

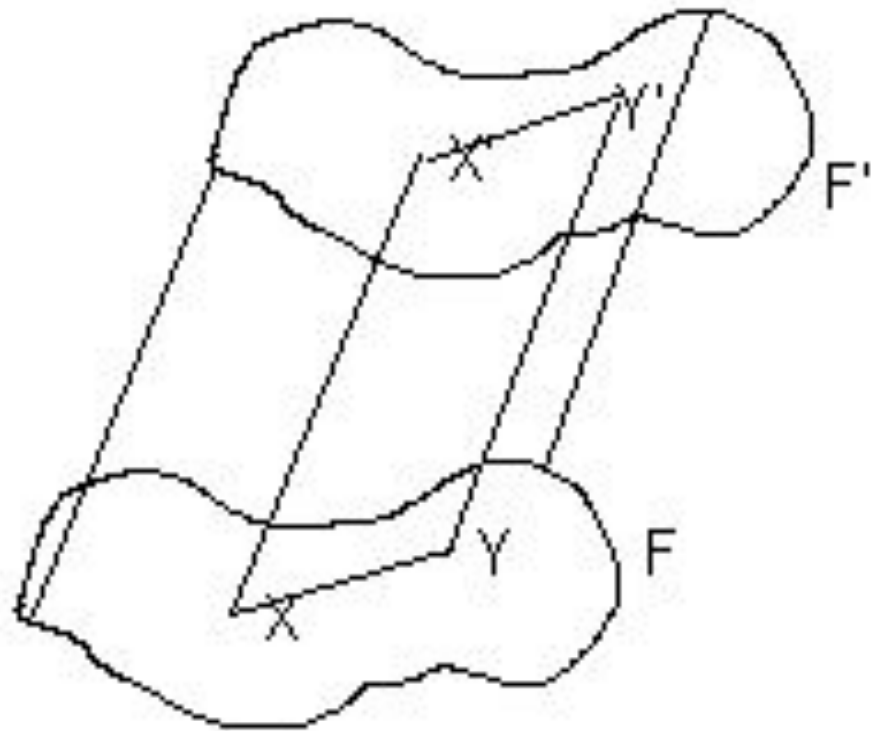
# Урок 2

- Призма

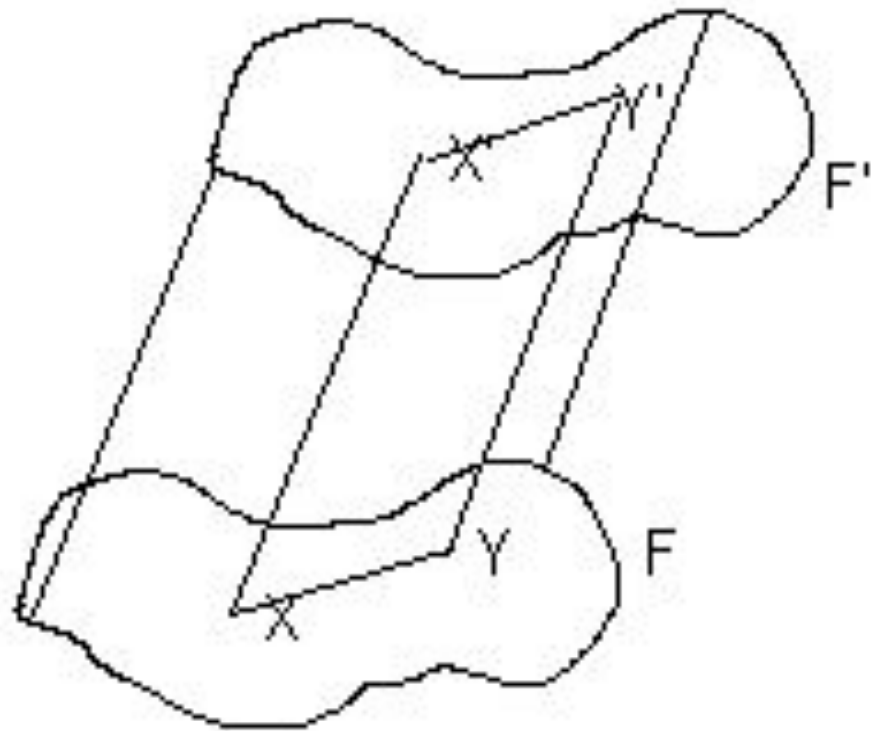
Сколько ребер может иметь выпуклый многогранник?

