Таблицы

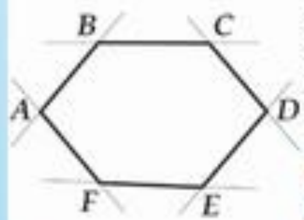
Геометрия 8 класс

Содержание:

МНОГОУГОЛЬНИКИ

$ABCDEFG$ – **многоугольник:** смежные отрезки (AB и BC, BC и CD, ...) не лежат на одной прямой, а несмежные (AB и CD, BC и FG, ...) не пересекаются. A, B, ... , G – вершины; AB, BC, ... , GA – стороны; $AB + BC + ... + GA$ – периметр.

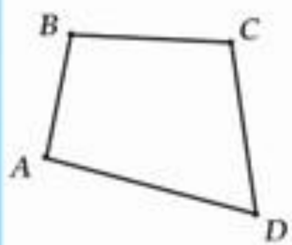
Многоугольник $ABCDEFG$ – 7-угольник; многоугольник с n вершинами – n-угольник.



$ABCDEF$ – **выпуклый многоугольник:** он лежит в одной полуплоскости относительно каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины.

Теорема

Сумма углов выпуклого n-угольника равна $180^\circ(n-2)$

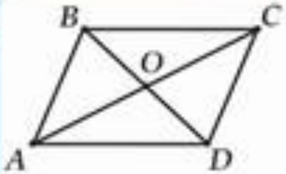


$ABCD$ – **выпуклый четырехугольник.**
AB и CD; BC и AD – противоположные стороны.
A и C, B и D – противоположные вершины.

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

ГЕОМЕТРИЯ
8 класс

ПАРАЛЛЕЛОГРАММ И ТРАПЕЦИЯ



$ABCD$ – **параллелограмм** – такой четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны: $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$

Свойства параллелограмма:

1) В параллелограмме противоположные стороны и углы равны: $AB = CD$, $BC = AD$, $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

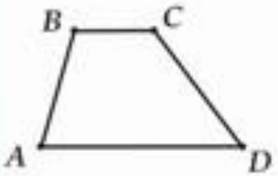
2) Точка пересечения диагоналей параллелограмма делит их пополам: $AO = OC$, $BO = OD$

Признаки параллелограмма:

1) Если в некотором четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

2) Если в некотором четырехугольнике две противоположные стороны параллельны и равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.

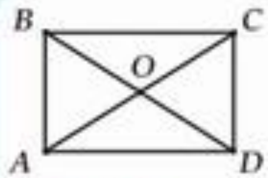
3) Если диагонали некоторого выпуклого четырехугольника точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.



$ABCD$ – **трапеция** – такой четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны, а две другие – нет.
BC и AD – основания трапеции;
AB и CD – боковые стороны трапеции.
Если $AB = CD$, то $ABCD$ – равнобедренная трапеция.
Если $AB \perp AD$ или $CD \perp AD$, то $ABCD$ – прямоугольная трапеция.

спектр

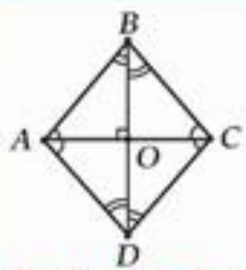
ПРЯМОУГОЛЬНИК, РОМБ, КВАДРАТ



Прямоугольник – это параллелограмм, все углы которого прямые.

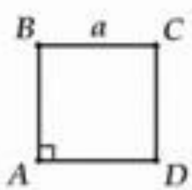
Свойство прямоугольника: Диагонали прямоугольника равны ($AC = BD$)

Признак прямоугольника: Если в параллелограмме диагонали равны, то это прямоугольник.



Ромб – это параллелограмм, все стороны которого равны: $AB = BC = CD = AD$

Свойство ромба: Диагонали ромба взаимно перпендикулярны ($AC \perp BD$) и являются биссектрисами его углов (AC - биссектриса углов A и C; BD - биссектриса углов B и D)



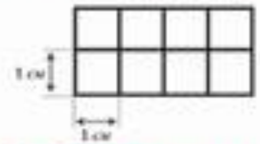
Квадрат – это прямоугольник, одновременно являющийся ромбом.

Диагонали квадрата равны, взаимно перпендикулярны, точкой пересечения делятся пополам и являются биссектрисами углов квадрата.

a – сторона квадрата.

