

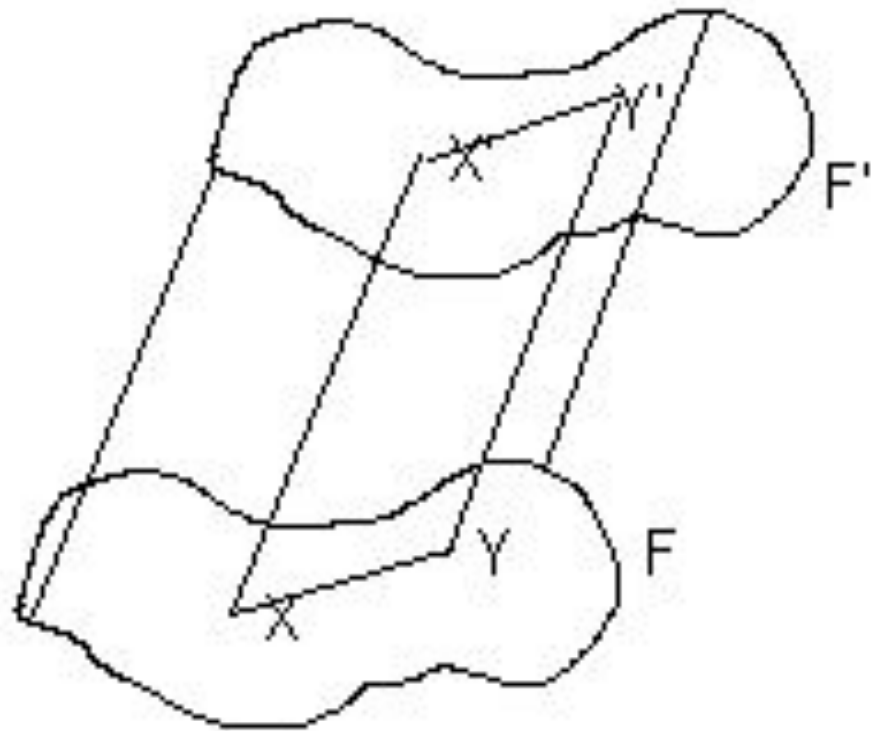
Урок 2

- Призма

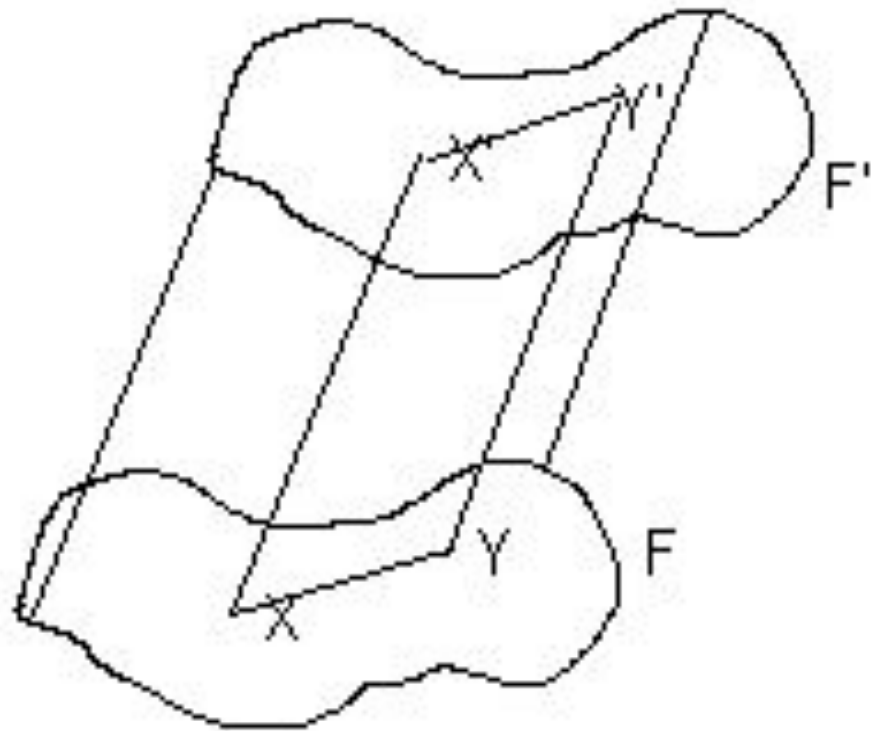
Сколько ребер может иметь выпуклый многогранник?

