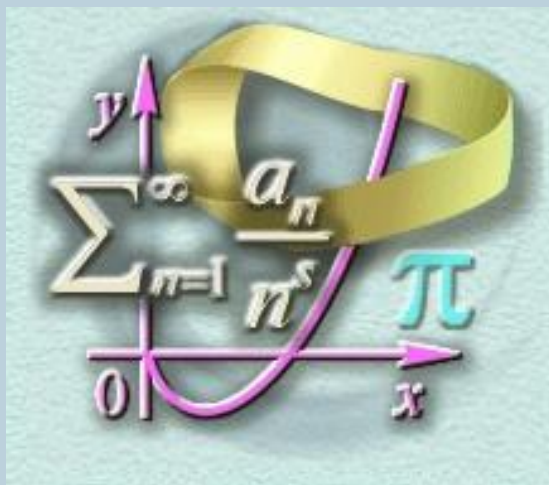




# Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

*(Алгебра-11)*



Автор: учитель высшей категории  
Стрелкова Н. В.

## Цели урока:

- повторить ранее изученные свойства функции  $y=\operatorname{tg}x$ ;
- научиться строить график функции  $y=\operatorname{tg}x$ , используя данные свойства функции.
- на основе анализа графика определить остальные свойства функции
- научиться решать простейшие уравнения и неравенства с помощью графика функции.



# Функция $y = \operatorname{tg} x$ и её свойства.

---

1. Обл. определения:  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .
2. Множество значений функции:  $y \in \mathbb{R}$ .
3. Периодическая,  $T = \pi$ .  $\Rightarrow \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
4. Нечётная функция.  $\Rightarrow x \in [0; \pi/2)$



Функция  $y = \operatorname{tg} x$  возрастает на промежутке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$

1. Пусть  $0 \leq \underline{x_1} < x_2 < \pi/2$  и  $\operatorname{tg} x_1 = \frac{\sin x_1}{\cos x_1}$ ,  $\operatorname{tg} x_2 = \frac{\sin x_2}{\cos x_2}$

2. Т. к. функция  $y = \sin x$  возрастает на данном промежутке, то  $\sin x_1 < \sin x_2$ . (1)

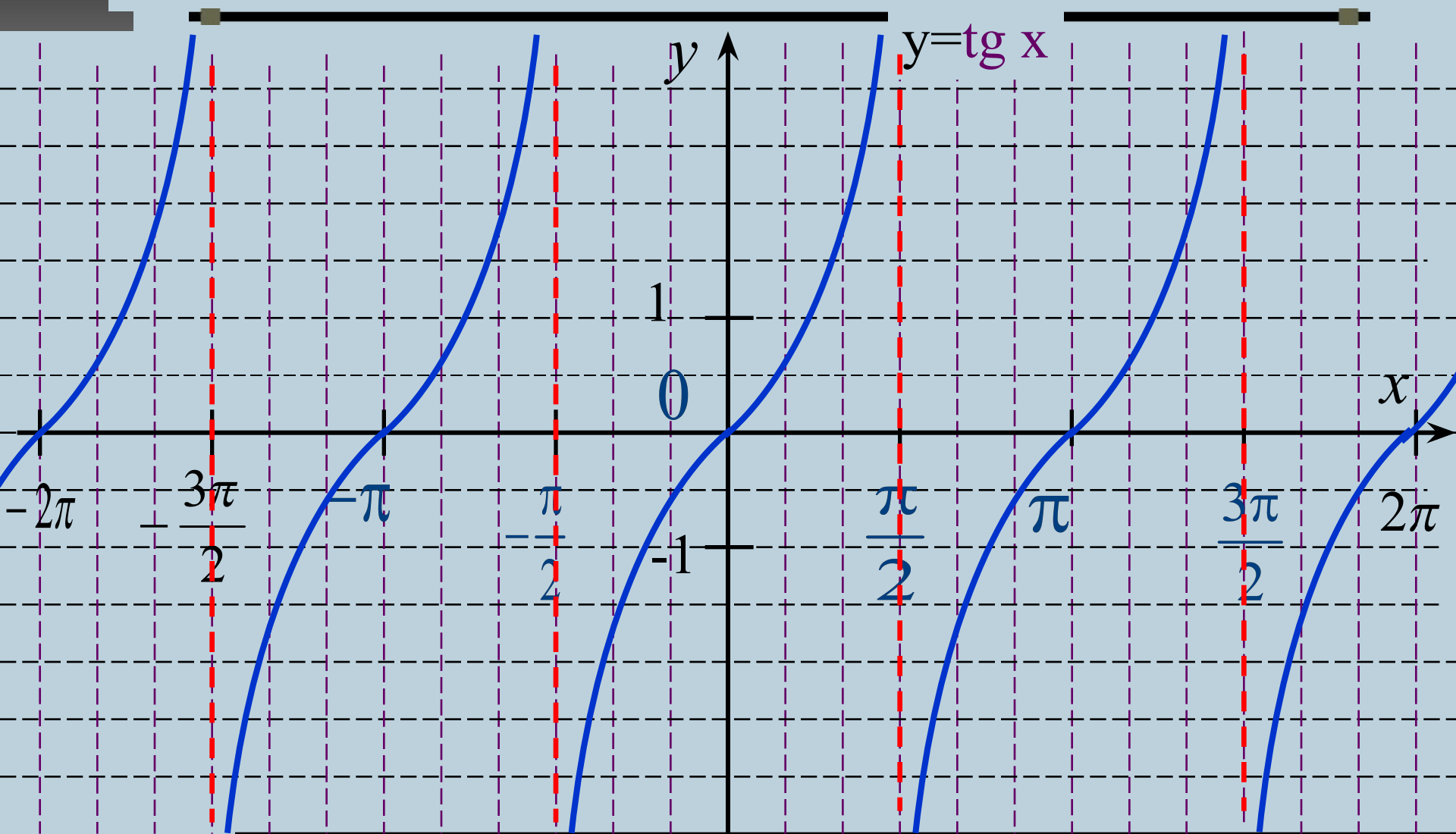
3. Т. к. функция  $y = \cos x$  убывает на данном промежутке, то  $\cos x_1 > \cos x_2$  и  $\frac{1}{\cos x_1} < \frac{1}{\cos x_2}$  (2)