**Почему не может быть 7 ребер?**

Рассмотрим  $F \subset \alpha$  и не принадлежащую прямой  $a$ .  
 $\forall X \in F$  проведем равные отрезки  $XX'$ ,  
параллельные  $a$  и лежащие относительно  $\alpha$   
в одном полупространстве.  
Фигура, образованная  
этими отрезками называется цилиндром.  
Фигура  $F$  называется  
основанием цилиндра,  
а любой  $[XX']$  – его  
образующей.



- 1)  $F' = F$ ,
- 2) Любое сечение цилиндра, параллельное плоскости основания, равно основанию



Определения.

- 1) Высотой цилиндра называется общий перпендикуляр к плоскостям его оснований.**
- 2) Высотой цилиндра называется расстояние между его основаниями.**

***Цилиндр, основанием которой является многоугольник, называется призмой.***

Сформулируйте определения боковых ребер и боковых граней призмы; высоты призмы

***Ребра, не лежащие в плоскостях оснований;  
грани, не являющиеся основаниями;  
общий перпендикуляр к основаниям,  
заключенный между их плоскостями  
(расстояние между плоскостями оснований)***

Какие свойства призмы следуют из свойств цилиндра?

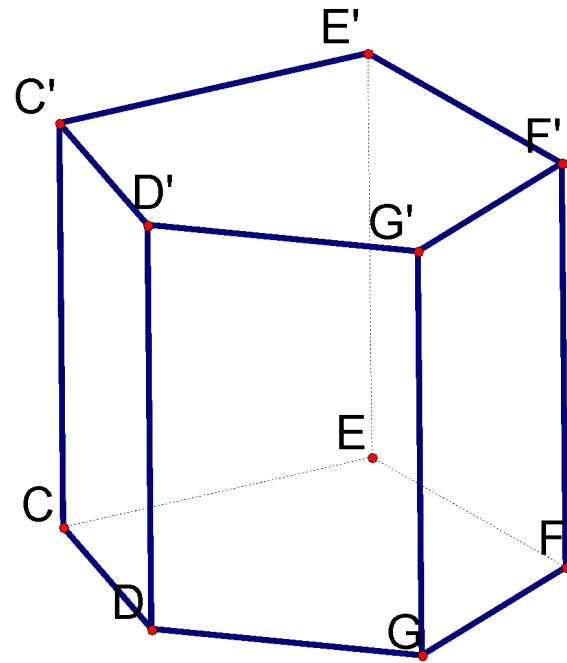
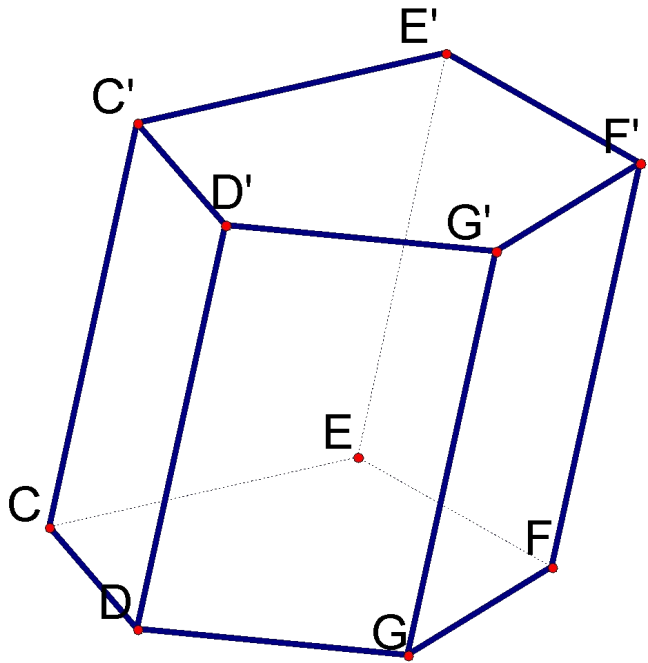
***Равенство сечений призмы,  
параллельных основанию,  
в частности, равенство оснований призмы;  
равенство и параллельность боковых ребер  
и высот призмы;  
боковые грани – параллелограммы***

**Призмой называется многогранник,  
у которого две грани, называемые основаниями,  
равны и их соответственные стороны  
параллельны,  
а остальные грани – параллелограммы,  
у каждого из которых две стороны являются  
соответственными основаниями  
параллелограммов**

**Докажите, что это определение эквивалентно  
предыдущему.**



Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что около призмы можно описать сферу. Где расположен ее центр?