Почему не может быть 7 ребер?

Рассмотрим $F \subset \alpha$ и не принадлежащую прямой a .
 $\forall X \in F$ проведем равные отрезки XX' ,
параллельные a и лежащие относительно α
в одном полупространстве.
Фигура, образованная
этими отрезками называется цилиндром.
Фигура F называется
основанием цилиндра,
а любой $[XX']$ – его
образующей.



- 1) $F' = F$,
- 2) Любое сечение цилиндра, параллельное плоскости основания, равно основанию



Определения.

- 1) Высотой цилиндра называется общий перпендикуляр к плоскостям его оснований.**
- 2) Высотой цилиндра называется расстояние между его основаниями.**

Цилиндр, основанием которой является многоугольник, называется призмой.

Сформулируйте определения боковых ребер и боковых граней призмы; высоты призмы

***Ребра, не лежащие в плоскостях оснований;
грани, не являющиеся основаниями;
общий перпендикуляр к основаниям,
заключенный между их плоскостями
(расстояние между плоскостями оснований)***

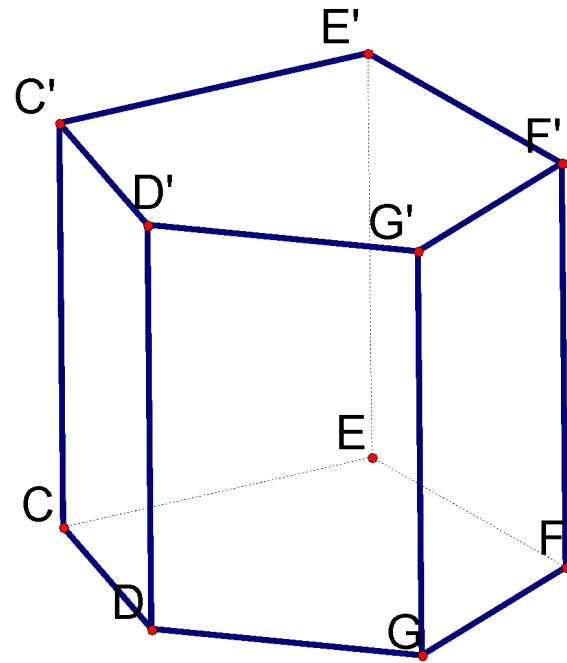
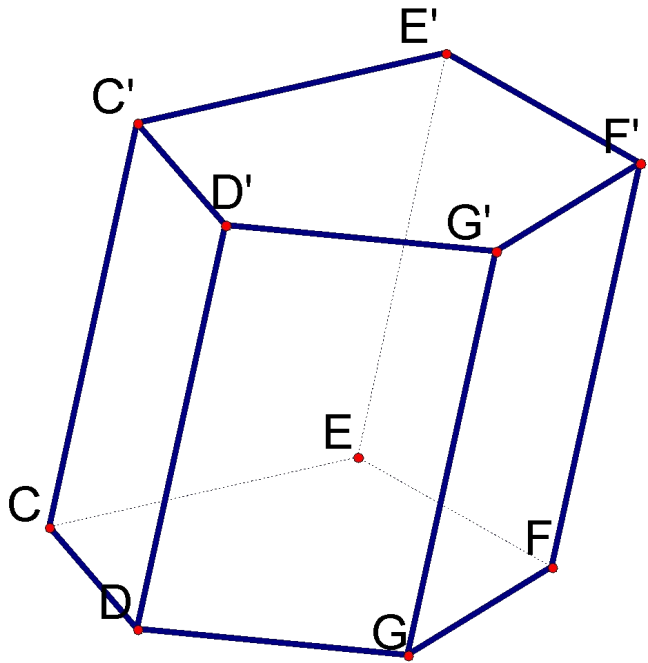
Какие свойства призмы следуют из свойств цилиндра?

