Урок на тему:

Теорема Фалеса

Автор: Дятченко Татьяна Юрьевна

Учитель математики ГОУ СОШ № 15

Цель и задача урока

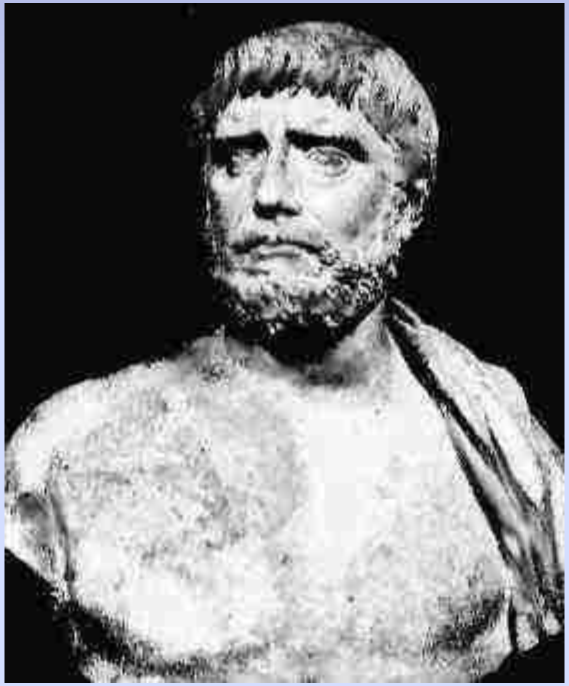
- **Цель** данного урока знакомство с жизнедеятельностью философа и мыслителя Фалеса и его теоремой; развитие «геометрического зрения», расширение кругозора в плане знакомства с историей развития математики.
- **Задачи**:

  - продемонстрировать возможности применения теоремы Фалеса в различных геометрических задачах

  - расширить представления о сферах применения полученных математических знаний;

  - познакомиться с историческими сведениями об ученом Фалесе, о развитии математических знаний и их применениях

Фалес



Фалес из Милета - первый древнегреческий мыслитель. По-видимому, он жил в 640-546 годах до н.э. Он первый применил доказательство теорем и ввел их в обиход математики. Основатель милетской школы. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

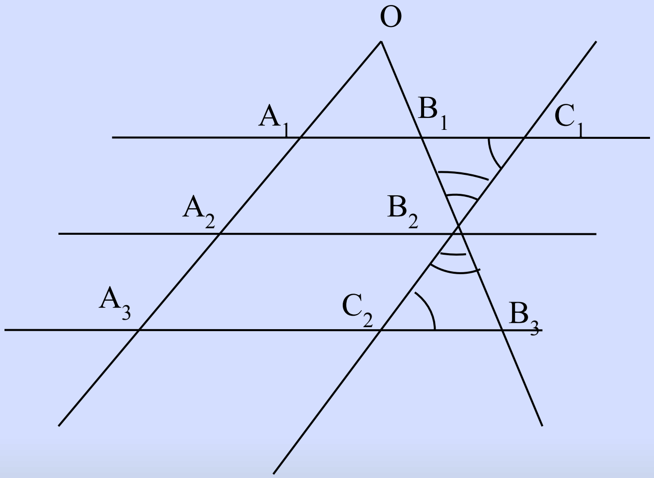
Фалес считается родоначальником античной и, как следствие, европейской философии и науки. Считался первым из Семи мудрецов Греции.

Важнейшей заслугой Фалеса в области математики должно быть перенесенное им из Египта в Грецию первых начал теоретической элементарной геометрии. Эвдем, по свидетельству Прокла, приписывает Фалесу открытие следующих геометрических предложений:

- Вертикальные углы равны.
- Углы при основании равнобедренного треугольника равны.
- Треугольник определяется стороной и прилежащими к ней двумя углами.
- Диаметр делит круг на две равные части.

Теорема Фалеса

Если параллельные прямые, пересекающие стороны угла, отсекают на одной его стороне равные отрезки, то они отсекают равные отрезки и на другой его стороне

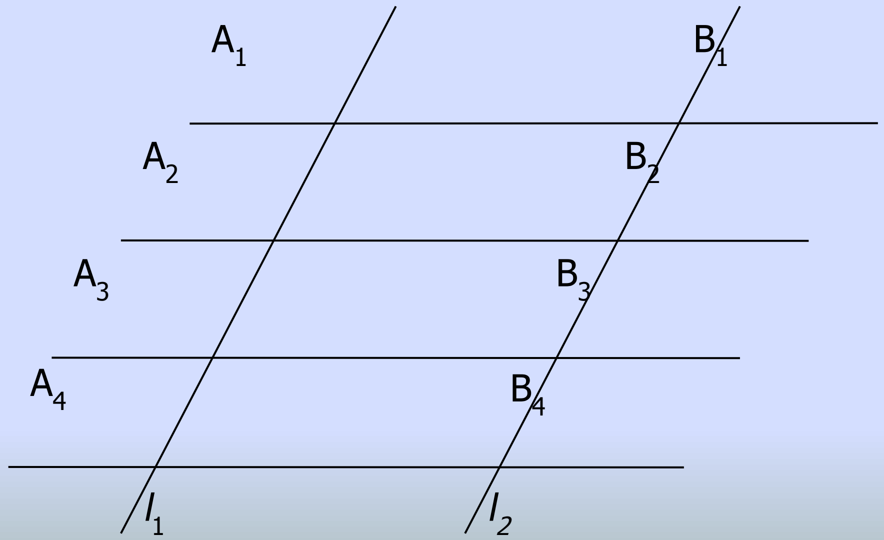


Доказательство:

Пусть A_3OB_3 – заданный угол, а A_1B_1, A_2B_2, и A_3B_3– попарно параллельные прямые и $A_1A_2=A_2A_3$. Докажем, что $B_1B_2=B_2B_3$. Проведем через точку B_2 прямую C_1C_2 параллельную прямой A_1A_3. По лемме $A_1A_2 =C_1B_2$, $A_2A_3 = B_2C_2$ и с учетом условия теоремы $C_1B_2 = B_2C_2$. Кроме того, $\angle B_1C_1B_2 = \angle B_2C_2B_3$3– как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых A_1B_1, A_3B_3 и секущей C_1C_2 , а $\angle B_1B_2C_1 = \angle C_2B_2B_3$ как вертикальные. По второму признаку равенства треугольников $\Delta B_1C_1B_2 = \Delta B_3C_2B_2$. Отсюда $B_1B_2 = B_2B_3$. Теорема доказана.

Теорема Фалеса

Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки.



Доказательство:

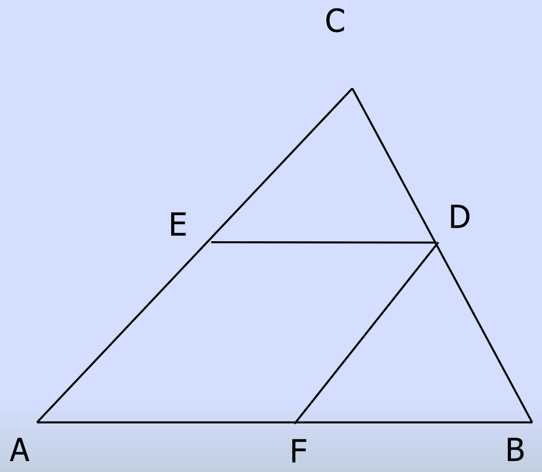
Пусть на прямой l_1 отложены равные отрезки A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 и через их концы проведены параллельные прямые, которые пересекают прямую l_2 в точках B_1, B_2, B_3, B_4 как рисунке 4. Требуется доказать, что отрезки B_1B_2, B_2B_3, B_3B_4 равны друг другу. Докажем, что $B_1B_2=B_2B_3$.

Рассмотрим случай, когда прямые l_1 и l_2 параллельны. Тогда $A_1A_2=B_1B_2$ и $A_2A_3=B_2B_3$ как противоположные стороны параллелограммов $A_1B_1B_2A_2$ и $A_2B_2B_3A_3$. Так как $A_1A_2= A_2A_3$, то и $B_1B_2=B_2B_3$. Теорема доказана.

Применение теоремы Фалеса к решению задач

Средняя линия треугольника

Средняя линия треугольника, соединяющая середины двух данных сторон, параллельна третьей стороне и равна ее половине.

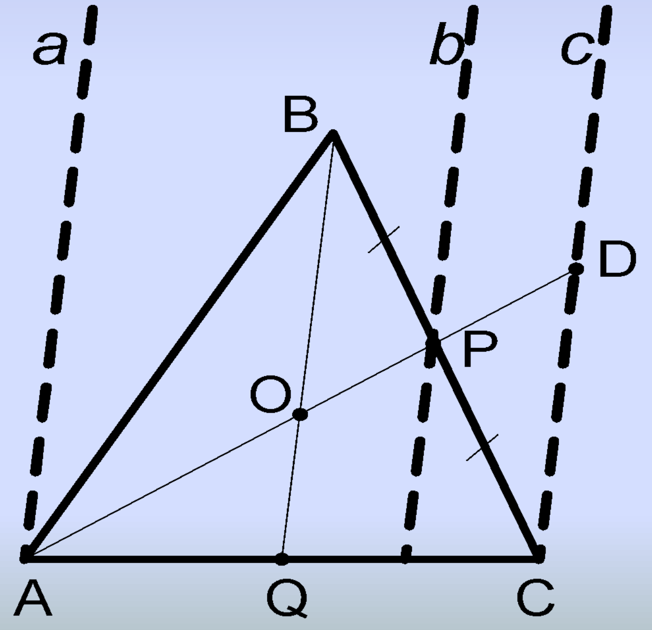


Доказательство:

Пусть отрезок *DE* – средняя линия в треугольнике *ABC*, т.е. *AE* = *EC*, *CD* = *BD*. Проведем через точку *D* прямую *a*, параллельную стороне *AB*. По теореме Фалеса прямая *a* пересекает сторону *AC* в ее середине и, следовательно, содержит среднюю линию *DE*. Значит, средняя линия *DE* параллельна стороне *AB*. Проведем среднюю линию *DF*. Она параллельна стороне *AC*. Тогда по лемме отрезок *ED* равен отрезку *AF* и равен половине отрезка *AB*. Теорема доказана.

