

ЕГЭ по информатике

Консультация 2

ОСНОВЫ ЛОГИКИ

- Знание символики
- Знание таблиц истинности основных логических операций (инверсия, конъюнкция, дизъюнкция), а также импликации
- Знание и применение основных законов логики

Таблицы истинности логических операций

A	B	Отрицание Инверсия (НЕ) $\neg A$	Конъюнкция Логическое умножение (И) $A \wedge B$	Дизъюнкция Логическое сложение (ИЛИ) $A \vee B$	Следование импликация $A \rightarrow B$
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	1	1

ОСНОВЫ ЛОГИКИ

Пример 1. Для какого из указанных значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

- 1) $x=1$ 2) $x= 2$ 3) $x= 3$ 4) $x= 4$

Пример 2. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$\neg(A \vee \neg B \vee C)$$

1) $\neg A \vee B \vee \neg C$

2) $A \wedge \neg B \wedge C$

3) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$

4) $\neg A \wedge B \wedge \neg C$

Пример 2. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(A \vee \neg B \vee C)$

1) $\neg A \vee B \vee \neg C$ 2) $A \wedge \neg B \wedge C$

3) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$ 4) $\neg A \wedge B \wedge \neg C$

Решение: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$$\neg(\neg A) = A$$

Пример 2. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению $\neg(A \vee \neg B \vee C)$

1) $\neg A \vee B \vee \neg C$ 2) $A \wedge \neg B \wedge C$

3) $\neg A \vee \neg B \vee \neg C$ 4) $\neg A \wedge B \wedge \neg C$

Решение: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$$\neg(\neg A) = A$$

$$\neg(A \vee \neg B \vee C) = \neg A \wedge \neg(\neg B) \wedge \neg C =$$

Пример 2. Укажите, какое логическое выражение равносильно выражению

$$\neg(A \vee \neg B \vee C)$$

$$1) \neg A \vee B \vee \neg C \quad 2) A \wedge \neg B \wedge C$$

$$3) \neg A \vee \neg B \vee \neg C \quad 4) \neg A \wedge B \wedge \neg C$$

Решение: $\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$

$$\neg(\neg A) = A$$

$$\neg(A \vee \neg B \vee C) = \neg A \wedge \neg(\neg B) \wedge \neg C =$$

$$\neg A \wedge B \wedge \neg C$$

Ответ 4

Пример 3. Сколько различных решений имеет уравнение

$((K \wedge L) \rightarrow (L \wedge M \vee N)) = 1$, где K, L, M, N – логические переменные?

KLMN	1	2	3	4
0000				
0001				
0010				
0011				
0100				
0101				
0110				
0111				
1000				
1001				
1010				
1011				
1100				
1101				
1110				
1111				

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \wedge L) \rightarrow (L \wedge M \vee N)) = 1$$

1 4 2 3

KLMN	1	2	3	4
0000	0			
0001	0			
0010	0			
0011	0			
0100	0			
0101	0			
0110	0			
0111	0			
1000	0			
1001	0			
1010	0			
1011	0			
1100	1			
1101	1			
1110	1			
1111	1			

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \wedge L) \rightarrow (L \wedge M \vee N)) = 1$$

1 4 2 3

KLMN	1	2	3	4
0000	0	0		
0001	0	0		
0010	0	0		
0011	0	0		
0100	0	0		
0101	0	0		
0110	0	1		
0111	0	1		
1000	0	0		
1001	0	0		
1010	0	0		
1011	0	0		
1100	1	0		
1101	1	0		
1110	1	1		
1111	1	1		

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \wedge L) \rightarrow (L \wedge M \vee N)) = 1$$

1 4 2 3

KLMN	1	2	3	4
0000	0	0	0	
0001	0	0	1	
0010	0	0	0	
0011	0	0	1	
0100	0	0	0	
0101	0	0	1	
0110	0	1	1	
0111	0	1	1	
1000	0	0	0	
1001	0	0	1	
1010	0	0	0	
1011	0	0	1	
1100	1	0	0	
1101	1	0	1	
1110	1	1	1	
1111	1	1	1	

