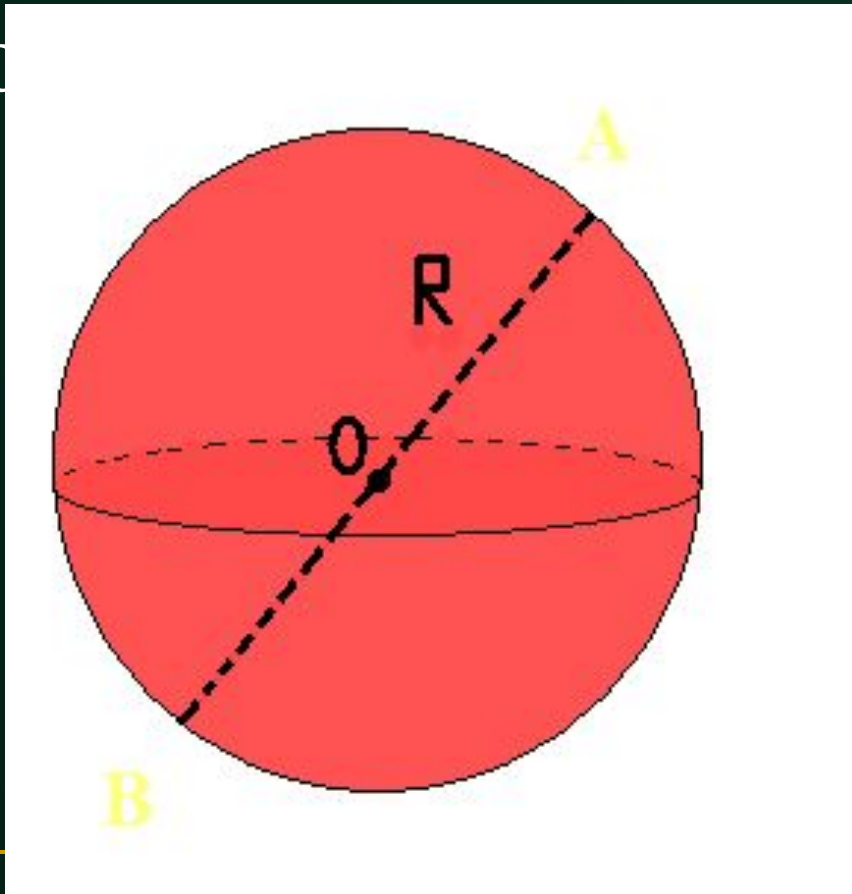

Тела вращения

Сфера

Шар

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии



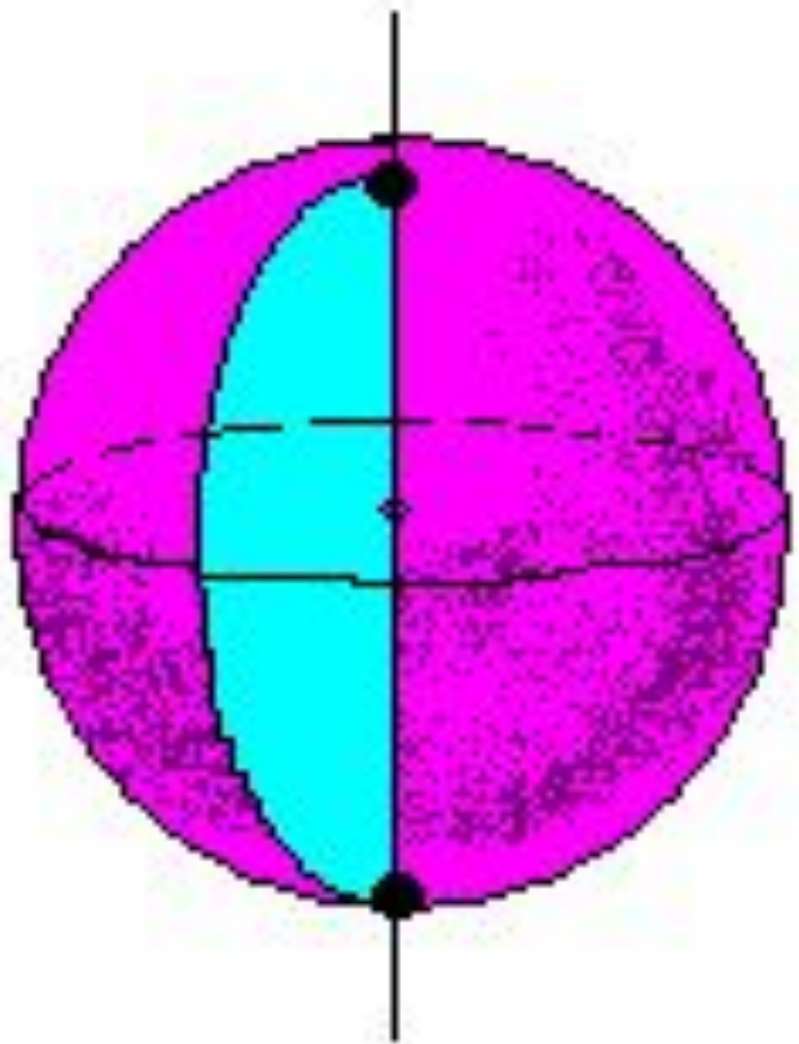
O- центр сферы

R- радиус сферы

AB- диаметр сферы

$$2R=AB$$

Сферу можно
получить
вращением
полуокружности
 ACB вокруг
диаметра AB



Шар

Шаром называется тело ограниченное сферой.

Центр, радиус и диаметр сферы называются также диаметром шара.

Уравнение сферы

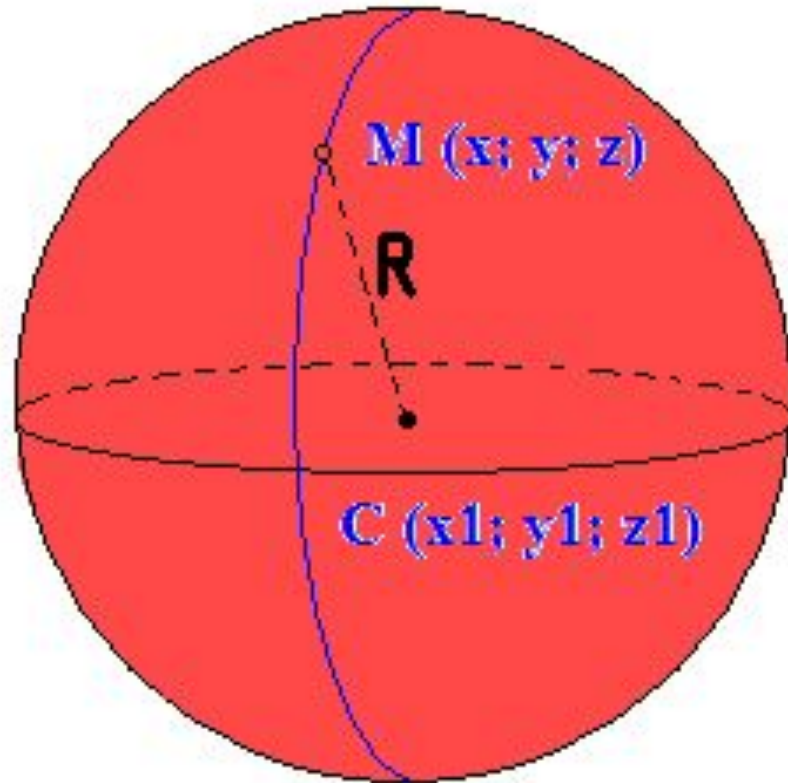
- Задана прямоугольная система координат Oxy и дана некоторая поверхность F , например плоскость или сфера. Уравнение с тремя переменными x, y, z называется **уравнением поверхности F** и не удовлетворяют координаты никакой точки, не лежащей на этой поверхности.

См. далее



Выведем уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_1; y_1; z_1)$

$M(x; y; z)$ -
произвольная
точка сферы



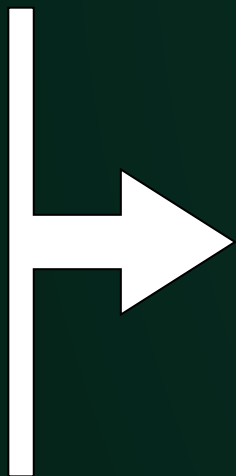
Расстояние от произвольной точки $M(x; y; z)$ до точки C вычисляем по формуле

$$MC = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}$$

- Если точка **М** лежит на данной сфере , то **МС=R**, или **МС²=R²** т.е. координаты точки **М** удовлетворяют уравнению:

$$R^2=(x-x_1)^2+(y-y_1)^2+(z-z_1)^2$$

- Если точка **М** не лежит на данной сфере , то **МС²≠ R²** т.е. координаты точки **М** не удовлетворяют данного уравнения.