***Равенство сечений призмы,
параллельных основанию,
в частности, равенство оснований призмы;
равенство и параллельность боковых ребер
и высот призмы;
боковые грани – параллелограммы***

**Призмой называется многогранник,
у которого две грани, называемые основаниями,
равны и их соответственные стороны
параллельны,
а остальные грани – параллелограммы,
у каждого из которых две стороны являются
соответственными основаниями
параллелограммов**

**Докажите, что это определение эквивалентно
предыдущему.**

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что около призмы можно описать сферу. Где расположен ее центр?



**Прямая призма, основание которой –
вписанный многоугольник;
середина высоты, соединяющей центры
окружностей, описанных около оснований**

Вокруг каких из разновидностей призм
всегда можно описать сферу?

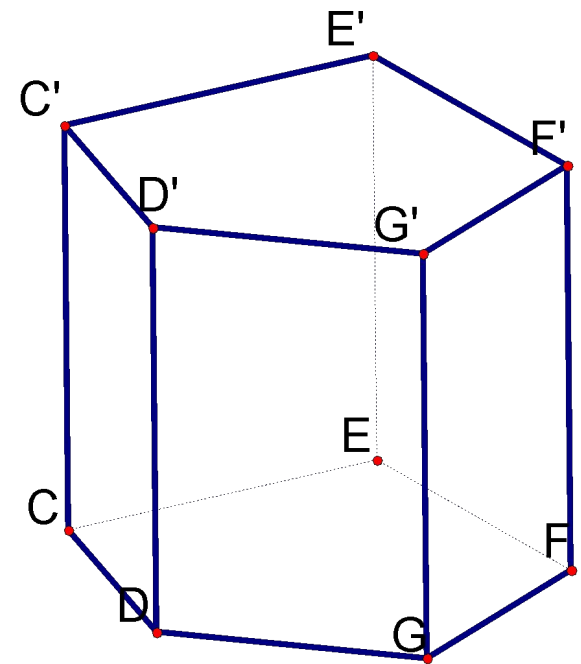
Прямая треугольная; правильная.

Верно ли, что в любую правильную призму можно вписать сферу?

Сформулируйте и обоснуйте Н. и Д. условие того, что в прямую призму можно вписать сферу.

Где расположен ее центр?

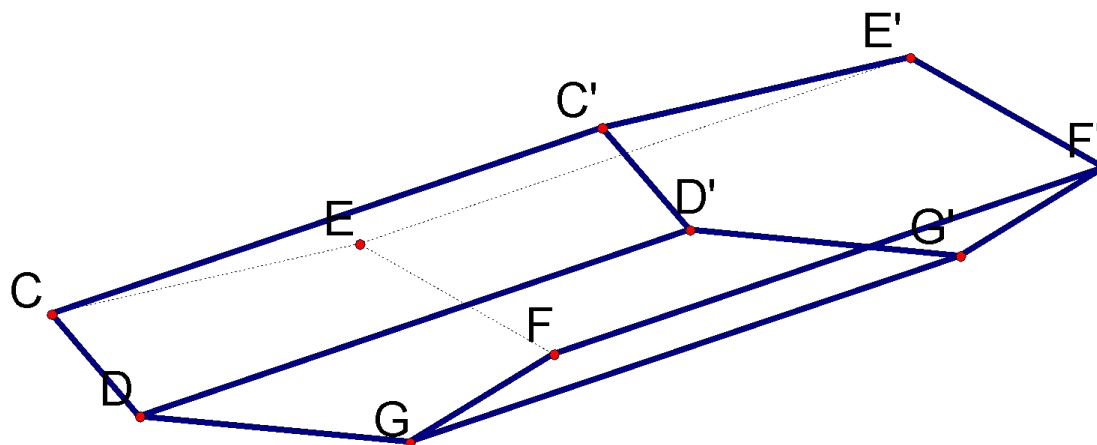
Основание – описанный многоугольник, причем диаметр вписанной окружности равен высоте призмы;



Середина высоты, соединяющей центры окружностей, вписанных в основания

Существуют ли наклонные призмы,
в которые можно вписать сферу?

