



ТЕМА УРОКА:

СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

НЕПРЕРЫВНЫХ НА

ОТРЕЗКЕ

# ОТВЕТИТЬ НА ВОПРОСЫ:

- Дайте определение монотонно возрастающей (убывающей) функции;
- Дайте определение функции непрерывной в точке;
- Дайте определение функции непрерывной на промежутке;
- Сформулируйте теорему Больцано-Коши (о промежуточных значениях);
- Сформулируйте теорему о корне.



РАССМОТРИМ ФУНКЦИЮ

$$f(x) = \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1}$$

И ОТВЕТИМ НА ВОПРОСЫ:

1. Какова область определения этой функции?
2. Какова ее область значений?
3. Является ли эта функция монотонной?
4. Каков характер ее монотонности (возрастает, убывает)?
5. Может ли эта функция принимать значение равное 0? 1? 5? 14? Почему?
6. При каком  $x$  значение функции  $f(x)=3$ ?



## ТЕОРЕМА БОЛЬЦАНО-КОШИ:

**Если функция непрерывна на отрезке и на концах его принимает значения противоположных знаков, то внутри отрезка существует по крайней мере одна точка, в которой функция принимает значение равное нулю**



**ЗАДАЧА:**

**ВЫЧИСЛИТЬ КОРЕНЬ УРАВНЕНИЯ**

$$x^3 + 3x + 1 = 0$$

**НА ОТРЕЗКЕ  $[-1;0]$**



## РЕШЕНИЕ:

$$f(x) = x^3 + 3x + 1, x \in [-1; 0]$$

$$f(-1) = -3 < 0$$

$$f(0) = 1 > 0$$

$$x_0 = -1, x_1 = -0,9, x_2 = -0,8, \dots, x_{10} = 0$$

$$f(-0,4) = -0,264 < 0$$

$$f(-0,3) = 0,073 > 0$$

В отрезке  $[-0,4; -0,3]$  будет находиться корень уравнения,

$$x \approx -0,3.$$



# ТЕОРЕМА О КОРНЕ:

Если функция  $f(x)$  определена на множестве  $I$  и монотонно возрастает (убывает) на нем, то уравнение  $f(x)=a$  имеет единственное решение, если  $a$  принадлежит множеству значений функции  $f(x)$  и не имеет решений, если число  $a$  этому множеству не принадлежит



**ЗАДАЧА:**

**РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ**

$$\sqrt{x+7} + \sqrt{x-1} = 4$$





## РЕШЕНИЕ:

$x=2$  является корнем уравнения.

Рассмотрим функцию  $\varphi(x) = \sqrt{x+7} + \sqrt{x-1}$

Исходное уравнение примет вид:

Функция  $\varphi(x)$  определена на множестве  $[1; +\infty)$  и монотонно возрастает на нем (как сумма возрастающих функций). По теореме о корне  $x=2$  является единственным корнем уравнения.



**ДОКАЖИТЕ, ЧТО СЛЕДУЮЩИЕ УРАВНЕНИЯ  
ИМЕЮТ ЕДИНСТВЕННОЕ РЕШЕНИЕ И  
УКАЖИТЕ РЕШЕНИЕ КАЖДОГО ИЗ  
УРАВНЕНИЙ:**

$$1).x^3 + 3x - 14 = 0$$

$$2).\sqrt{2x - 3} + \sqrt{4x + 1} = 4$$

$$3).x + \sqrt{x + 1} = 11$$

$$4).\sqrt{x - 2} = 8 - x$$

$$5).\sqrt{x} - \sqrt{x + 3} = -1$$



**ДОКАЖИТЕ, ЧТО СЛЕДУЮЩИЕ  
УРАВНЕНИЯ НЕ ИМЕЮТ РЕШЕНИЙ:**

$$1). \sqrt{x+2} + \sqrt{x-1} = -2$$

$$2). \sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 2$$

$$3). \sqrt{3-x} + 6 = 5x$$



## РЕШИМ УРАВНЕНИЕ

$$\log_5(x+3) = 3 - x$$

Это уравнение определено при  $x > -3$ .  
Использование определения логарифма в данном случае приводит к трудно разрешимому уравнению

Поступим иначе, введем в рассмотрение функцию

$$\varphi(x) = 3$$

Тогда исходное уравнение примет вид:

Функция  $\varphi(x)$  монотонно возрастает на  $(-3; +\infty)$ , поэтому уравнение имеет

## ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

$$1). \sqrt{2-x} + 3 = 4x$$

$$2). \sqrt{2x+3} + \sqrt{x-3} = 0$$

$$3). \log_7(x+2) = 6-x$$

$$4). 3^{x-1} + 5^{x-1} = 34$$