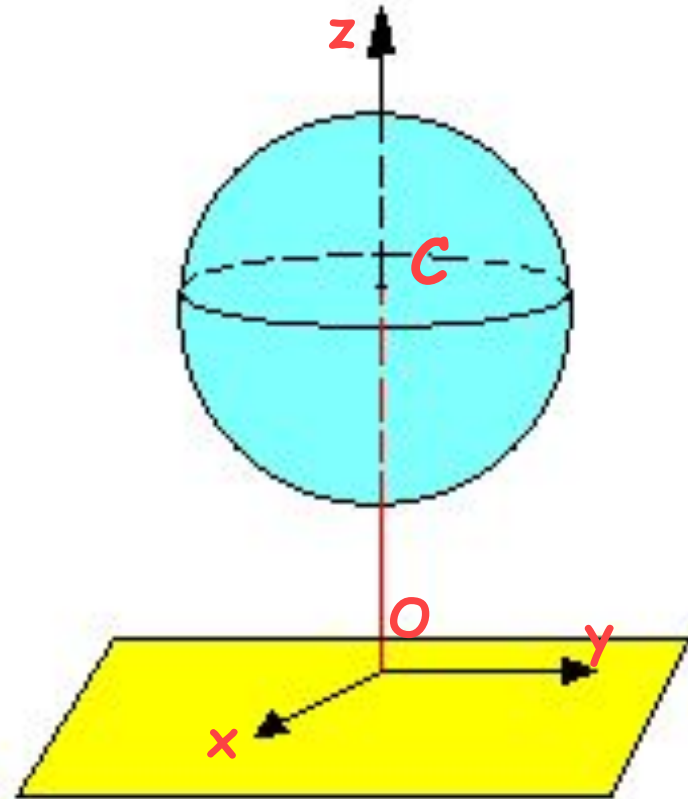
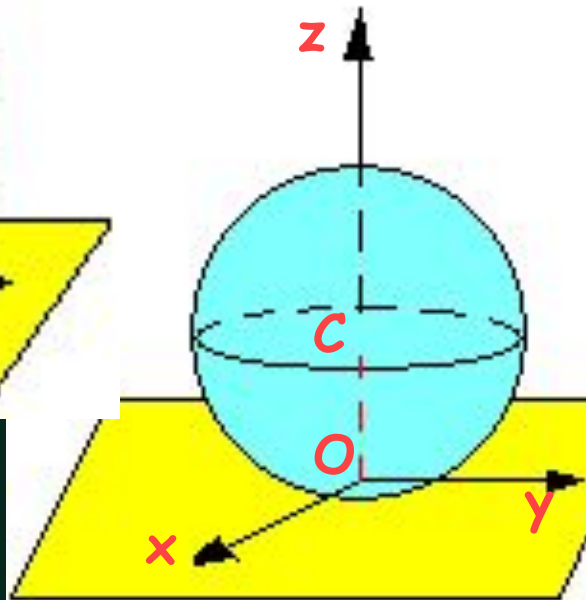
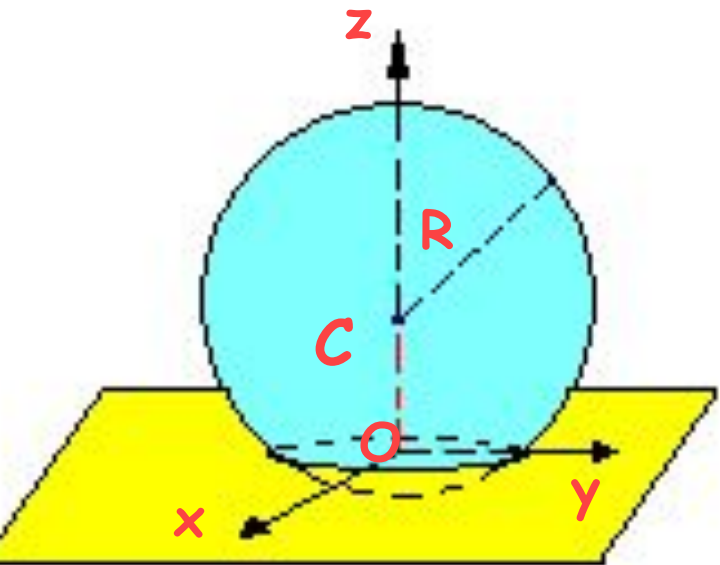
В прямоугольной системе координат уравнение сферы радиуса R с центром $C(x_1; y_1; z_1)$ имеет вид

$$R^2 = (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2$$

Взаимное расположение сферы и плоскости

Исследуем взаимное расположение сферы и плоскости в зависимости от соотношения между радиусом сферы и расстоянием от её центром до плоскости.

