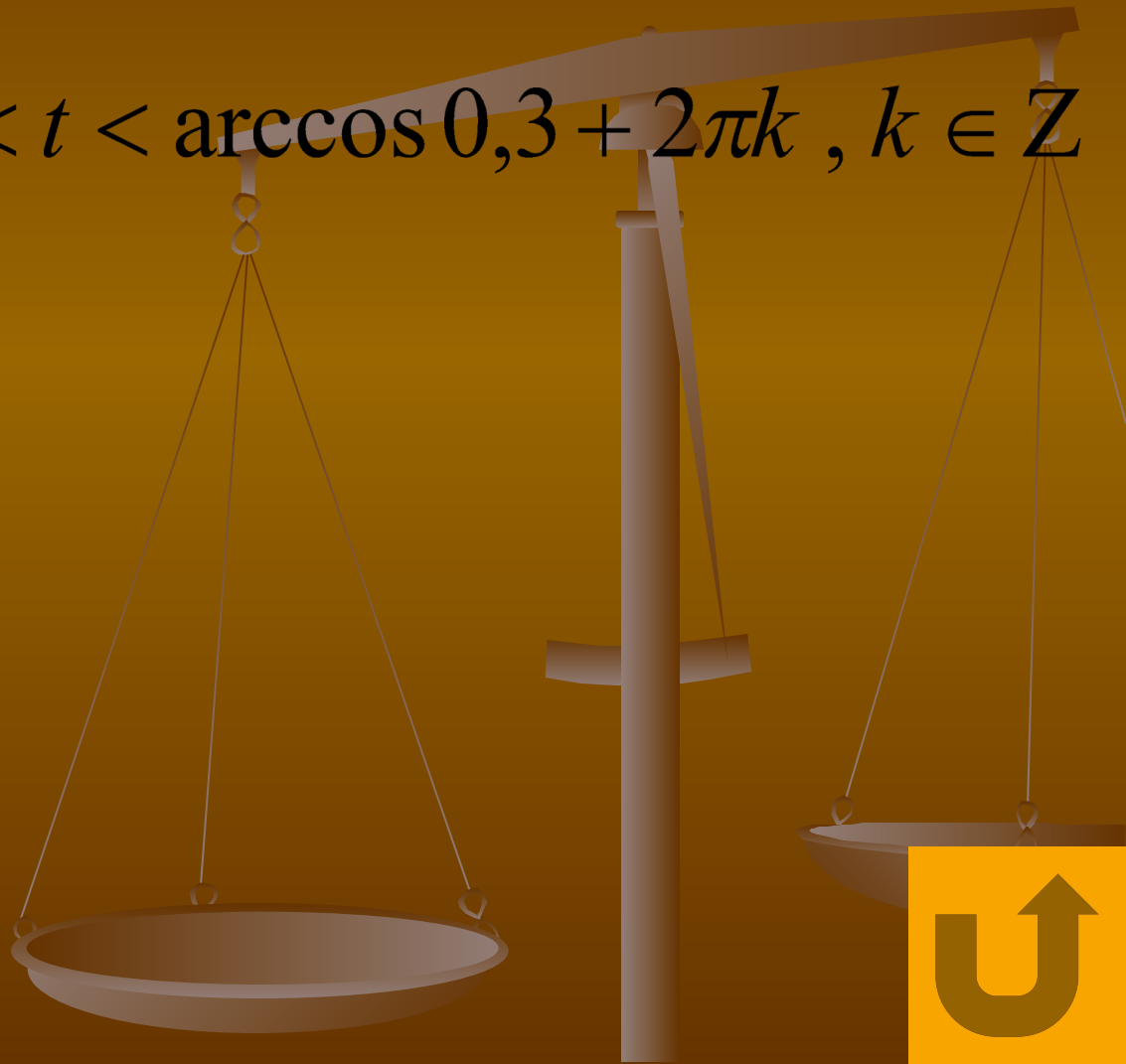
Числовая окружность - 500

Решить неравенство

$$\cos t > 0{,}3$$

Ответ

$$-\arccos 0{,}3 + 2\pi k < t < \arccos 0{,}3 + 2\pi k\ ,\ k \in Z$$



Решаем уравнения и неравенства - 100