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \wedge L) \rightarrow (L \wedge M \vee N)) = 1$$

1 4 2 3

KLMN	1	2	3	4
0000	0	0	0	1
0001	0	0	1	1
0010	0	0	0	1
0011	0	0	1	1
0100	0	0	0	1
0101	0	0	1	1
0110	0	1	1	1
0111	0	1	1	1
1000	0	0	0	1
1001	0	0	1	1
1010	0	0	0	1
1011	0	0	1	1
1100	1	0	0	0
1101	1	0	1	1
1110	1	1	1	1
1111	1	1	1	1

Сколько различных решений имеет уравнение

$$((K \wedge L) \rightarrow (L \wedge M \vee N)) = 1$$

1 4 2 3

Ответ: 15

Пример 4. Для какого из указанных значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

1) $x=1$ 2) $x=2$ 3) $x=3$ 4) $x=4$

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

Пример 4. Для какого из указанных значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

1) $x=1$ 2) $x=2$ 3) $x=3$ 4) $x=4$

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Пример 4. Для какого из указанных значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

1) $x=1$ 2) $x=2$ 3) $x=3$ 4) $x=4$

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Ответ: 3) $x=3$

Пример 5. Для каких значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

Пример 5. Для каких значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

Пример 5. Для каких значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

Пример 5. Для каких значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

$$X > 2 \quad \text{и} \quad X \leq 3$$

Пример 5. Для каких значений X истинно высказывание $\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3))$?

Решение:

$$\neg ((X > 2) \rightarrow (X > 3)) = 1$$

$$(X > 2) \rightarrow (X > 3) = 0$$

$$1 \rightarrow 0 = 0$$

$$X > 2 \quad \text{и} \quad X \leq 3$$

$$(2; 3]$$

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ
число X , при котором истинно
 $(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1))$?

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ число X ,
при котором истинно

$$(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1)) ?$$

Решение: $(90 < X^2) \rightarrow (X < (X - 1)) = 1$

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ число X ,
при котором истинно
 $(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1))$?

Решение: $(90 < X^2) \rightarrow (X < (X - 1)) = 1$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ число X , при котором истинно

$$(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1)) ?$$

Решение: $(90 < X^2) \rightarrow (X < (X - 1)) = 1$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

$X < (X - 1) = 0$ для всех X ,

следовательно $(90 < X^2) = 0$

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ число X , при котором истинно

$$(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1)) ?$$

Решение: $(90 < X^2) \rightarrow (X < (X - 1)) = 1$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

$X < (X - 1) = 0$ для всех X ,
следовательно $(90 < X^2) = 0$
если $90 \Rightarrow X^2$

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ число X , при котором истинно

$$(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1)) ?$$

Решение: $(90 < X^2) \rightarrow (X < (X - 1)) = 1$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

$X < (X - 1) = 0$ для всех X ,

следовательно $(90 < X^2) = 0$

если $90 \Rightarrow X^2$

$$-\sqrt{90} \leq x \leq +\sqrt{90}$$

Пример 6. Каково наибольшее ЦЕЛОЕ число X , при котором истинно

$$(90 < X \cdot X) \rightarrow (X < (X - 1)) ?$$

Решение: $(90 < X^2) \rightarrow (X < (X - 1)) = 1$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