Взаимное расположение сферы и ПЛОСКОСТИ



$$d < R, r = \sqrt{R^2 - d^2}$$

$$d = R$$

$$d > R$$

См. далее



Пусть радиус сферы - R , а расстояние от её центра до плоскости $\alpha - d$

- Введём систему координат, так чтобы плоскость Oxy совпадала с плоскостью α , а центр сферы лежал по Oz , тогда уравнение плоскости $\alpha : z=0$, а уравнение сферы с учётом (C имеет координаты $(0;0;d)$)

$$x^2 + y^2 + (z-d)^2 = R^2$$

Составим систему уравнений :

$$z=0$$

$$x^2+y^2+(z-d)^2=R^2$$

Подставив $z=0$ во второе уравнение , получим :

$$x^2+y^2=R^2-d^2$$

Возможны три случая :

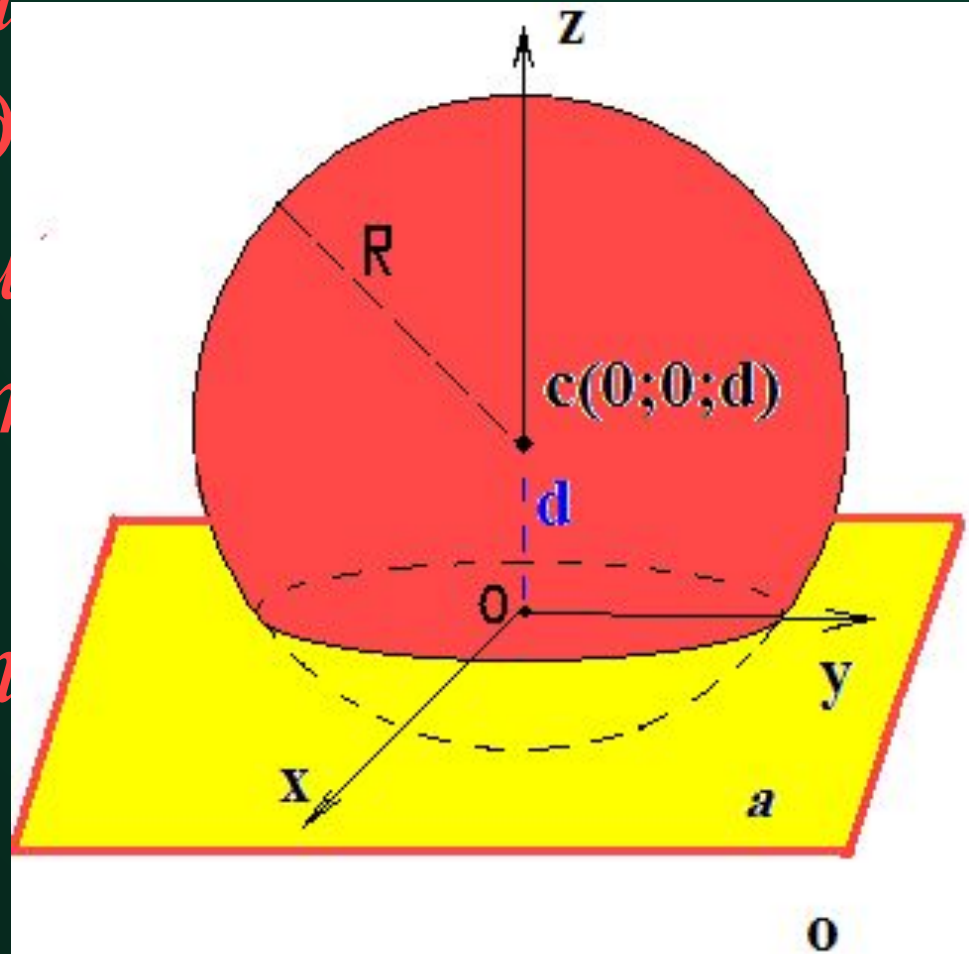
1) $d < R$, тогда $R^2 - d^2 > 0$,

и уравнение

$x^2 + y^2 = R^2 - d^2$ является уравнением окружности $r = \sqrt{R^2 - d^2}$ с центром в точке O на плоскости Oxy .