Решите устно уравнение

$$-x^2 - 1 = -\cos x$$

Ответ

0

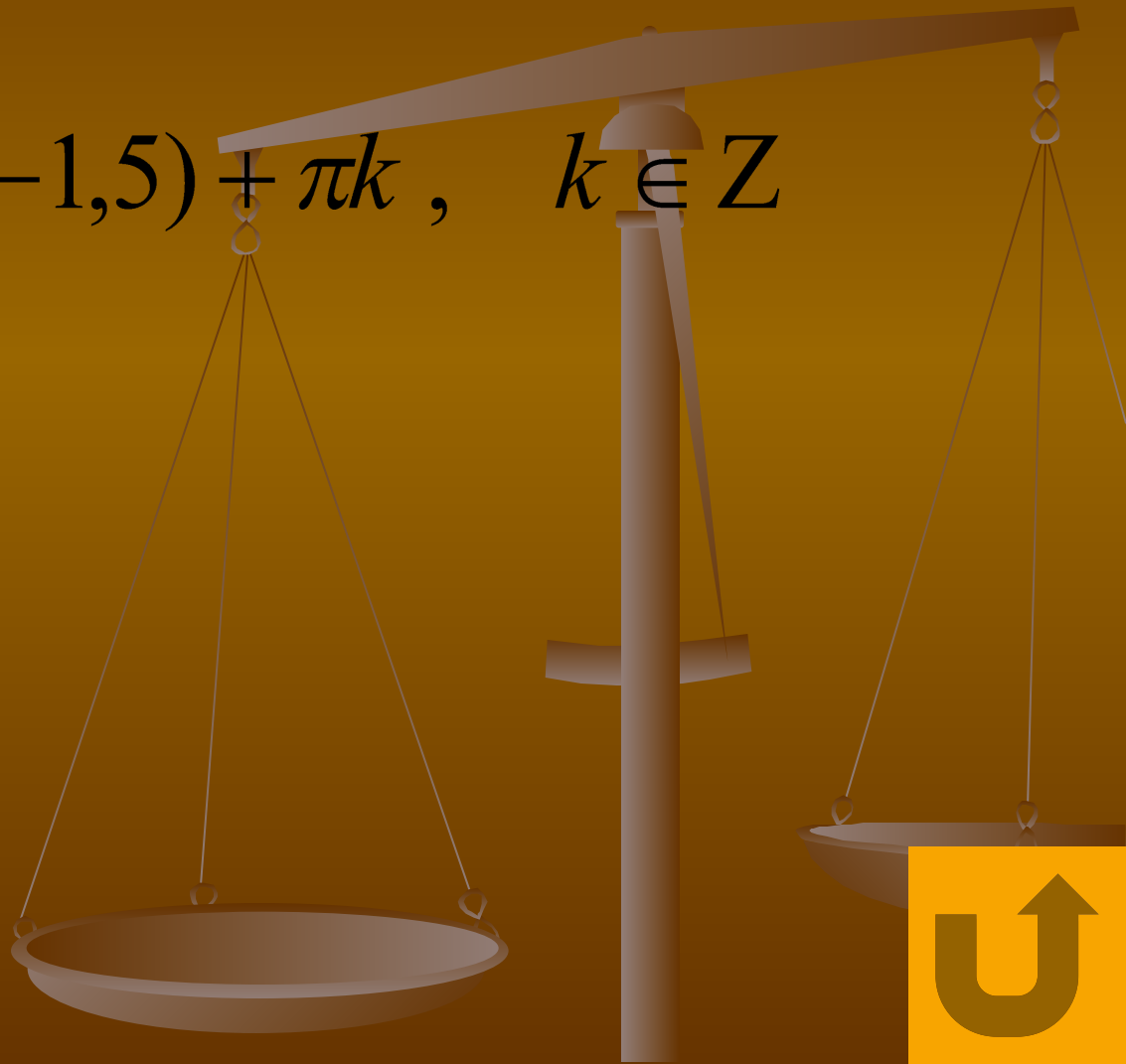
Решаем уравнения и неравенства - 200

Решить уравнение

$$2\sin x + 3\cos x = 0$$

Ответ

$$x = arctg(-1{,}5) + \pi k\,, \quad k \in Z$$