$X < (X - 1) = 0$ для всех X ,

следовательно $(90 < X^2) = 0$

если $90 \Rightarrow X^2$

$$-\sqrt{90} \leq x \leq +\sqrt{90}$$

Ответ: $x = 9$

Пример 7. Каково наибольшее целое число X , при котором истинно высказывание

$$(50 < X \cdot X) \rightarrow (50 > (X+1) \cdot (X+1))$$

Решение: $(50 < X^2) \rightarrow (50 > (X+1)^2) = 1$

Из таблицы истинности импликации

$$1 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 1 = 1$$

$$0 \rightarrow 0 = 1$$

Решение: $(50 < X^2) \rightarrow (50 > (X+1)^2) = 1$

Из таблицы истинности импликации

1. $(X^2 > 50) = 1 \quad (X+1)^2 < 50 = 1$

2. $(X^2 > 50) = 0 \quad (X+1)^2 < 50 = 1$

3. $(X^2 > 50) = 0 \quad (X+1)^2 < 50 = 0$

Решение: $(50 < X^2) \rightarrow (50 > (X+1)^2) = 1$

Из таблицы истинности импликации

1. $(X^2 > 50) = 1$ $(X+1)^2 < 50 = 1$
 $x < -\sqrt{50}$ или $x > \sqrt{50}$ $-\sqrt{50} < (x+1) < \sqrt{50}$

Решение: $(50 < X^2) \rightarrow (50 > (X+1)^2) = 1$

Из таблицы истинности импликации

1.	$(X^2 > 50) = 1$	$(X+1)^2 < 50 = 1$
	$x < -\sqrt{50}$ или $x > \sqrt{50}$	$-\sqrt{50} < (x+1) < \sqrt{50}$
	$(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$	$(-8; 6)$

Решение: $(50 < X^2) \rightarrow (50 > (X+1)^2) = 1$

Из таблицы истинности импликации

1.	$(X^2 > 50) = 1$	$(X+1)^2 < 50 = 1$
	$x < -\sqrt{50}$ или $x > \sqrt{50}$	$-\sqrt{50} < (x+1) < \sqrt{50}$
	$(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$	$[-8; 6)$
	$[-8; -7)$	

Проверка.

$$(50 < X^2) \rightarrow (50 > (X+1)^2)$$

при $x = 7$

$$(50 < 7^2) \rightarrow (50 > (7+1)^2)$$

$$(50 < 49) \rightarrow (50 > 64) \quad \text{истина}$$

при $x = -8$

$$(50 < (-8)^2) \rightarrow (50 > (-8+1)^2)$$

$$(50 < 64) \rightarrow (50 > 49) \quad \text{истина}$$

Пример 8. Пончик, Ленчик и Батончик нашли клад. Один из них этот клад утаил. На следствии они сделали следующие заявления.

Леньчик: Пончик этого не делал. Виноват Батончик.

Пончик: Батончик этого не делал. Это сделал Ленчик.

Батончик: Пончик врет. Леньчик не виноват.

Следствие установило, что один оба раза солгал, а остальные говорили правду. Кто утаил клад?

Простые высказывания

П – Пончик утаил клад

Л - Ленчик утаил клад

Б - Батончик утаил клад

Высказывания

- **Леньчик:** Пончик этого не делал(\neg П).
Виноват Батончик (Б).
- **Пончик:** Батончик этого не делал(\neg Б).
Это сделал Ленчик (Л).
- **Батончик:** Пончик врет $\neg(\neg$ Б \wedge Л) .
Леньчик не виноват (\neg Л)

- **Леньчик:** Пончик этого не делал($\neg П$). Виноват Батончик (Б).
- **Пончик:** Батончик этого не делал($\neg Б$).
Это сделал Ленчик (Л).
- **Батончик:** Пончик врет $\neg(\neg Б \wedge Л) = Б \vee \neg Л$
Леньчик не виноват ($\neg Л$)

Леньчик Пончик Батончик

Л	П	Б	$\neg П$	Б	$\neg Б$	Л	$Б \vee \neg Л$	$\neg Л$
1	0	0	1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1	1

Следствие установило, что один оба раза солгал, а остальные говорили правду.

У одного 0 0 , у двух 1 1

Леньчик Пончик Батончик

Л	П	Б	\neg П	Б	\neg Б	Л	$B \vee \neg L$	$\neg L$	
1	0	0	1	0	1	1	0	0	
0	1	0	0	0	1	0	1	1	
0	0	1	1	1	0	0	1	1	

Пример 9. Синоптик объявляет погоду на завтра и утверждает следующее:

- Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя
- Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра
- Если будет пасмурно, то будет дождь и не будет ветра

Какая погода будет завтра?