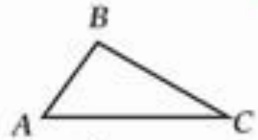
спектр

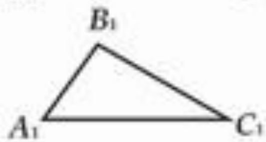
ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА



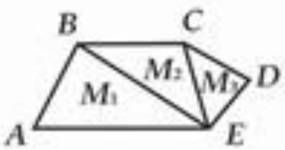
$S = 8\ см^2$

Свойство площади:

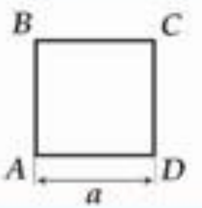




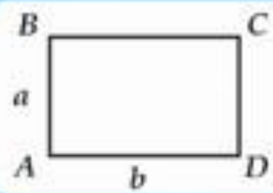
1) У равных многоугольников равные площади: если, например, $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$, то $S_{ABC} = S_{A_1B_1C_1}$



2) Площадь многоугольника, составленного из нескольких многоугольников, равна сумме площадей этих многоугольников: например, $S_{ABCDE} = S_{M_1} + S_{M_2} + S_{M_3}$; $S_{ABCE} = S_{M_1} + S_{M_2}$



$ABCD$ – квадрат; $AD = a$, тогда $S_{ABCD} = a^2$



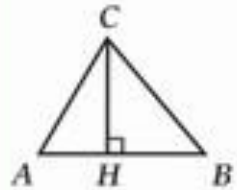
$ABCD$ – прямоугольник; $AB = a$, $AD = b$, тогда $S_{ABCD} = a \cdot b$

спектр

ГЕОМЕТРИЯ
8 класс

ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА, ПАРАЛЛЕЛОГРАММА И ТРАПЕЦИИ

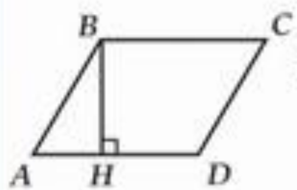
Площадь треугольника:



В ΔABC CH – высота, т.е. $CH \perp AB$

Тогда $$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CH$$

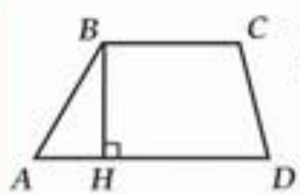
Площадь параллелограмма:



Если $ABCD$ – параллелограмм и BH – его высота, т.е. $BH \perp AD$, то

$$S_{ABCD} = AD \cdot BH$$

Площадь трапеции:

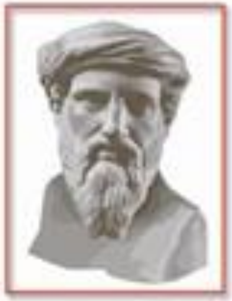


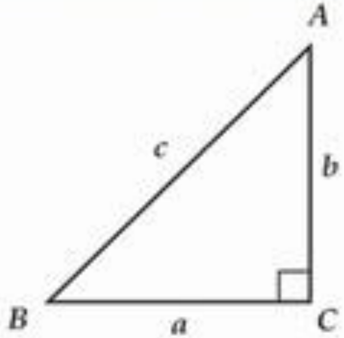
Если $ABCD$ – трапеция и BH – ее высота, т.е. $BH \perp AD$, то

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot (AD + BC) \cdot BH$$

спектр

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА



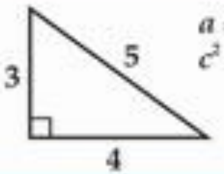


ΔABC – прямоугольный;
$AB = c, BC = a, AC = b.$
Тогда: $c^2 = a^2 + b^2$:
квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Следствие: Длины катетов прямоугольного треугольника можно вычислить по формулам:

$a = \sqrt{c^2 - b^2}; b = \sqrt{c^2 - a^2}$

Пример:

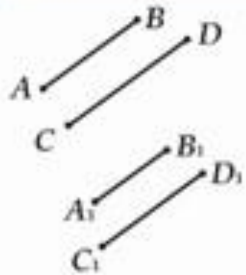


$a = 3, b = 4, c = 5$
$c^2 = 25 = 9 + 16 = a^2 + b^2$

Обратная теорема: Если в треугольнике квадрат одной его стороны равен сумме квадратов двух других сторон, то данный треугольник прямоугольный.

