

# Свойства числовых неравенств

Число ***a*** больше числа ***b***, если разность ***a - b*** – *положительное число*.

$$a > b, \text{ если } a - b > 0$$

Число ***a*** меньше числа ***b***, если разность ***a - b*** – *отрицательное число*.

$$a < b, \text{ если } a - b < 0$$

# Основные свойства числовых неравенств.

## *Теорема 1:*

Если  $a > b$ , то  $b < a$ .

Если  $a < b$ , то  $b > a$ .

## *Пример:*

$$10 > 3 \Rightarrow 3 < 10$$

$$1 < 100 \Rightarrow 100 > 1$$

## *Доказательство:*

Соотношение  $a > b$  означает, что  $a - b > 0$ . Тогда  $-(a - b) < 0$ .

$$\text{Т.к. } -(a - b) = -a + b = b - a \Rightarrow b - a < 0 \Rightarrow b < a.$$

Соотношение  $a < b$  означает, что  $a - b < 0$ . Тогда  $-(a - b) > 0$ .

$$\text{Т.к. } -(a - b) = -a + b = b - a \Rightarrow b - a > 0 \Rightarrow b > a.$$

# Основные свойства числовых неравенств.

## Теорема 2:

Если  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a < c$ .

Пример:

$$\begin{array}{l} 5 < 9 \quad \quad 9 < 20 \\ \Rightarrow 5 < 20 \end{array}$$

*Доказательство:*

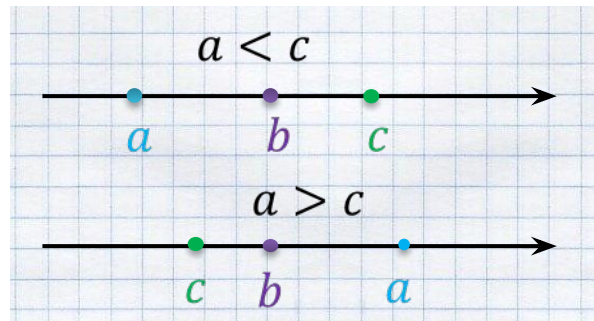
Так как  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a - b < 0$  и  $b - c < 0$ .

Тогда  $(a - b) + (b - c) < 0$ .

$$(a - b) + (b - c) = a - b + b - c = a - c$$

$$\Rightarrow a - c < 0 \Rightarrow a < c$$

Если  $a > b$  и  $b > c$ , то  $a > c$ .



## Основные свойства числовых неравенств.

### *Теорема 3:*

Если  $a < b$  и  $c$  – любое число,  
то  $a + c < b + c$ .

### *Пример:*

$$4 < 8$$

$$4 + (-2) < 8 + (-2) \Rightarrow 2 < 6$$

### *Доказательство:*

$$(a + c) - (b + c) = a + c - b - c = a - b$$

Т.к.  $a < b$ , то  $a - b < 0$ .

$$\Rightarrow (a + c) - (b + c) < 0$$

$$\Rightarrow a + c < b + c$$

Если к обеим частям **верного неравенства** прибавить **одно и то же число**, то получится **верное неравенство**.

# Основные свойства числовых неравенств.

## Теорема 4:

Если  $a < b$  и  $c$  – положительное число, то  $ac < bc$ .

Если  $a < b$  и  $c$  – отрицательное число, то  $ac > bc$ .

## Доказательство:

$$ac - bc = c(a - b)$$

Т.к.  $a < b$ , то  $a - b < 0$ .

Если  $c > 0$ , то  $c(a - b) < 0 \Rightarrow ac < bc$

Если  $c < 0$ , то  $c(a - b) > 0 \Rightarrow ac > bc$

## Пример:

$$10 < 30$$

$$3 < 5$$

$$10 \cdot 2 < 30 \cdot 2$$

$$3 \cdot (-4) > 5 \cdot (-4)$$

$$\Rightarrow 20 < 60$$

$$\Rightarrow -12 > -20$$

Если обе части **верного неравенства** **умножить** или **разделить на одно и то же положительное число**, то получится **верное неравенство**.

Если обе части **верного неравенства** **умножить** или **разделить на одно и то же отрицательное число и изменить знак неравенства на противоположный**, то получится **верное неравенство**.

## Основные свойства числовых неравенств.

### *Следствие:*

Если  $a$  и  $b$  – положительные числа и  $a < b$ , то  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ .

### *Доказательство:*

Разделим обе части неравенства  $a < b$  на  $ab > 0$ .

$$\frac{\cancel{a}}{\cancel{a}b} < \frac{\cancel{b}}{a\cancel{b}} \Rightarrow \frac{1}{b} < \frac{1}{a} \Leftrightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

**Задание.** Сравните значения выражений  $k - 17y^2$  и  $t - 17y^2$ , зная, что  $k > t$  – верное числовое неравенство.

**Решение:**

$$k > t$$

$$k + (-17y^2) > t + (-17y^2)$$

$$k - 17y^2 > t - 17y^2$$

**Ответ:**  $k - 17y^2 > t - 17y^2$ .

Если  $a < b$  и  $c$  – любое число,  
то  $a + c < b + c$ .



Теорема 1: Если  $a > b$ , то  $b < a$ .

Если  $a < b$ , то  $b > a$ .

Теорема 2: Если  $a < b$  и  $b < c$ , то  $a < c$ .

Теорема 3: Если  $a < b$  и  $c$  – любое число, то  $a + c < b + c$ .

Теорема 4: Если  $a < b$  и  $c$  – положительное число, то  $ac < bc$ .

Если  $a < b$  и  $c$  – отрицательное число, то  $ac > bc$ .

Следствие: Если  $a$  и  $b$  – положительные числа и  $a < b$ , то

$$\frac{1}{a} > \frac{1}{b}.$$