Задача 1

Дан треугольник ABC. На стороне BC взята точка P так, что BP=PC, а на стороне AC взята точка Q такая , что AQ : QC = 5 : 3. Найдите отношение AO : OP, если точка O – точка пересечения прямых AP и BQ.



Решение:

Проведем прямые параллельные BQ через точки A, P и C. Точка D – это точка пересечения прямых AP и c.

По теореме Фалеса параллельные прямые BQ, b и c, которые отсекают равные отрезки BP и PC, отсекают равные отрезки OP и PD на прямой AD.

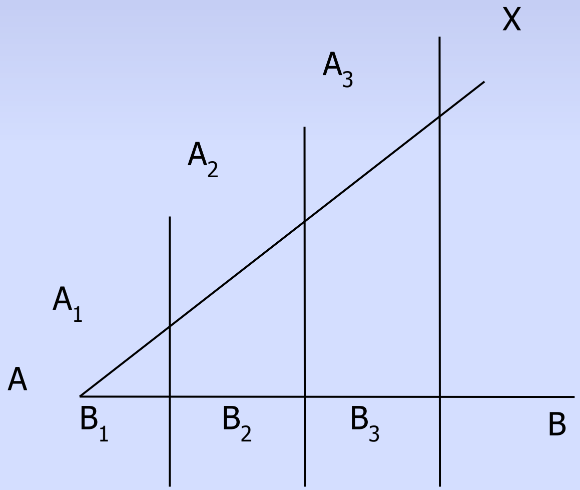
По теореме Фалеса параллельные прямые a, BQ и c, которые отсекают на прямой AC отрезки в соотношении 5 : 3, отсекают и на прямой AD отрезки в соотношении 5 : 3.

То есть AQ : QC= 5:3 и AO : OD = 5:3, а отрезок OD=2OP. Следовательно, AO : OP = 10:3.

Ответ: 10 : 3.

Задача 2

Разделите отрезок АВ при помощи циркуля и линейки на n равных частей.

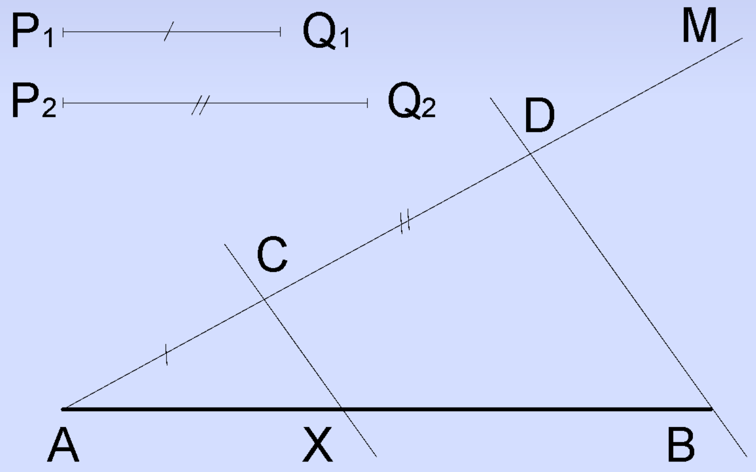


Решение:

Проведем луч АХ, не лежащий на прямой АВ, и на нем от точки А отложим последовательно n равных отрезков AA_1, A_1A_2, …,$A_{n-1}A_n$, т.е. на столько равных отрезков, на сколько равных частей нужно разделить данный отрезок АВ. Проведем прямую A_nB (точка A_n – конец последнего отрезка) и построим прямые, проходящие через точки A_1, A_2,…, A_{n-1} и параллельные прямые прямой AnB. Эти прямые пересекают отрезок АВ в точках B_1, B_2, …, B_{n-1}, которые по теореме Фалеса делят отрезок АВ на n равных частей.

Задача 3

Разделите данный отрезок AB на два отрезка AX и XB, пропорциональные данным отрезкам P_1Q_1 и P_2Q_2.



Решение:

Проведем какой-нибудь луч AM, не лежащий на прямой AB, и на этом луче отложим последовательно отрезки AC и CD, равные отрезкам P_1Q_1 и P_2Q_2. Затем проведем прямую BD и прямую, проходящую через точку C параллельно прямой BD. Она по теореме Фалеса пересечет отрезок AB

в искомой точке X.

Заключение:

В представленной работе рассмотрена теорема величайшего математика – ученого – мыслителя Фалеса, задачи, в решении которых применяется различные варианты этой теоремы.

Решение геометрических задач различными способами является исследовательской частью данного урока и дает возможность сравнить разные способы решения и проанализировать их появление.