**Прямая призма, основание которой –  
вписанный многоугольник;  
середина высоты, соединяющей центры  
окружностей, описанных около оснований**

Вокруг каких из разновидностей призм  
всегда можно описать сферу?

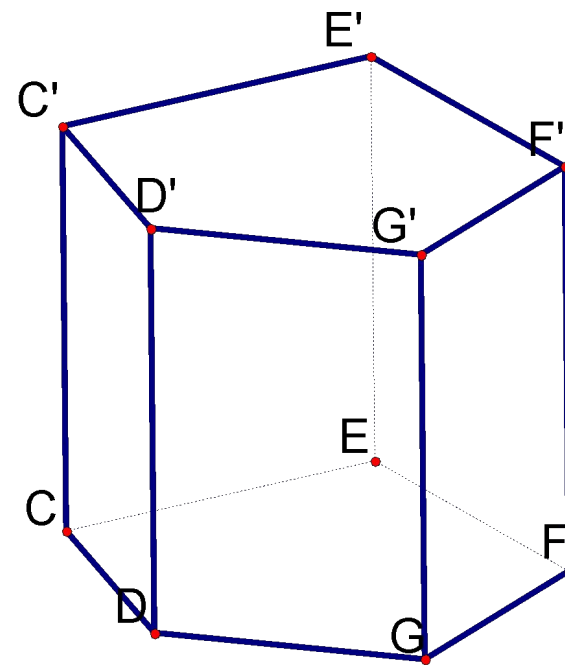
**Прямая треугольная; правильная.**

Верно ли, что в любую правильную призму можно вписать сферу?

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что в прямую призму можно вписать сферу.

Где расположен ее центр?

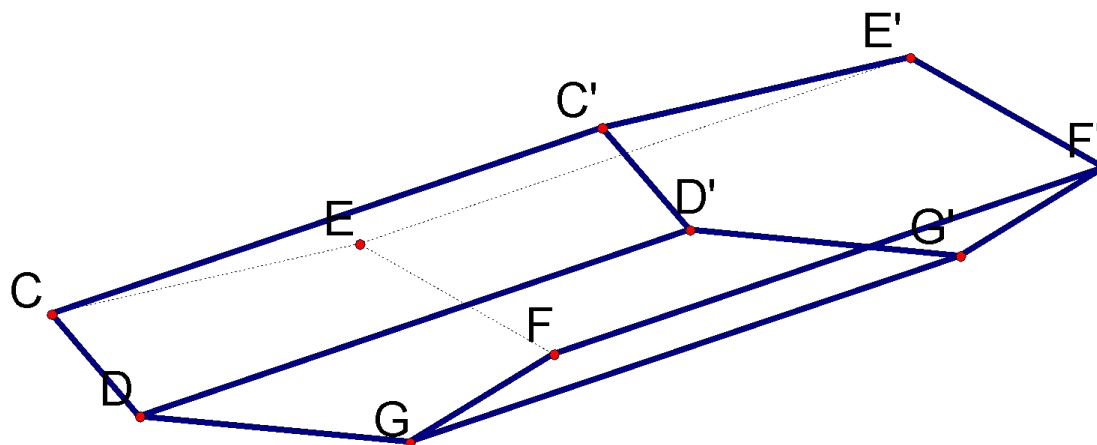
**Основание – описанный многоугольник, причем диаметр вписанной окружности равен высоте призмы;**



**Середина высоты, соединяющей центры окружностей, вписанных в основания**

Существуют ли наклонные призмы,  
в которые можно вписать сферу?

Почему условие, сформулированное для прямой призмы, не применимо для наклонной?



Существует ли треугольная призма, у которой:

- а) ровно одна боковая грань — прямоугольник;
- б) ровно две боковые грани — прямоугольники;
- в) ровно одна грань перпендикулярна основанию;
- г) ровно две грани перпендикулярны основанию;
- д) боковое ребро перпендикулярно ровно одной стороне основания;
- е) центр вписанной сферы не совпадает с центром описанной сферы?