спектр

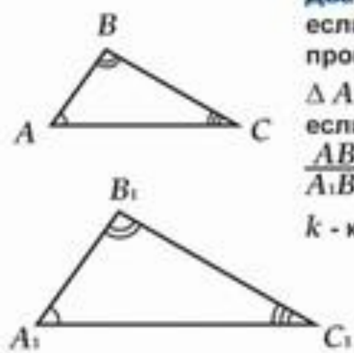
ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ



Пропорциональность отрезков:

AB и CD пропорциональны A_1B_1 и C_1D_1, если

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{CD}{C_1D_1}$$



Два треугольника подобны, если их углы равны, а стороны пропорциональны:

$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$,

если $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$;

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$$

k - коэффициент подобия.

$k < 1$, если $AB < A_1B_1$

$k > 1$, если $AB > A_1B_1$

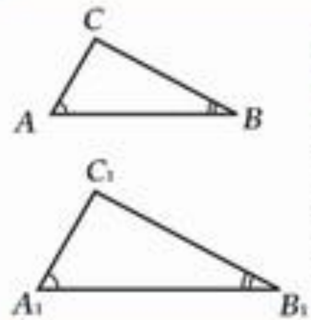
Если $k = 1$, то треугольники равны.

Отношение площадей подобных треугольников

Если треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны с коэффициентом подобия k, то:

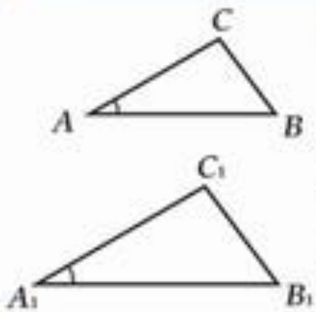
$$\frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = k^2$$

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ



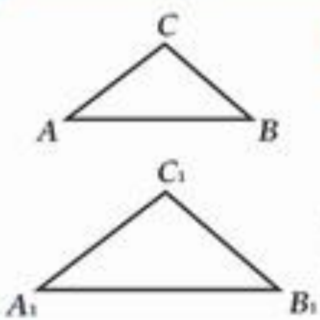
1° признак
подобия треугольников
($\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$):

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то эти треугольники подобны.



2° признак
подобия треугольников
$\left(\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{AC}{A_1C_1}\right.$ и $\left.\angle A = \angle A_1\right)$:

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы между этими сторонами равны, то эти треугольники подобны.



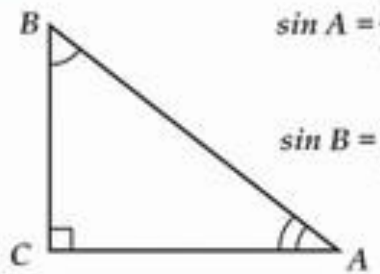
3° признак
подобия треугольников
$\left(\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1}\right)$:

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то эти треугольники подобны.

спектр

ГЕОМЕТРИЯ 8 класс

СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА



$$\sin A = \frac{BC}{AB};\ \cos A = \frac{AC}{AB};\ tg\, A = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB};\ \cos B = \frac{BC}{AB};\ tg\, B = \frac{AC}{BC}$$

Основное тригонометрическое тождество:

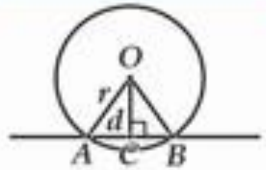
$$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$$

Значения тригонометрических функций некоторых углов

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

ГЕОМЕТРИЯ 8 класс

ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ. КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ

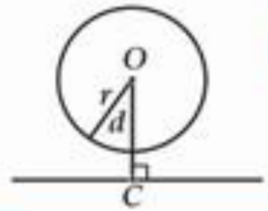


1) Расстояние d от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности r:

$d < r$: 2 общие точки

2) Расстояние d от центра окружности до прямой равно радиусу окружности r:

$d = r$: 1 общая точка

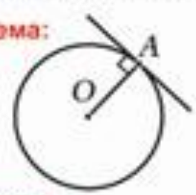


3) Расстояние d от центра окружности до прямой больше радиуса окружности r:

$d > r$: нет общих точек

Касательная к окружности – это прямая, имеющая с ней только одну общую точку.

Теорема:



Прямая, проходящая через конец радиуса, лежащий на окружности, является касательной к окружности тогда и только тогда, когда она перпендикулярна этому радиусу.