Решение: Выделим простые высказывания

В – ветер

П – пасмурно

Д - дождь

Запишем высказывания

- Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя

$$\neg V \rightarrow P \wedge \neg D$$

Запишем высказывания

- Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя

$$\neg V \rightarrow P \wedge \neg D$$

- Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра

$$D \rightarrow P \wedge \neg V$$

Запишем высказывания

- Если не будет ветра, то будет пасмурная погода без дождя

$$\neg V \rightarrow P \wedge \neg D$$

- Если будет дождь, то будет пасмурно и без ветра

$$D \rightarrow P \wedge \neg V$$

- Если будет пасмурно, то будет дождь и не будет ветра

$$P \rightarrow D \wedge \neg V$$

ВПД	$\neg B \rightarrow P \wedge \neg D$			$D \rightarrow P \wedge \neg B$			$P \rightarrow D \wedge \neg B$		
000									
001									
010									
011									
100									
101									
110									
111									

ВПД	$\neg B \rightarrow P \wedge \neg D$			$D \rightarrow P \wedge \neg B$			$P \rightarrow D \wedge \neg B$		
000	1		0	0		0	0		0
001	1		0	1		0	0		1
010	1		1	0		1	1		0
011	1		0	1		1	1		1
100	0		0	0		0	0		0
101	0		0	1		0	0		0
110	0		1	0		0	1		0
111	0		0	1		0	1		0

ВПД	$\neg B \rightarrow P \wedge \neg D$			$D \rightarrow P \wedge \neg B$			$P \rightarrow D \wedge \neg B$		
000	1	0	0	0		0	0		0
001	1	0	0	1		0	0		1
010	1	1	1	0		1	1		0
011	1	0	0	1		1	1		1
100	0	1	0	0		0	0		0
101	0	1	0	1		0	0		0
110	0	1	1	0		0	1		0
111	0	1	0	1		0	1		0

ВПД	$\neg B \rightarrow P \wedge \neg D$			$D \rightarrow P \wedge \neg B$			$P \rightarrow D \wedge \neg B$		
000	1	0	0	0	1	0	0	1	0
001	1	0	0	1	0	0	0	1	1
010	1	1	1	0	1	1	1	0	0
011	1	0	0	1	1	1	1	1	1
100	0	1	0	0	1	0	0	1	0
101	0	1	0	1	0	0	0	1	0
110	0	1	1	0	1	0	1	0	0
111	0	1	0	1	0	0	1	0	0

ВПД	$\neg B \rightarrow P \wedge \neg D$			$D \rightarrow P \wedge \neg B$			$P \rightarrow D \wedge \neg B$		
000	1	0	0	0	1	0	0	1	0
001	1	0	0	1	0	0	0	1	1
010	1	1	1	0	1	1	1	0	0
011	1	0	0	1	1	1	1	1	1
100	0	1	0	0	1	0	0	1	0
101	0	1	0	1	0	0	0	1	0
110	0	1	1	0	1	0	1	0	0
111	0	1	0	1	0	0	1	0	0

Простые высказывания

В – ветер

П – пасмурно

Д - дождь

В – 1 П – 0 Д – 0

Ответ: погода будет ясная, без дождя, но
ветреная

Пример 10.

На одной улице стоят в ряд 4 дома, в которых живут 4 человека: Иван, Борис, Михаил и Андрей. Известно, что каждый из них владеет ровно одной из следующих профессий: Врач, Учитель, Слесарь и Парикмахер, но неизвестно, кто какой, и неизвестно, кто в каком доме живет. Однако имеется достоверная информация, что:

- 1) Слесарь живет левее Учителя.
- 2) Парикмахер живет правее Учителя.
- 3) Врач живет с краю.
- 4) Врач живет рядом с Парикмахером.
- 5) Борис не Врач и не живет рядом с Врачом.
- 6) Андрей живет рядом с Учителем.
- 7) Иван живет левее Парикмахера.
- 8) Иван живет через дом от Андрея.