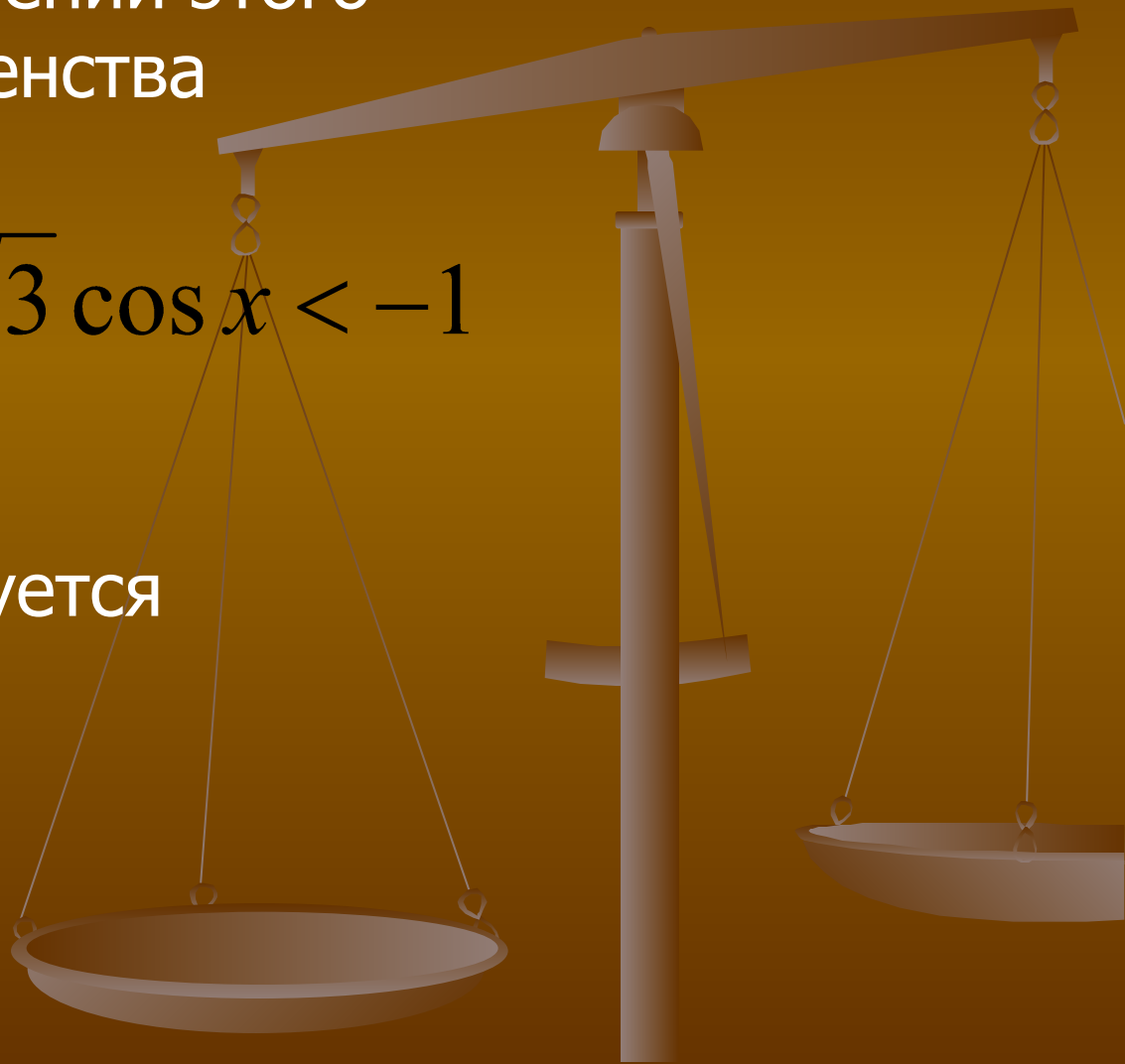


Решаем уравнения и неравенства - 300

При решении этого неравенства

$$\sin x - \sqrt{3}\cos x < -1$$

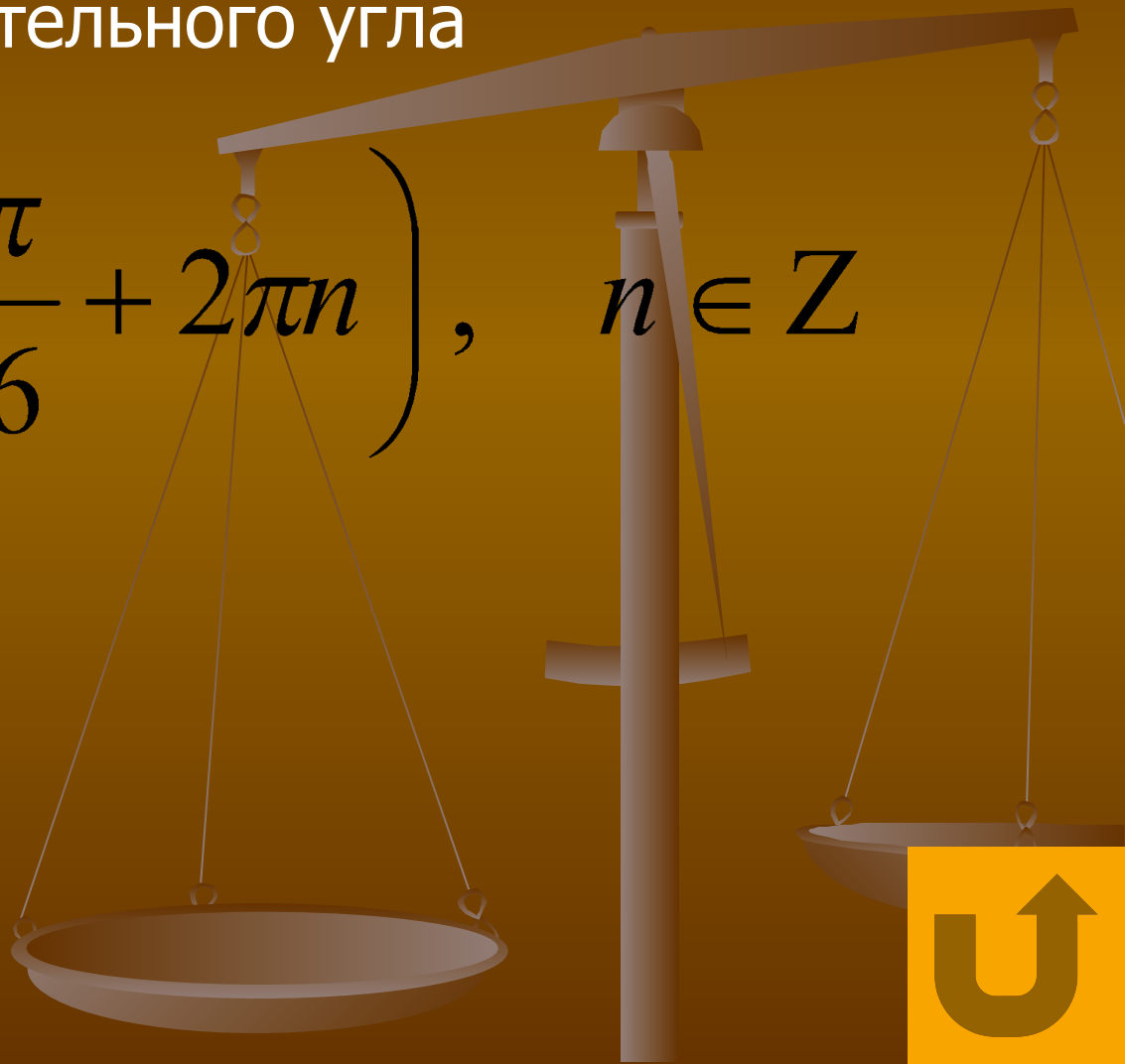
используется



Ответ

Введение вспомогательного угла