1) Каждое ребро треугольной призмы  $ABCA'B'C'$  имеет длину  $a$ .

Найдите углы наклона боковых ребер и граней к плоскости основания, если вершина  $A'$  верхнего основания ортогонально проектируется в:

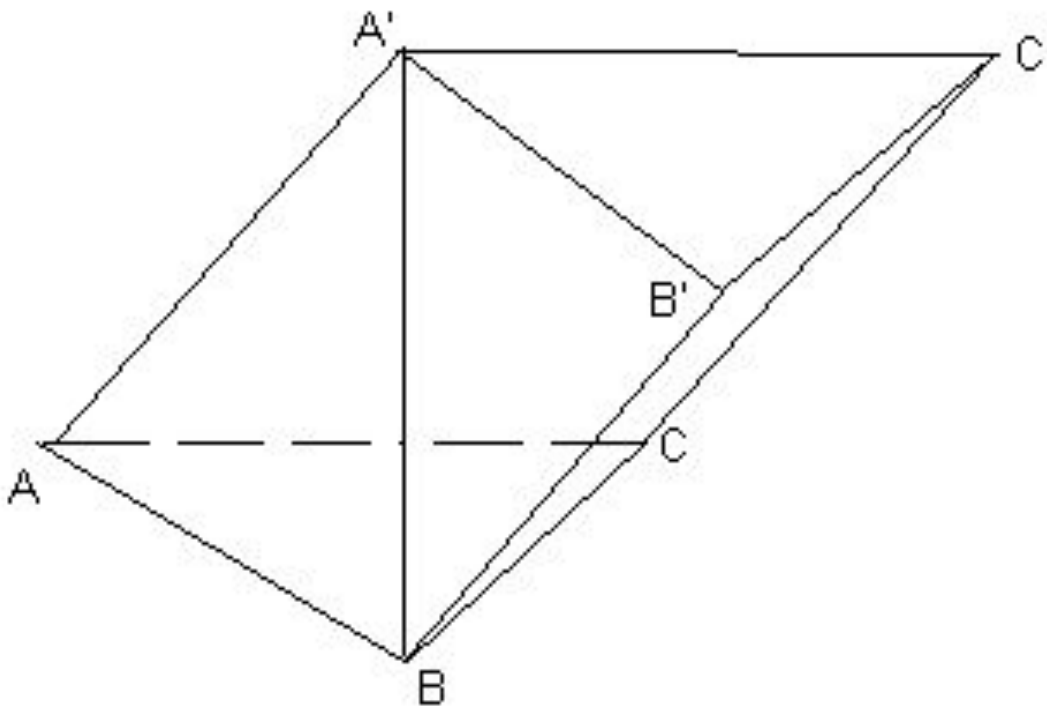
а) вершину  $B$ ;

б) в центр  $O$  нижнего основания;

в) середину  $K$  ребра  $AC$ .

вершина  $A'$  верхнего основания  
ортогонально проектируется в:

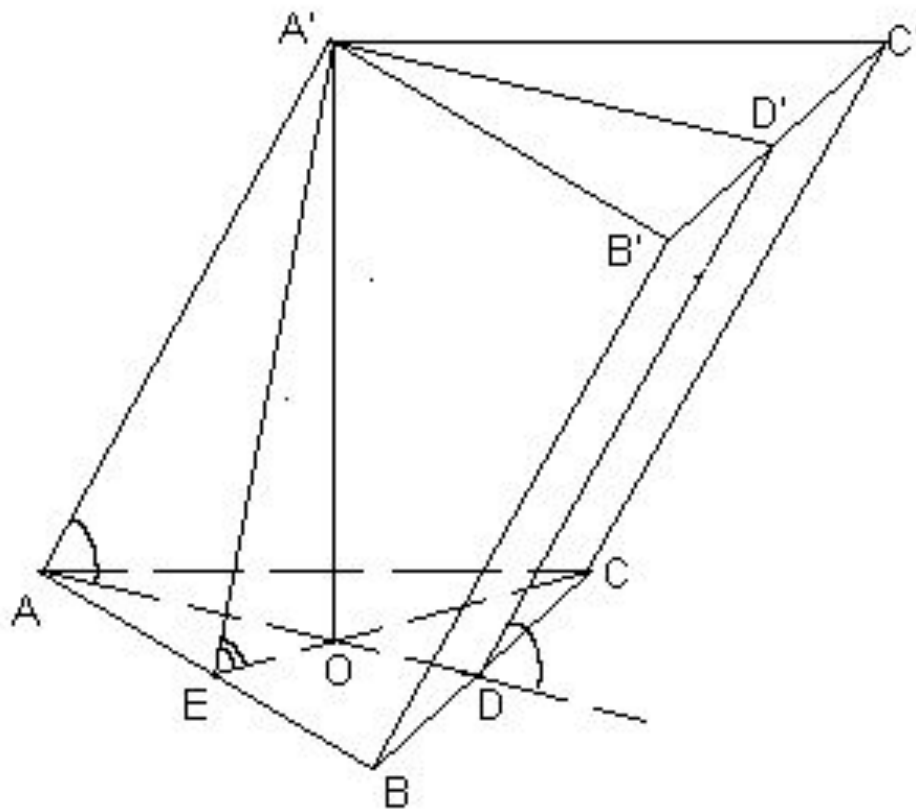
а) вершину  $B$ ;