Выясните, кто какой профессии и кто где живет.

Дайте ответ в виде перечня пар заглавных букв, сначала профессии, затем имени людей, в порядке домов слева направо. Пары букв «Профессия» — «Имя» отделяйте друг от друга запятыми без пробелов.

Например, если бы ответ был такой, что в домах живут (слева направо): Врач — Борис, Учитель — Иван, Слесарь — Михаил, Парикмахер — Андрей, то записать в бланк нужно было бы: ВБ,УИ,СМ,ПА.

Решение.

Дом 1

Дом 2

Дом 3

Дом 4

Решение.

И	Б
М	А

И	Б
М	А

И	Б
М	А

И	Б
М	А

В	У
С	П

В	У
С	П

В	У
С	П

В	У
С	П

1. Слесарь живет левее Учителя С У
2. Парикмахер живет правее Учителя У П
3. Врач живет с краю
4. Врач живет рядом с Парикмахером
5. Борис не Врач и не живет рядом с Врачом
6. Андрей живет рядом с Учителем
7. Иван живет левее Парикмахера И П
8. Иван живет через дом от Андрея

Решение.

Дом 1

Дом 2

Дом 3

Дом 4

В	У
С	П

В	У
С	П

В	У
С	П

В	У
С	П

1. Слесарь живет левее Учителя С У

2. Парикмахер живет правее Учителя У П

В	У
С	

В	У
С	

В	У
С	П

В	У
С	П

Решение.

Дом 1

Дом 2

Дом 3

Дом 4

В	У
С	

В	У
С	

В	У
С	П

В	У
С	П

1. Слесарь живет левее Учителя С У

В	У
С	

В	У
С	

В	У
С	П

В	У
С	П

Решение.

Дом 1

В	У
С	

Дом 2

В	У
С	

Дом 3

В	У
С	П

Дом 4

В	У
С	П

3. Врач живет с краю

В	У
С	

С	У
С	

С	У
С	П

В	У
С	П

4. Врач живет рядом с Парикмахером

С	У
С	

С	У
С	

С	У
С	П

В	У
С	П

Решение.

Дом 1

Дом 2

Дом 3

Дом 4

3	У
С	

3	У
С	

3	У
С	П

В	У
С	П

5. Борис не Врач и не живет рядом с Врачом

И	Б
М	А

И	Б
М	А

И	3
М	А

И	3
М	А

Решение.

Дом 1

У	У
С	

Дом 2

У	У
С	

Дом 3

У	У
С	П

Дом 4

В	У
С	П

И	Б
М	А

И	Б
М	А

И	У
М	А

И	У
М	А

6. Андрей живет рядом с Учителем

И	Б
М	А

И	Б
М	У

И	У
М	А

И	У
М	У

Решение.

Дом 1

3	У
С	

Дом 2

3	У
С	

Дом 3

3	У
С	П

Дом 4

В	У
С	П

И	Б
М	А

И	Б
М	Λ

И	3
М	А

И	3
М	Λ

7. Иван живет левее Парикмахера

И	Б
М	А

И	Б
М	Λ

Λ	3
М	А

Λ	3
М	Λ

Решение.

Дом 1

3	У
С	

Дом 2

3	У
С	

Дом 3

3	У
С	П

Дом 4

В	У
С	П

И	Б
М	А

И	Б
М	Λ

/	э
М	А

/	э
М	Λ

7. Иван живет через дом от Андрея

И	Б
М	А

И	Б
М	Λ

/	э
М	А

/	э
М	Λ

Решение.

Дом 1

3	У
С	

Дом 2

3	У
С	

Дом 3

3	У
С	П

Дом 4

В	У
С	П

И	Б
М	А

И	Б
М	А

/	3
М	А

/	3
М	А

Ответ: СИ, УБ, ПА, ВМ