$$\left(-\frac{\pi}{2}+2\pi n;\frac{\pi}{6}+2\pi n\right),\quad n\in Z$$



Решаем уравнения и неравенства - 400

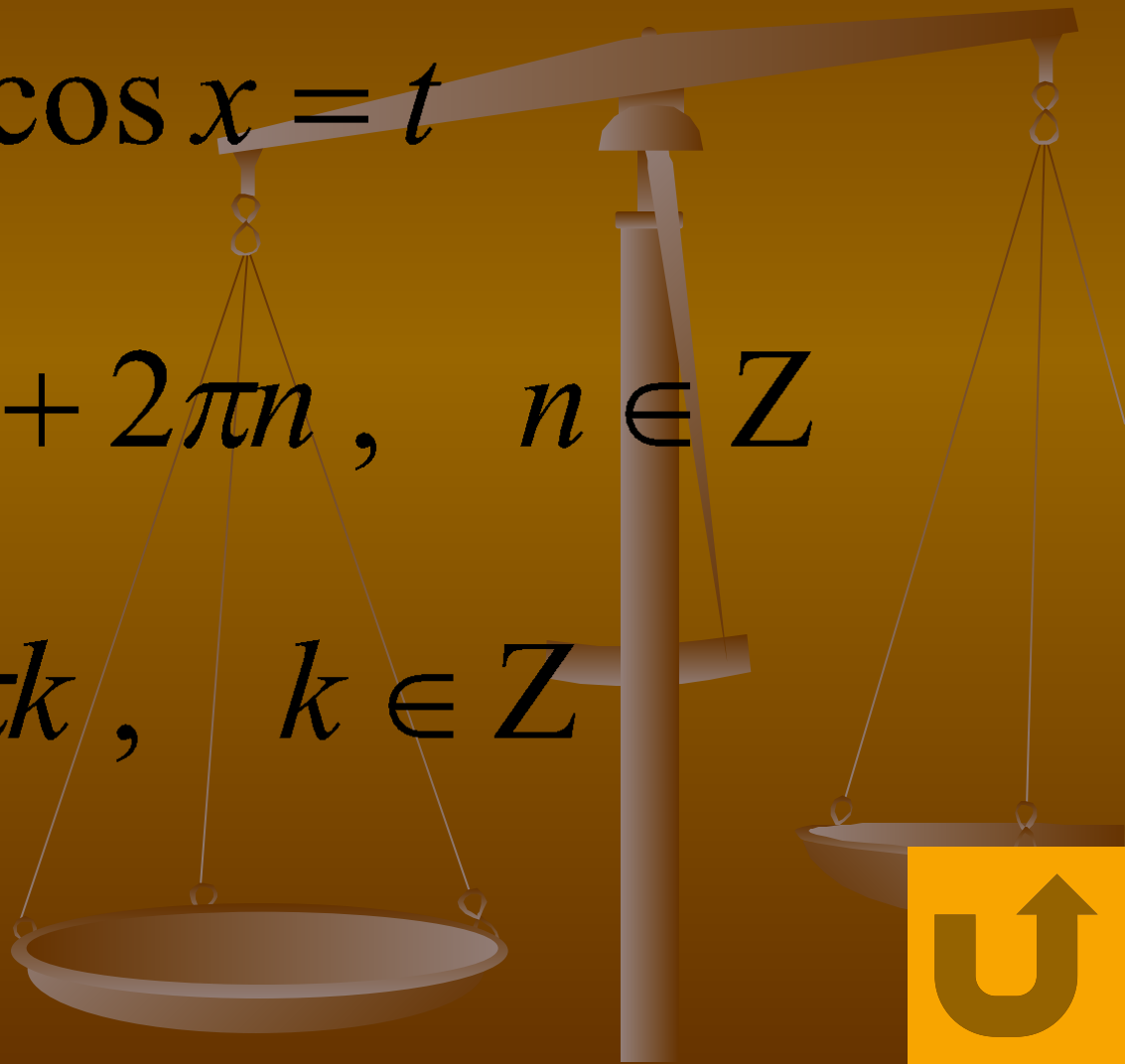
Уравнение $2\sin 2x + \sin x = \cos x$ удобно решать при помощи замены