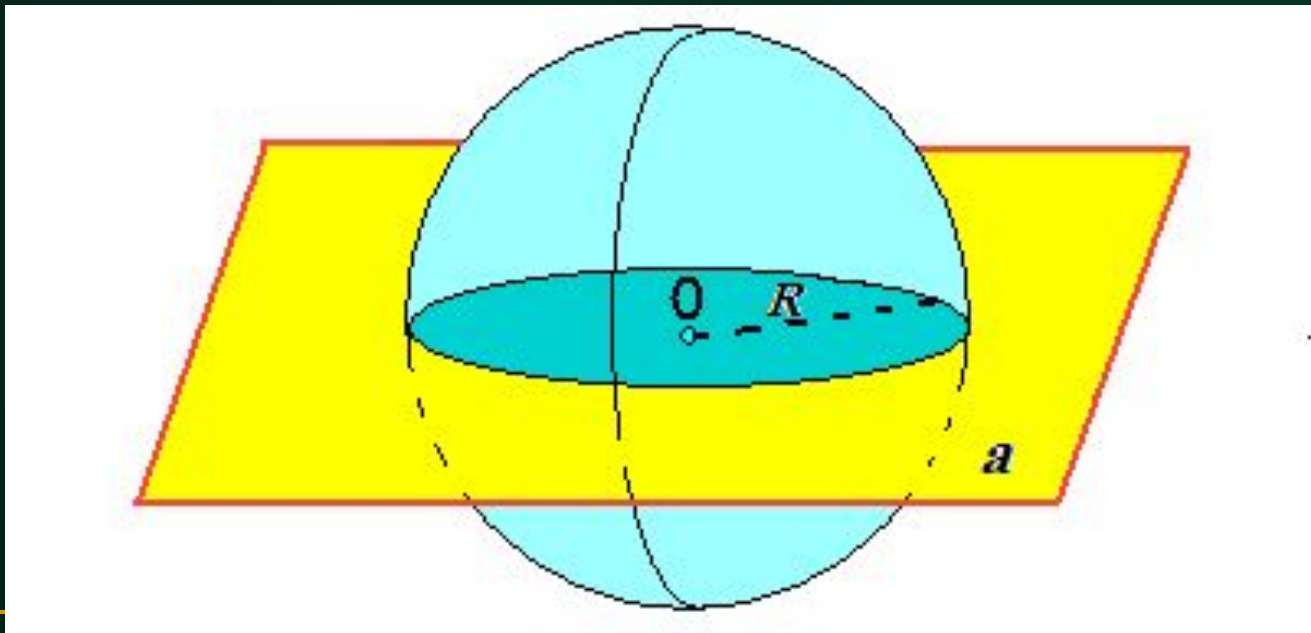
В данном случае сфера и плоскость пересекаются по окружности.

Итак, если
расстояние от
центра сферы до
плоскости меньше
радиуса сферы, то
сечение сферы
плоскостью есть
окружность.