Почему условие, сформулированное
для прямой призмы,
не применимо для наклонной?



Существует ли треугольная призма, у которой:

- а) ровно одна боковая грань — прямоугольник;
- б) ровно две боковые грани — прямоугольники;
- в) ровно одна грань перпендикулярна основанию;
- г) ровно две грани перпендикулярны основанию;
- д) боковое ребро перпендикулярно ровно одной стороне основания;
- е) центр вписанной сферы не совпадает с центром описанной сферы?

1) Каждое ребро треугольной призмы $ABCA'B'C'$ имеет длину a .

Найдите углы наклона боковых ребер и граней к плоскости основания, если вершина A' верхнего основания ортогонально проектируется в:

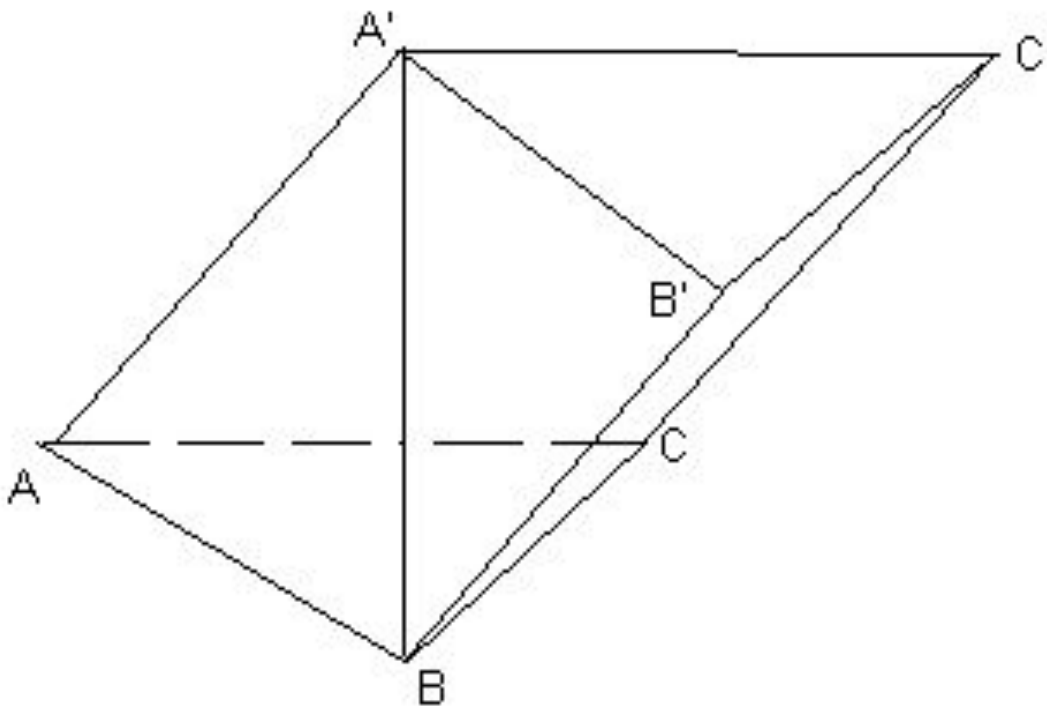
а) вершину B ;

б) в центр O нижнего основания;

в) середину K ребра AC .