Ответ

$$\sin x + \cos x = t$$

$$x_n = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$x_k = 2\pi k, \quad k \in Z$$

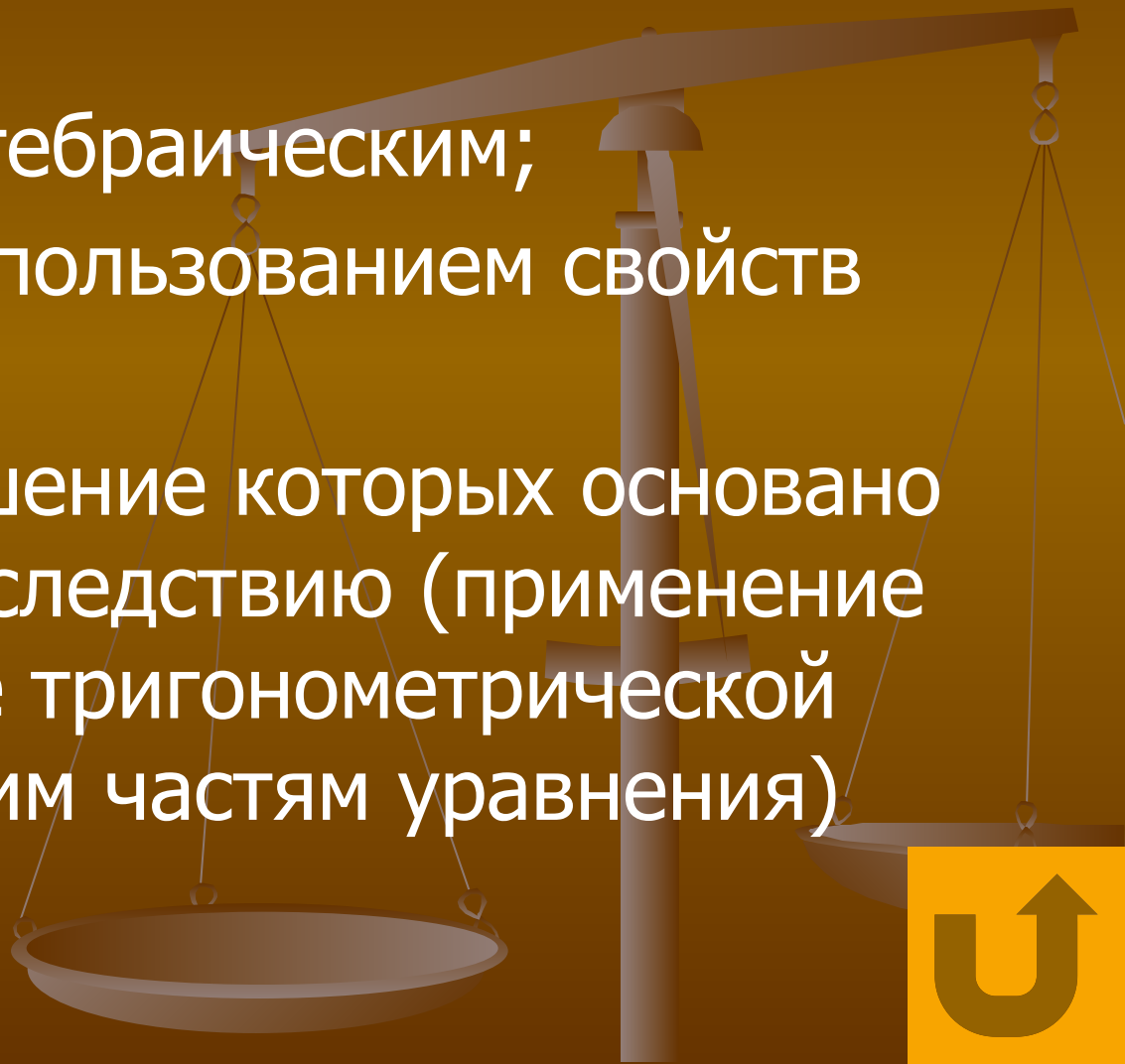


Решаем уравнения и неравенства - 500

Назовите четыре типа уравнений, содержащие обратные тригонометрические функции

Ответ

- простейшие;
- сводимые к алгебраическим;
- решаемые с использованием свойств функций;
- уравнения, решение которых основано на переходе к следствию (применение одной и той же тригонометрической функции к обеим частям уравнения)



Термины - 100

Этот термин буквально означает «тетива лука», «струна»

Ответ

Хорда

Термины - 200

Этот термин означает «натянутая»