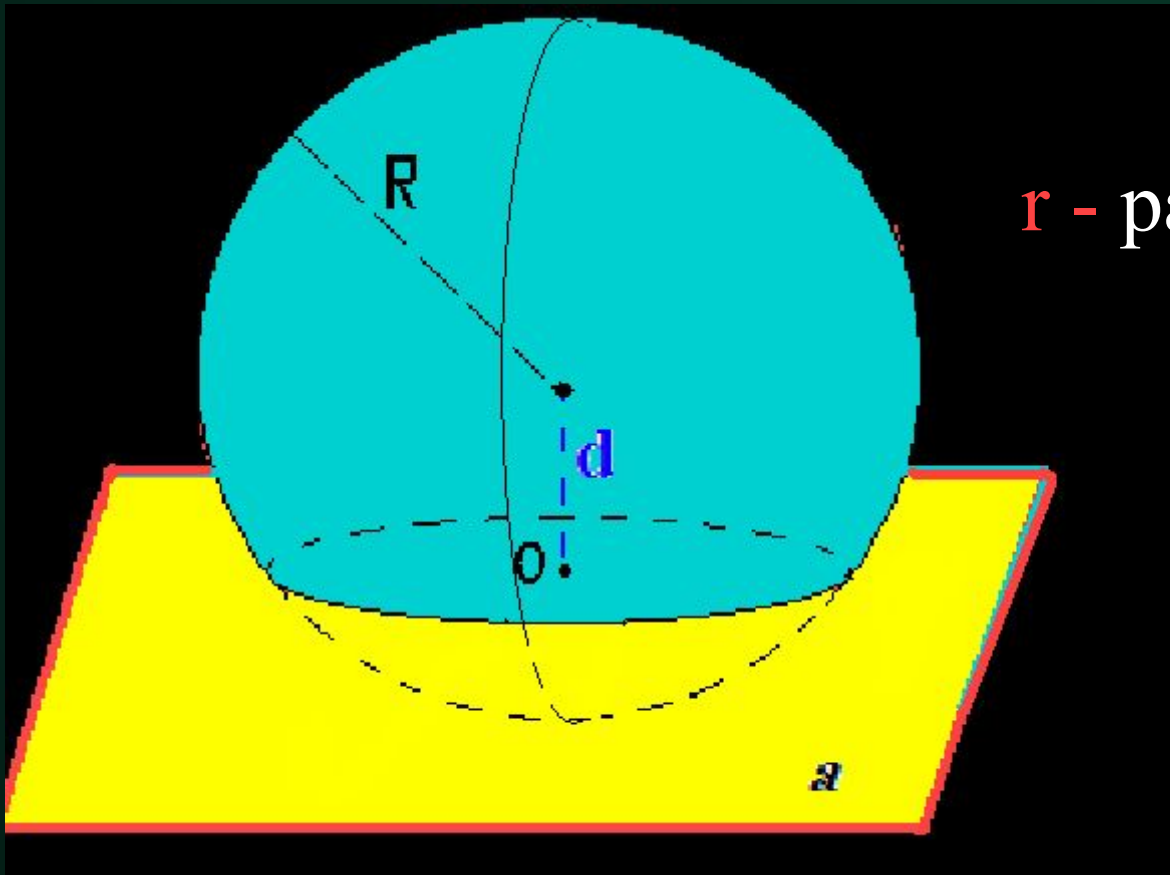
Ясно, что сечение шара плоскостью является кругом.

- Если секущая плоскость проходит через центр шара, то $d=0$ и в сечении получается круг радиуса R , т.е. круг, радиус которого равен радиусу шара. Такой круг называется большим кругом шара.



- Если секущая плоскость не проходит через центр шара, то $d > 0$ и радиус сечения

$r = \sqrt{R^2 - d^2}$, меньше радиуса шара .