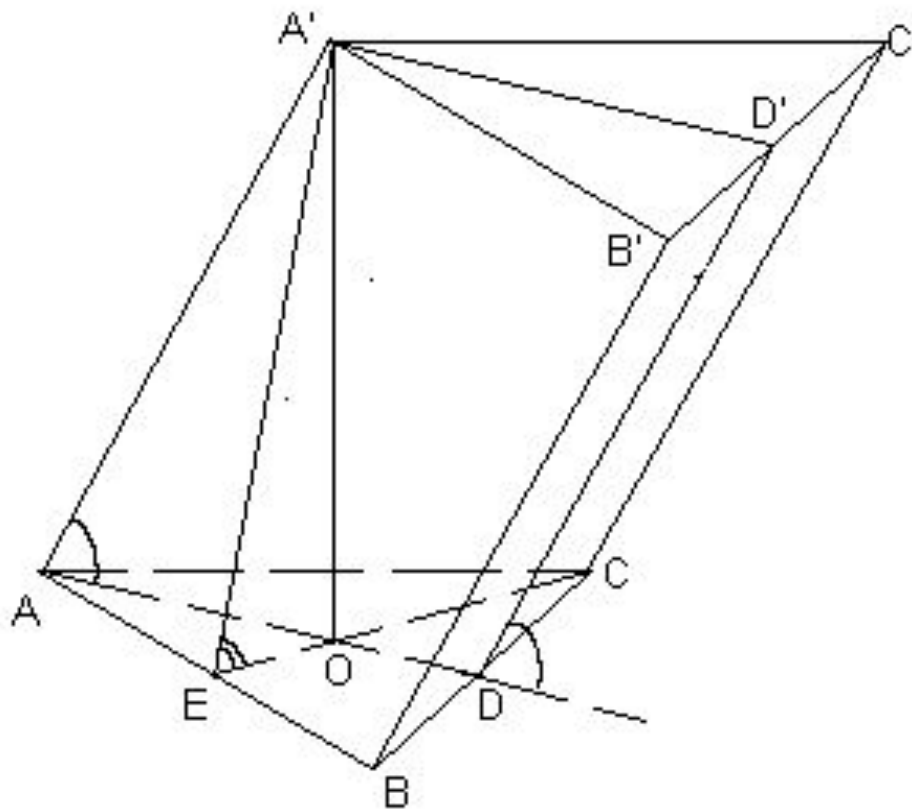
вершина A' верхнего основания
ортогонально проектируется в:

а) вершину B ;



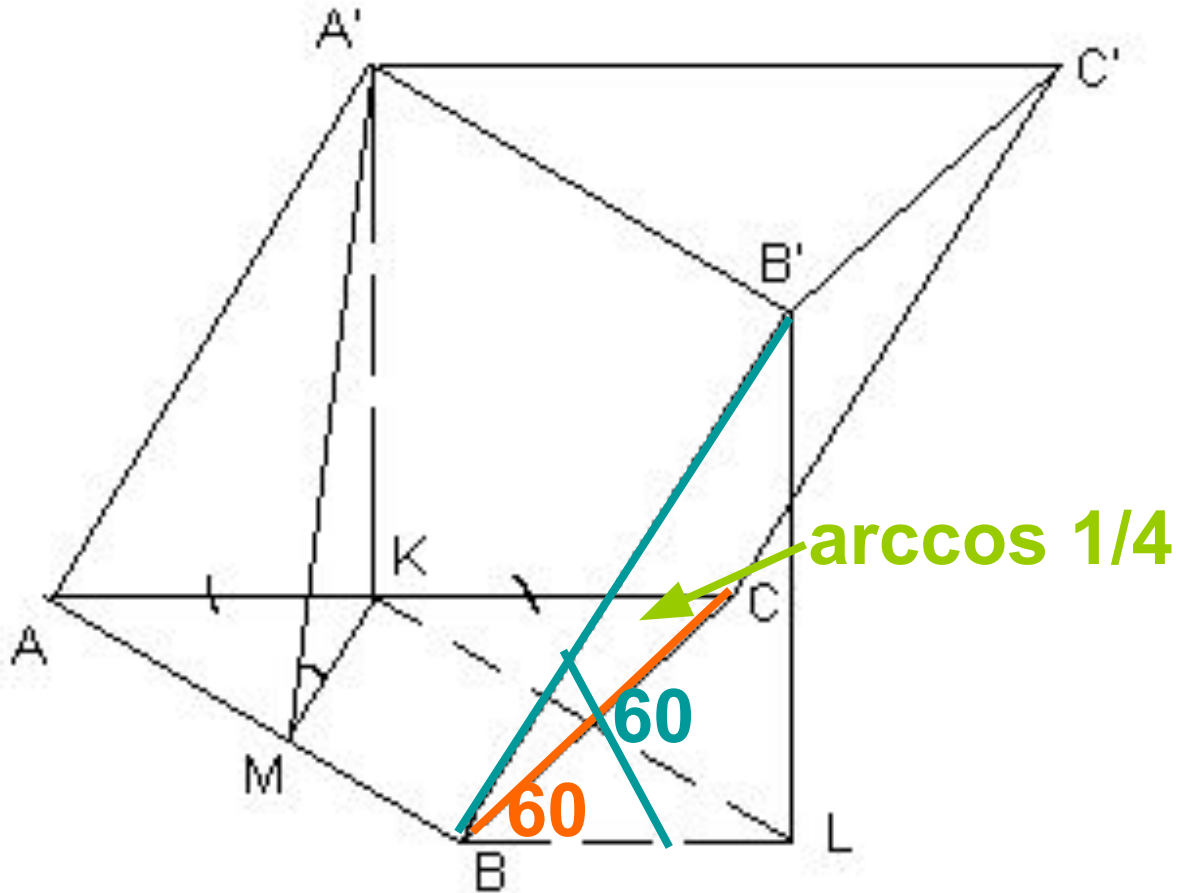
вершина A' верхнего основания
ортогонально проектируется в:

б) в центр O нижнего основания;



вершина A' верхнего основания
ортогонально проектируется в:

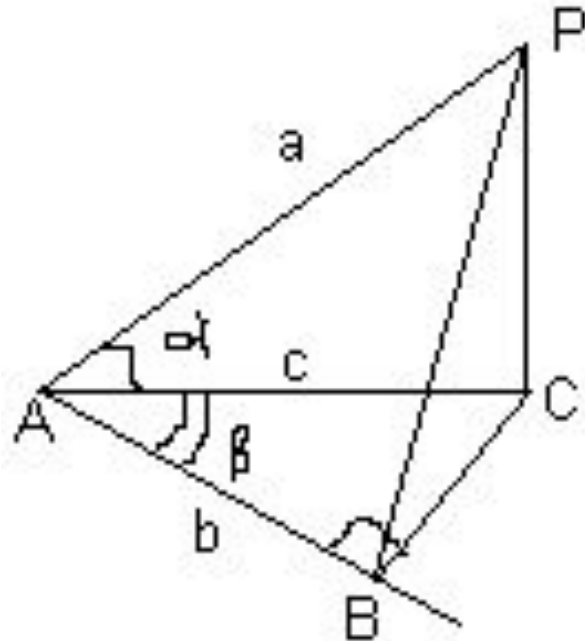
в) середину K ребра AC .



Формула трех косинусов

c – проекция наклонной a на плоскость γ ;
 $b \subset \gamma$; $\phi = \angle(a; b)$; $\alpha = \angle(a; c)$; $\beta = \angle(b; c)$.

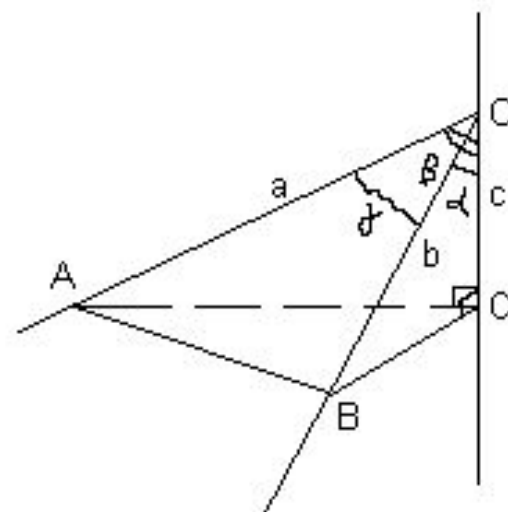
Тогда: $\cos\phi = \cos\alpha \cdot \cos\beta$.



Теорема косинусов для трехгранного угла

тогда $\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos$

\hat{C}



Следствие. Если $\hat{C} = 90^\circ$, то $\cos \gamma = \cos \alpha \cdot \cos \beta$
—
аналог теоремы Пифагора!

Теорема синусов для трехгранного угла

$$\frac{\sin \hat{a}}{\sin \alpha} = \frac{\sin \hat{b}}{\sin \beta} = \frac{\sin \hat{c}}{\sin \gamma}$$