4. Умножим нер-во (1) на нер-во (2) :

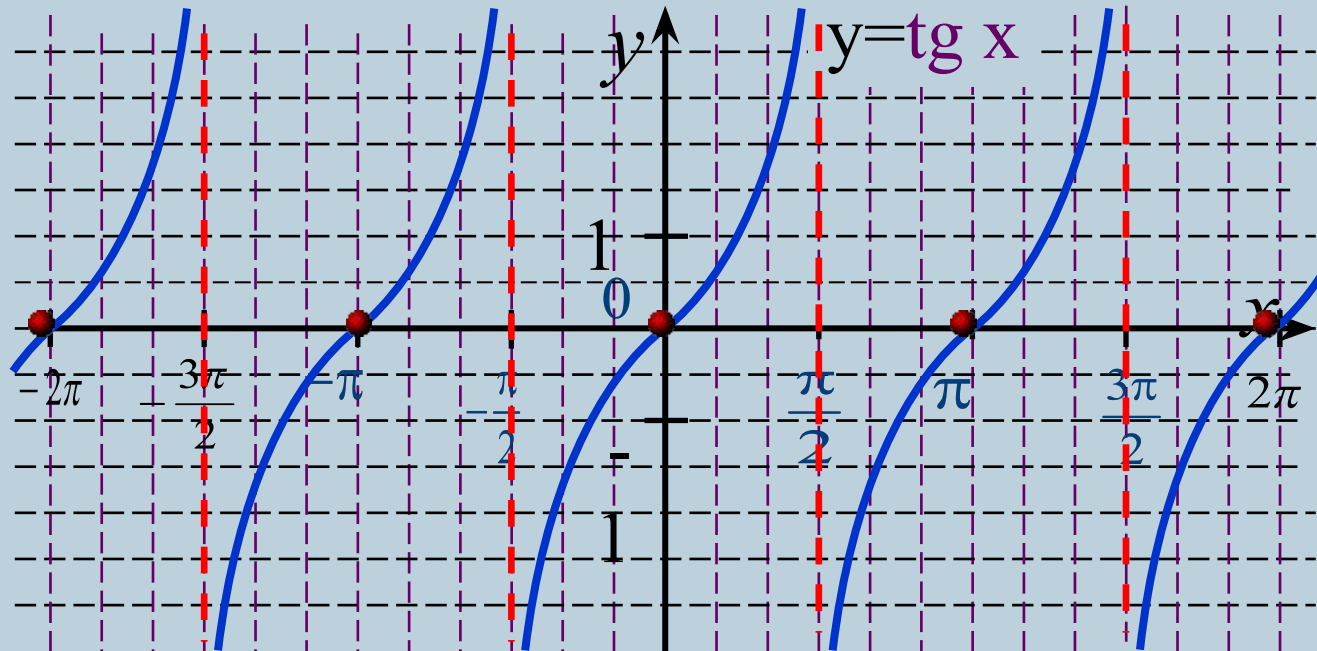
$$\frac{\sin x_1}{\cos x_1} < \frac{\sin x_2}{\cos x_2}, \text{ т. е. } \underline{\operatorname{tg} x_1} < \operatorname{tg} x_2.$$



# Построение графика функции $y = \operatorname{tg} x$ .



# Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ .

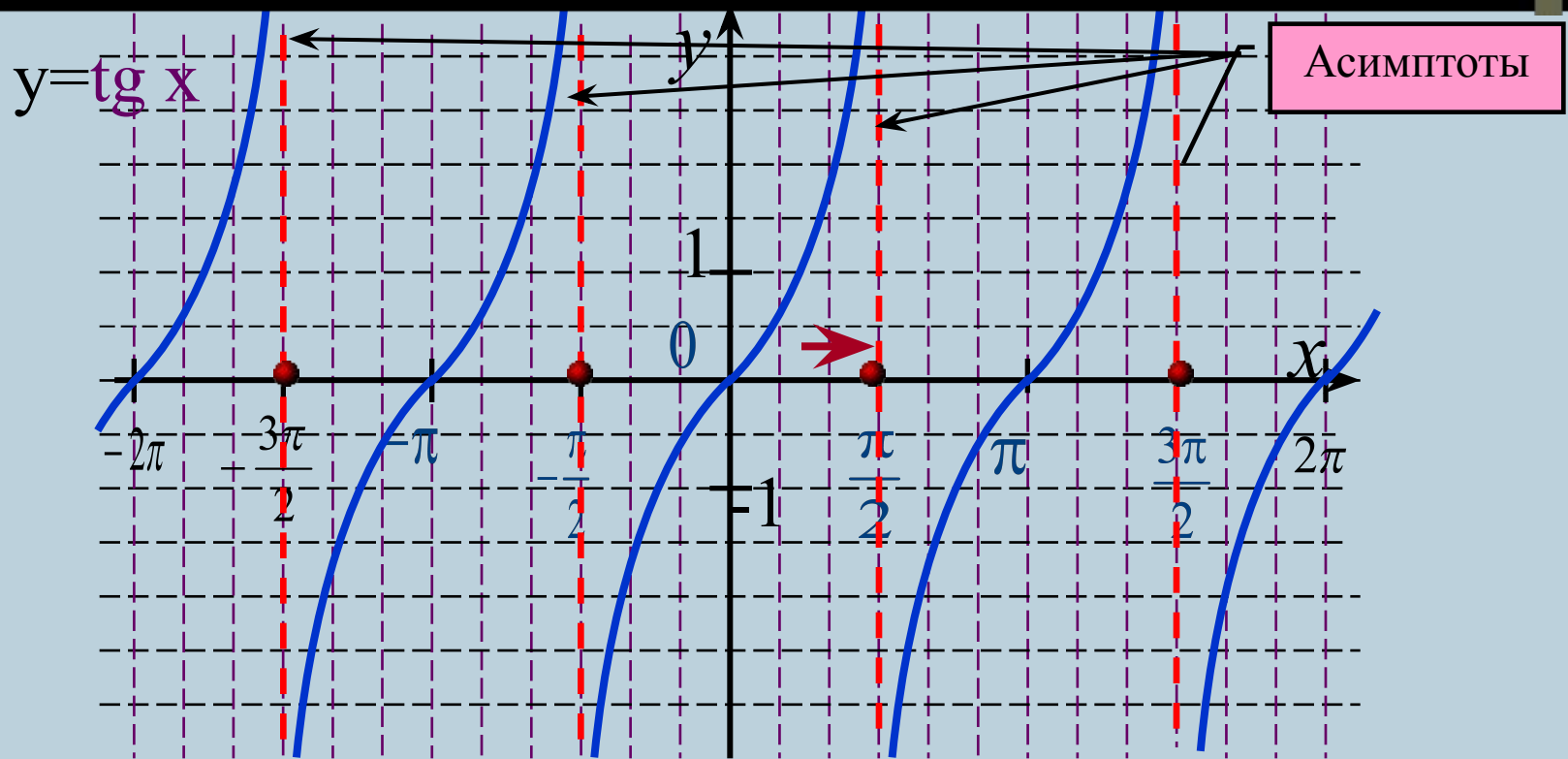


Нули функции:  $\operatorname{tg} x = 0$  при  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

$y(x) > 0$  при  $x \in (0; \pi/2)$  и при сдвиге на  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .

$y(x) < 0$  при  $x \in (-\pi/2; 0)$  и при сдвиге на  $\pi n,$   
 $n \in \mathbb{Z}$ .

# Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ .



При  $x = \pi/2 + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  - функция  $y = \operatorname{tg} x$  не определена.

Рассмотрим т.  $x = \pi/2$ .

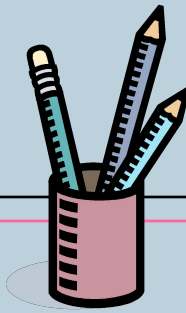
Слева:  $\sin x \rightarrow 1$ ,  $\cos x \rightarrow 0$  и  $\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \infty$

Точки  $x = \pi/2 + \pi n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  - **точки разрыва** функции  $y = \operatorname{tg} x$ .



# Свойства функции $y = \operatorname{tg}x$ .

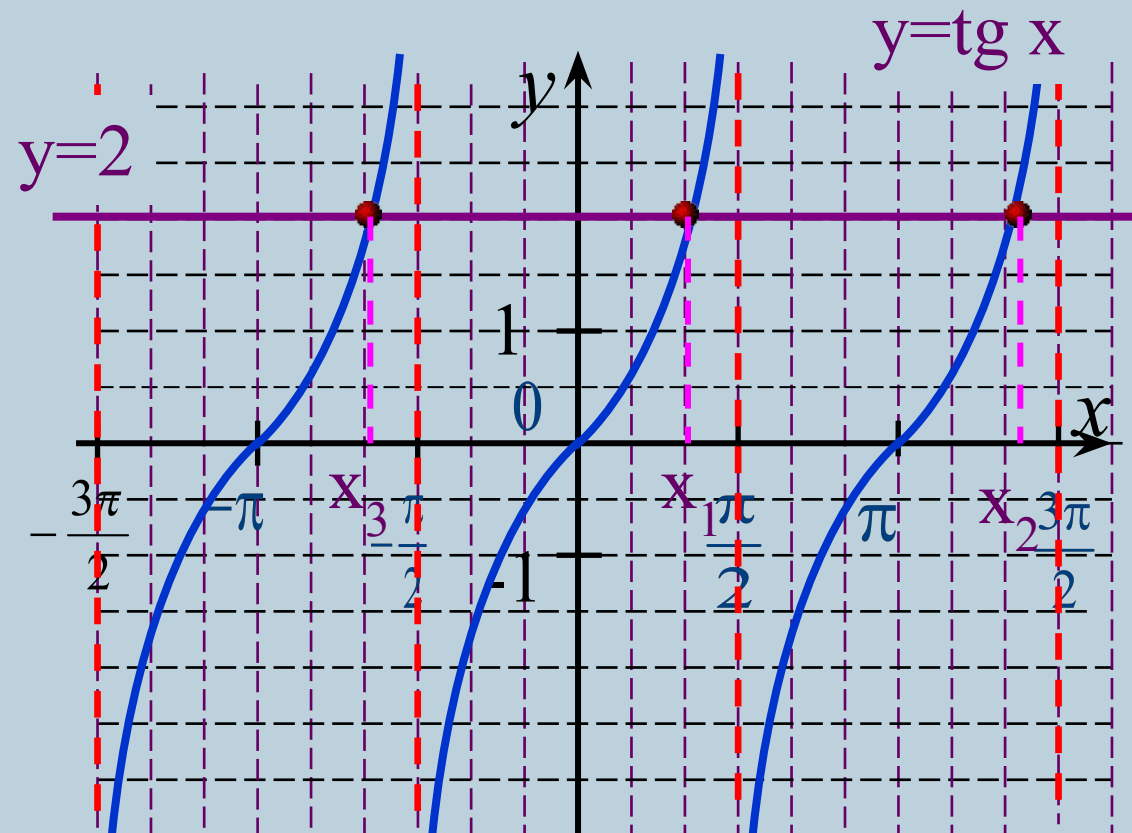
1. Обл. определения:  $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .
2. Множество значений функции:  $y \in \mathbb{R}$ .
3. Периодическая,  $T = \pi$ .
4. Нечётная функция.
5. Возрастает на всей области определения.
6. Нули функции  $y(x) = 0$  при  $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$ .
7.  $y(x) > 0$  при  $x \in (0; \pi/2)$  и при сдвиге на  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .
8.  $y(x) < 0$  при  $x \in (-\pi/2; 0)$  и при сдвиге на  $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ .
9. При  $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$  - функция  $y = \operatorname{tg}x$  не определена. Имеет точки разрыва графика и асимптоты.