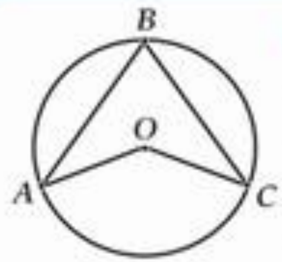
Теорема:

Если AB, AC – касательные к окружности с центром в точке O, то $AB = AC$ и $\angle BAO = \angle CAO$

ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ

Центральный угол – это угол с вершиной в центре окружности.

Вписанный угол – это угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность.



Теорема:

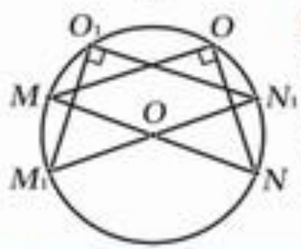
Вписанный угол равен половине соответствующего ему центрального угла:

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

Свойство 1:

Вписанные углы, которые опираются на одну и ту же дугу (хорду), равны.

$$\angle ACB = \angle ADB = \angle AEB$$

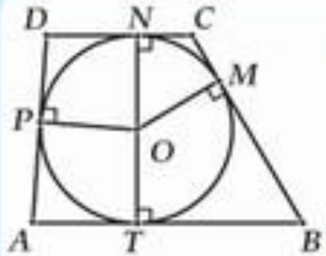


Свойство 2:

Вписанный угол, который опирается на полуокружность (диаметр), равен 90^0.

$$\angle MON = \angle M_1O_1N_1 = 90^0$$

ВПИСАННАЯ И ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ



AB, BC, CD, AD – касательные к окружности:
$OT \perp AB$, $OM \perp BC$,
$ON \perp CD$, $OP \perp AD$

Вписанная окружность

Окружность называется вписанной в многоугольник, если все стороны этого многоугольника касаются окружности.

Теорема:

Если окружность вписана в четырехугольник, то суммы противоположных сторон этого четырехугольника равны, и наоборот.

$$AD + BC = CD + AB$$

Описанная окружность

Окружность называется описанной около многоугольника, если все вершины этого многоугольника лежат на окружности.

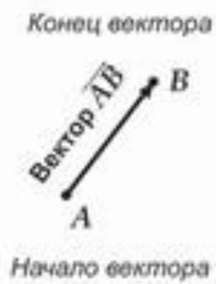
Теорема:

Если окружность описана около четырехугольника, то сумма противоположных углов этого четырехугольника равна 180°.

$$\angle A + \angle C = \angle B + \angle D = 180^\circ$$

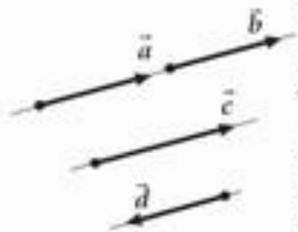
спектр

ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА



Вектор – это направленный отрезок, то есть такой отрезок, для которого указано, какая из его граничных точек является его началом, а какая – концом.

Длина вектора $\overrightarrow{AB}$ – это длина отрезка AB (обозначается $|\overrightarrow{AB}|$)



Два вектора называются коллинеарными, если они лежат либо на одной прямой, либо на параллельных прямых.

$\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ – коллинеарные.

$\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ сонаправлены;
$\vec{a}$ и $\vec{d}$, $\vec{b}$ и $\vec{d}$, $\vec{c}$ и $\vec{d}$ противоположно направлены.

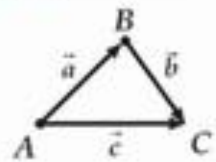
$\vec{a} = \vec{b}$, если $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены и $|\vec{a}| = |\vec{b}|$

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ. УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Правило треугольника:

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$

(или $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$)



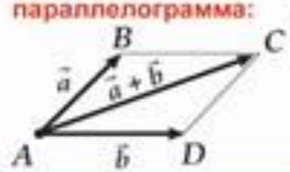
Свойства сложения векторов:

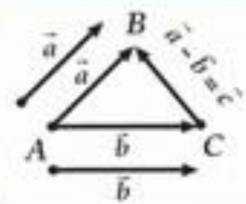
1) $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$
2) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
3) $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$

Правило параллелограмма:

$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$

($ABCD$ - параллелограмм)



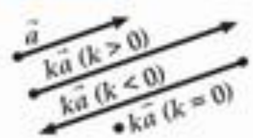


Разность векторов:

$\vec{a} - \vec{b}$ - это такой вектор $\vec{c}$, что $\vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$