Ответ

Гипотенуза

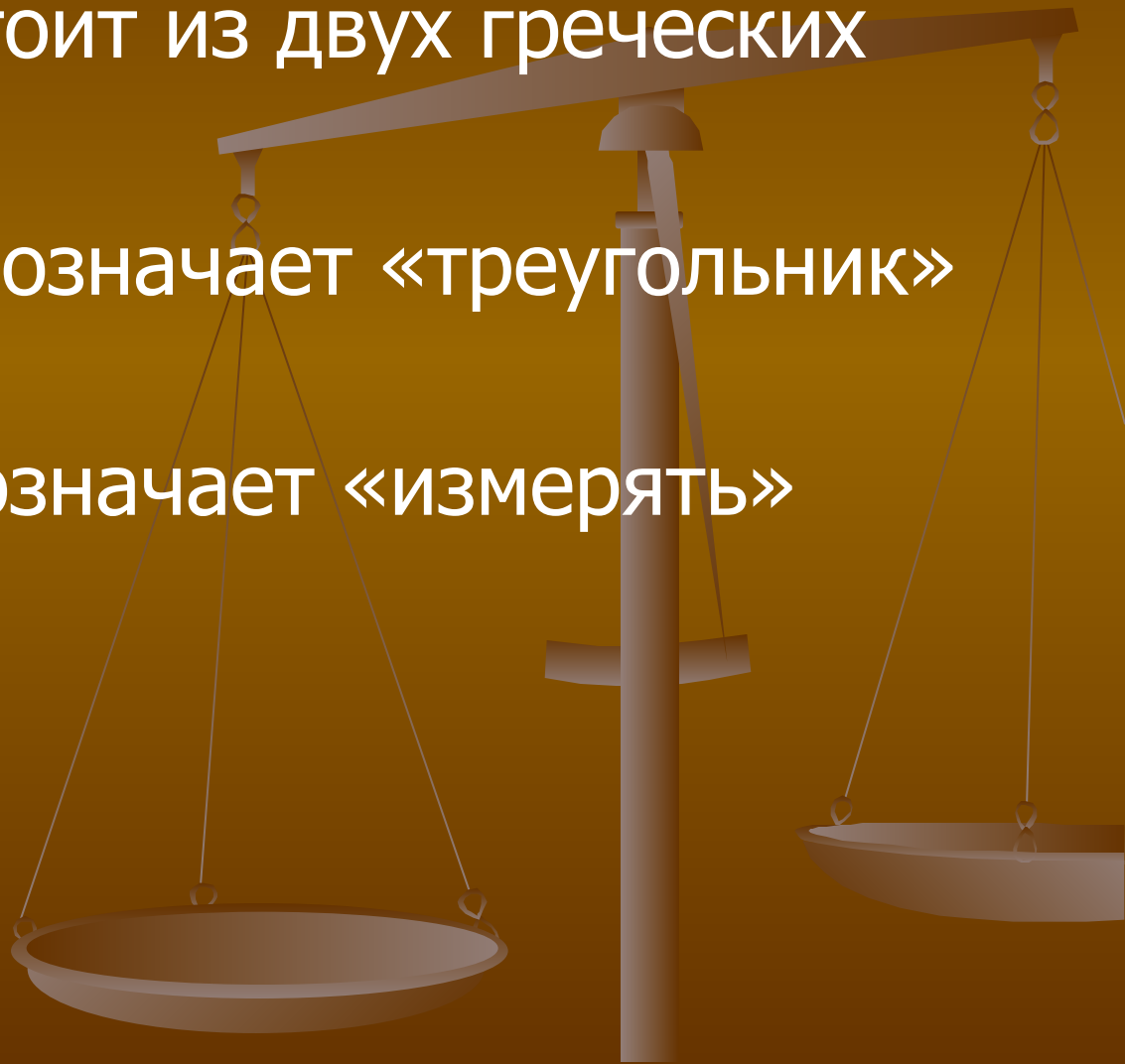
Термины - 300

Этот термин состоит из двух греческих слов:

«тригоном», что означает «треугольник»