вершина  $A'$  верхнего основания  
ортогонально проектируется в:

б) в центр  $O$  нижнего основания;

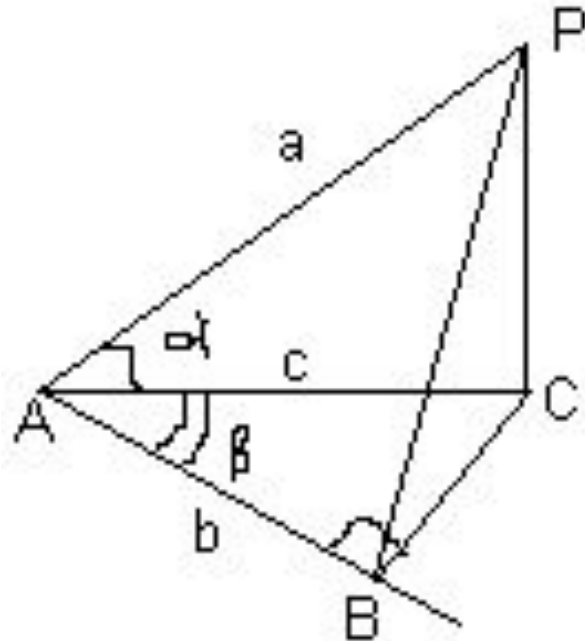




# Формула трех косинусов

$c$  – проекция наклонной  $a$  на плоскость  $\gamma$ ;  
 $b \subset \gamma$ ;  $\phi = \angle(a; b)$ ;  $\alpha = \angle(a; c)$ ;  $\beta = \angle(b; c)$ .

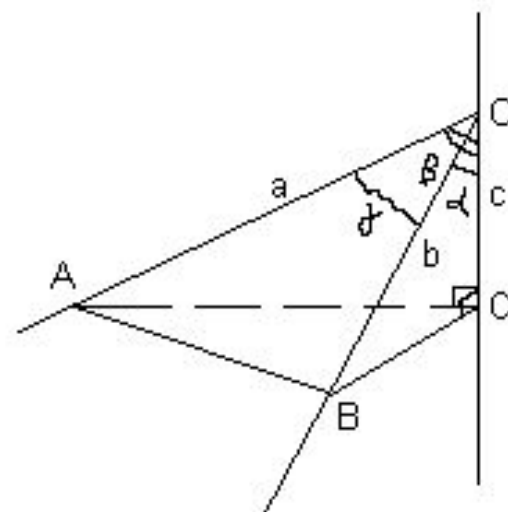
Тогда:  $\cos\phi = \cos\alpha \cdot \cos\beta$ .



# Теорема косинусов для трехгранного угла

тогда  $\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos$

$\hat{C}$



Следствие. Если  $\hat{C} = 90^\circ$ , то  $\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta$   
—  
аналог теоремы Пифагора!

Теорема синусов для трехгранного угла

$$\frac{\sin \hat{a}}{\sin \alpha} = \frac{\sin \hat{b}}{\sin \beta} = \frac{\sin \hat{c}}{\sin \gamma}$$