Свойства средней арифметической

Свойство 1.

Средняя арифметическая из постоянных чисел равна этому постоянному числу.

Если x=a. Тогда

$$\bar{x} = \frac{\sum af}{\sum f} = a\frac{\sum f}{\sum f} = a$$

Свойство 2.

Если веса всех вариантов пропорционально изменить, т.е. увеличить или уменьшить в одно и то же число раз, то средняя арифметическая нового ряда от этого не изменится.

$$\bar{x} = \frac{\sum x\frac{f}{k}}{\sum \frac{f}{k}} = \frac{\frac{1}{k}\sum xf}{\frac{1}{k}\sum f} = \frac{\sum xf}{\sum f}$$

Свойство 3.

Сумма положительных и отрицательных отклонений отдельных вариантов от средней, умноженных на веса, равна нулю, т.е.

$$\sum (x - \bar{x}) f = 0$$

Если $\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f}$ то $\bar{x}\sum f = \sum xf$

Отсюда

$$\sum xf - \bar{x}\sum f = \sum (x - \bar{x}) f = 0$$

Свойство 4.

Если все варианты уменьшить или увеличить на какое-либо число, то средняя арифметическая нового ряда уменьшится или увеличится на столько же.

Уменьшим все варианты x на a, т.е.

$$x' = x - a$$

$$\overline{x'} = \frac{\sum (x-a) f}{\sum f}$$

$$= \frac{\sum xf}{\sum f} - \frac{a \sum f}{\sum f} = \bar{x} - a$$

Среднюю арифметическую первоначального ряда можно получить, прибавляя к уменьшенной средней ранее вычтенное из вариантов число а, т.е. $\bar{x} = \overline{x'} + a$

Свойства дисперсии

Свойство 1.

Дисперсия постоянной величины равна 0.

Если x=a, то $\bar{x} = a$ тогда

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x-\bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (a-a)^2 f}{\sum f} = 0$$

Свойство 2.

Если все варианты уменьшить на одно и то же число, то дисперсия не уменьшится.

Пусть $x' = x - a$, то тогда в соответствии со свойств[ом средн]ей арифметической

.

$\bar{x}' = \bar{x} - a$

Свойство 2 (продолжение)

Дисперсия в новом ряду будет

$$\sigma^2_{x'} = \frac{\sum (x' - \overline{x'})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (x - a - \bar{x} + a)^2 f}{\sum f} = \frac{\sum (x - \bar{x})^2 f}{\sum f}$$

т.е. диспе яда (x).

Свойство 3.

Если все варианты значений признака уменьшить в одно и то же число раз (k раз), то дисперсия уменьшится в k^2 раз.

Пусть , тогда и .

$x' = \frac{x}{k}$ $x' = \frac{\bar{x}}{k}$

Свойство 3 (продолжение)

Дисперсия же нового ряда x‘ будет

$$\sigma_{x'}^2 = \frac{\sum(x' - \bar{x'})^2 f}{\sum f} = \frac{\sum\left(\frac{x}{k} - \frac{\bar{x}}{k}\right)^2 f}{\sum f}$$

$$= \frac{\frac{1}{k^2}\sum(x - \bar{x})^2 f}{\sum f} = \frac{\sigma_x^2}{k^2}$$

Свойство 4.

Дисперсия, рассчитанная по отношению к средней арифметической, является минимальной.

или $$\sigma^2 = \frac{\sum x^2 f}{\sum f} - \left(\frac{\sum xf}{\sum f}\right)^2$$

$$\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$$