

Свойства средней арифметической

СВОЙСТВО 1.

Средняя арифметическая из постоянных чисел равна этому постоянному числу.

Если $x=a$. Тогда

$$\bar{x} = \frac{\sum af}{\sum f} = a \frac{\sum f}{\sum f} = a$$

СВОЙСТВО 2.

Если **веса** всех вариантов пропорционально **ИЗМЕНИТЬ**, т.е. увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то **средняя арифметическая** нового ряда от этого **не ИЗМЕНИТСЯ**.

$$\bar{x} = \frac{\sum x \frac{f}{k}}{\sum \frac{f}{k}} = \frac{\frac{1}{k} \sum xf}{\frac{1}{k} \sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

СВОЙСТВО 3.

Сумма положительных и отрицательных отклонений отдельных вариантов от средней, умноженных на веса, равна нулю, т.е.

$$\sum (x - \bar{x}) f = 0$$

Если

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

$$\bar{x} \sum f = \sum xf$$

Отсюда

$$\sum xf - \bar{x} \sum f = \sum (x - \bar{x}) f = 0$$

СВОЙСТВО 4.

Если все варианты уменьшить или увеличить на какое-либо число, то средняя арифметическая нового ряда уменьшится или увеличится на столько же.

Уменьшим все варианты x на a , т.е.

$$x' = x - a$$

$$\begin{aligned}\bar{x}' &= \frac{\sum(x - a) f}{\sum f} \\ &= \frac{\sum x f}{\sum f} - \frac{a \sum f}{\sum f} = \bar{x} - a\end{aligned}$$

Среднюю арифметическую первоначального ряда можно получить, прибавляя к уменьшенной средней ранее вычтенное из вариантов число **a**, т.е.

$$\bar{x} = \bar{x}' + a$$

Свойства дисперсии

СВОЙСТВО 1.

Дисперсия постоянной величины
равна 0.

Если $x=a$, то $\bar{x} = a$ тогда

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (a - a)^2 f}{\sum f} = 0$$

СВОЙСТВО 2.

Если все варианты уменьшить на одно и то же число, то дисперсия не уменьшится.

Пусть $x' = x - a$, то тогда в соответствии со свойством арифметической

$$\bar{x}' = \bar{x} - a$$

Свойство 2 (продолжение)

Дисперсия в новом ряду будет

$$\begin{aligned}\sigma_{x'}^2 &= \frac{\sum (x' - \bar{x}')^2 f}{\sum f} \\ &= \frac{\sum (x - a - \bar{x} + a)^2 f}{\sum f} \\ &= \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}\end{aligned}$$

т.е. дисперсия
(x).

нда

СВОЙСТВО 3.

Если все варианты значений признака уменьшить в одно и то же число раз (k раз), то дисперсия уменьшится в k^2 раз.

Пусть $x' = \frac{x}{k}$, тогда и $\bar{x}' = \frac{\bar{x}}{k}$.

$$x' = \frac{x}{k}$$

$$\bar{x}' = \frac{\bar{x}}{k}$$

Свойство 3 (продолжение)

Дисперсия же нового ряда x' будет

$$\begin{aligned}\sigma_{x'}^2 &= \frac{\sum (x' - \bar{x}')^2 f}{\sum f} = \frac{\sum \left(\frac{x}{k} - \frac{\bar{x}}{k}\right)^2 f}{\sum f} \\ &= \frac{\frac{1}{k^2} \sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sigma_x^2}{k^2}\end{aligned}$$

СВОЙСТВО 4.

Дисперсия, рассчитанная по отношению к средней арифметической, является минимальной.

ИЛИ

$$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum x f}{\sum f} \right)^2$$

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$