и

«метрейн», что означает «измерять»



Ответ

Тригонометрия

Термины - 400

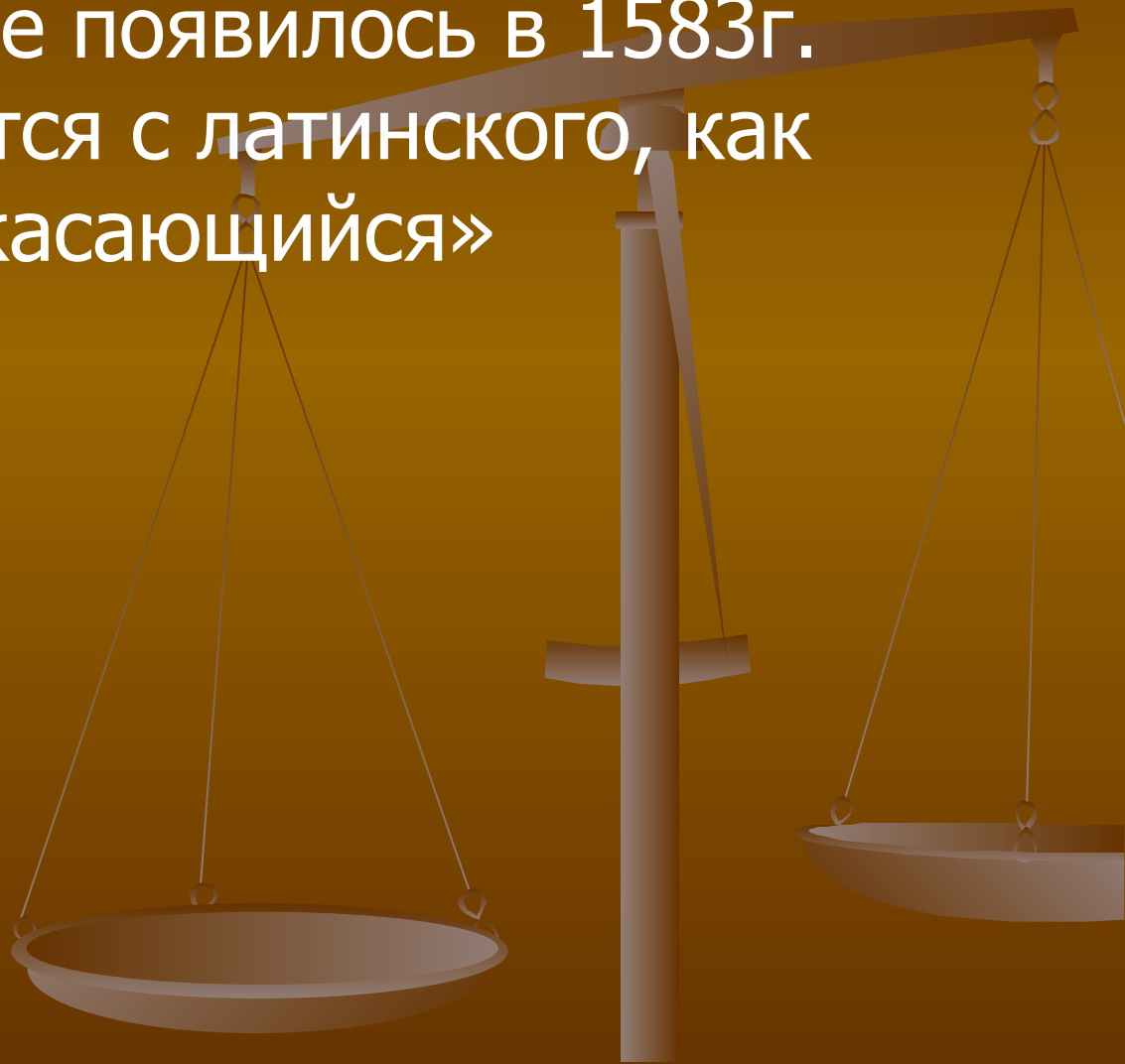
Именно это означает древний термин «катет»