# Задача №1.

Найти все корни уравнения  $\operatorname{tg}x=2$   
принадлежащих промежутку  $-\pi \leq x \leq 3\pi/2$ .

## • Решение.



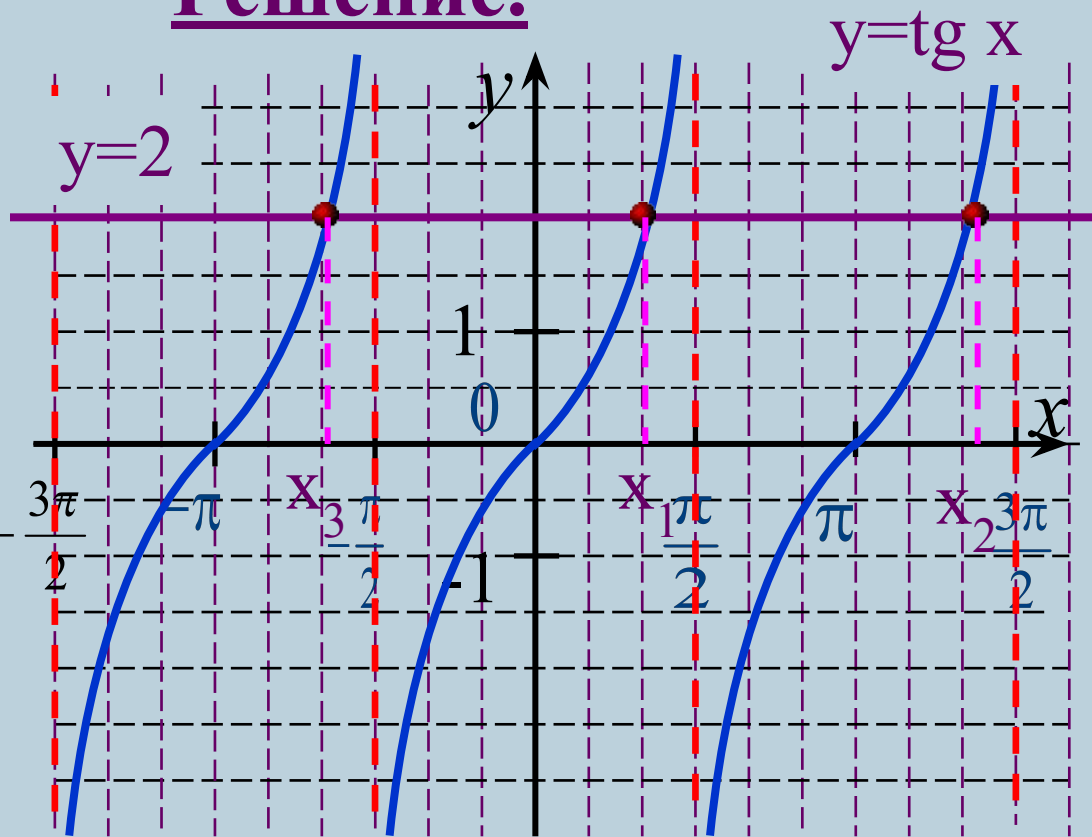
1. Построим графики функций  $y=\operatorname{tg}x$  и  $y=2$

2.  $x_1 = \operatorname{arctg}2$   
 $x_2 = \operatorname{arctg}2 + \pi$   
 $x_3 = \operatorname{arctg}2 - \pi$

## Задача №2.

Найти все решения неравенства  $\operatorname{tg} x \leq 2$   
принадлежащих промежутку  $-\pi \leq x \leq 3\pi/2$ .

### • Решение.



1. Построим графики функций  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = 2$

2.  $x_1 = \operatorname{arctg} 2$   
 $x_2 = \operatorname{arctg} 2 + \pi$   
 $x_3 = \operatorname{arctg} 2 - \pi$

3.  $x \in (-\pi ; \operatorname{arctg} 2 - \pi] \cup (-\pi/2 ; \operatorname{arctg} 2] \cup (\pi/2 ; \operatorname{arctg} 2 + \pi]$