r - радиус сечения

2) $d=R$, тогда $R^2-d^2=0$

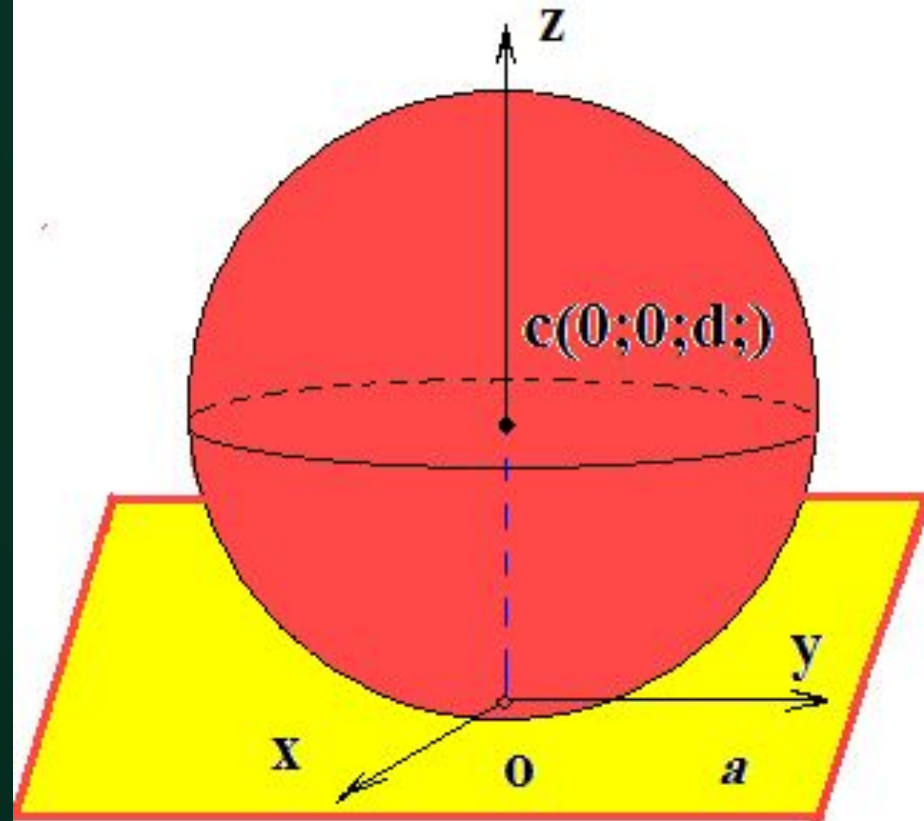
и уравнению
удовлетворяют только

$x=0, y=0,$

а значит $O(0;0;0)$

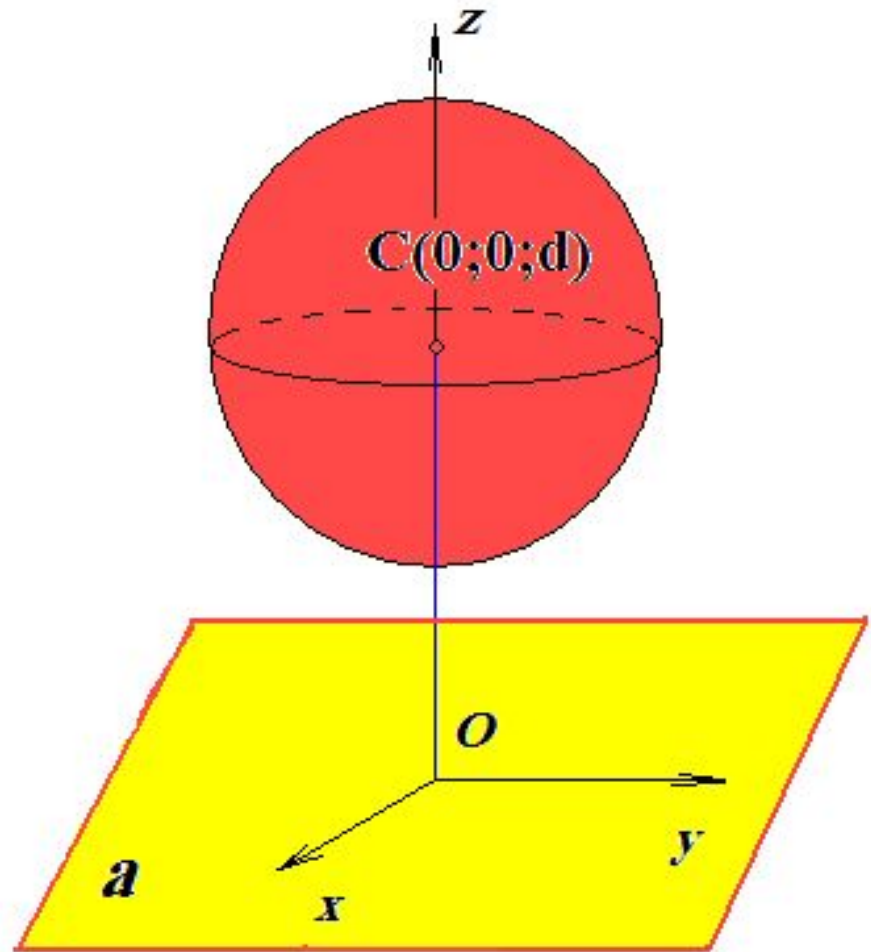
удовлетворяют обоим
уравнениям, т.е.

O - единственная общая
точка сферы и плоскости



Итак, если расстояние от центра сферы до плоскости равно радиусу сферы, то сфера и плоскость имеют только одну общую точку.

3) $d > R$, тогда
 $R^2 - d^2 < 0$, и
уравнению
 $x^2 + y^2 = R^2 - d^2$
не
удовлетворя-
ют
координаты
никакой
точки.



*Следовательно,
если расстояние от центра
сферы до плоскости больше
радиуса сферы, то сфера и
плоскость не имеют общих
точек.*