Ответ

Отвес

Термины - 500

Это название появилось в 1583г. Переводится с латинского, как «касающийся»



Ответ

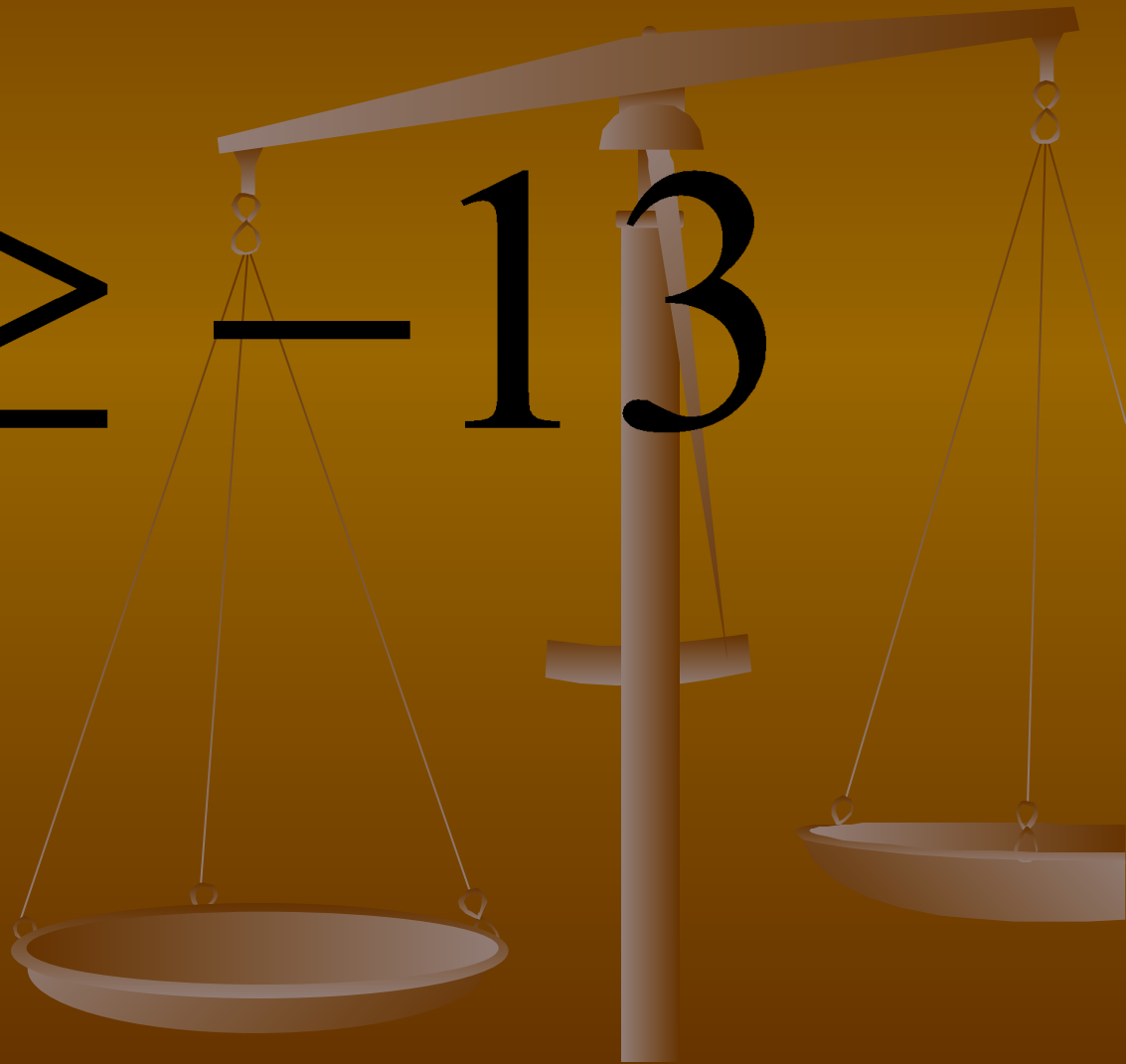
Тангенс

Финал

Определить все a, при каждом из которых неравенство

$$12\sin x + 5\cos x \leq a$$

имеет хотя бы одно решение

Ответ

$$a \geq -13$$