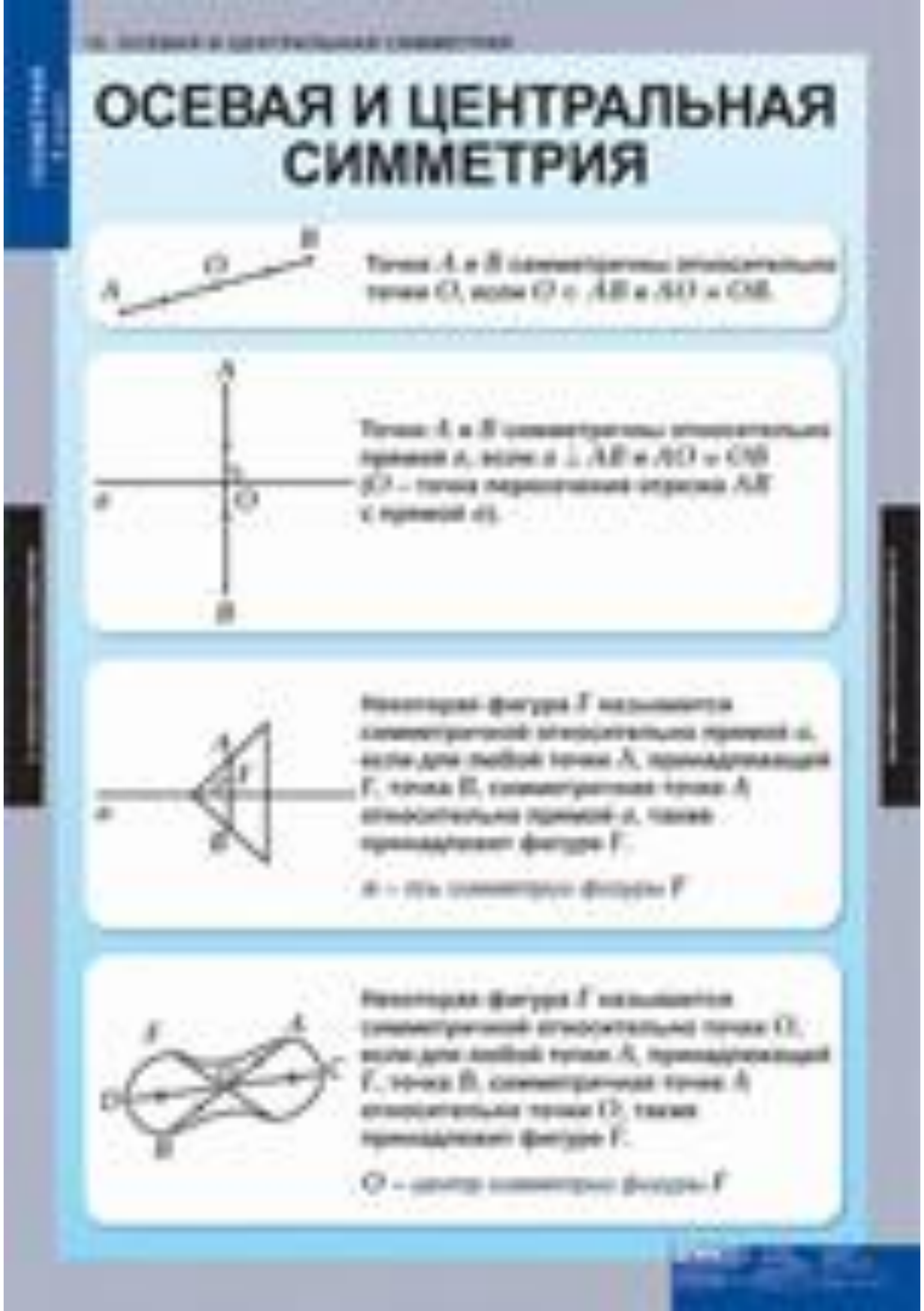
$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

Умножение вектора на число:



Произведение $\vec{a} \neq \vec{0}$ на $k \in \mathbb{R}$ – это такой вектор $\vec{b} = k\vec{a}$, который сонаправлен $\vec{a}$ при $k > 0$ и противоположно направлен $\vec{a}$ при $k < 0$, и длина которого $|\vec{b}| = |k| \cdot |\vec{a}|$.

При $k = 0$ $\quad \vec{b} = 0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$


ОСЕВАЯ И ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