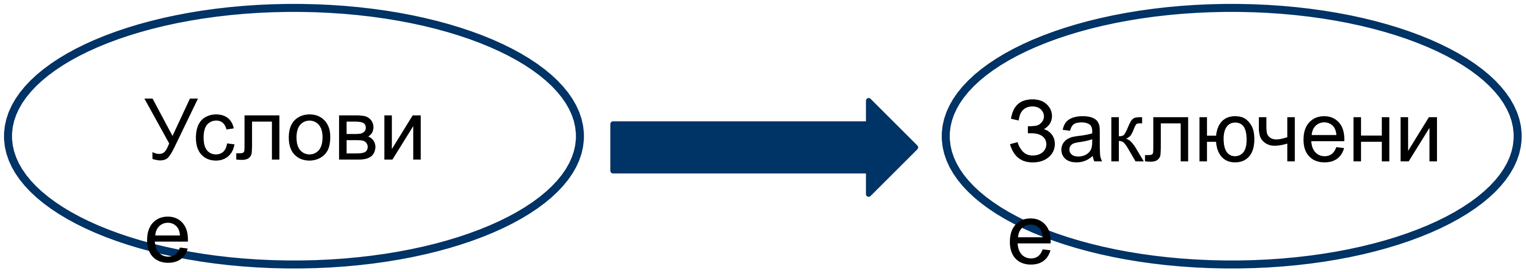
Теорема о равенстве накрест лежащих углов



Условие теоремы – это то, что дано.

Заключение теоремы – это то, что надо доказать.

Если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны, то прямые параллельны.

Условие: если при пересечении двух прямых секущей накрест лежащие углы равны.

Заключение: прямые параллельны.

Теоремой, обратной данной, называется такая теорема, в которой условием является заключение данной теоремы, а заключением – условие данной теоремы.

Теорема. Если две параллельные прямые пересечены секущей, то накрест лежащие углы равны.

Доказательство.

Пусть $a \parallel b$, CD – секущая.

Предположим, что $\angle 1 \neq \angle 2$.

$\angle ECD = \angle 2$.

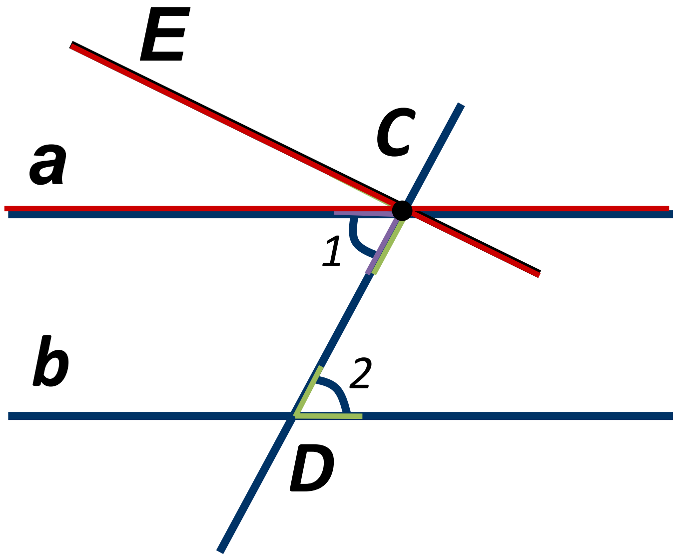
$\angle ECD$, $\angle 2$ – накрест лежащие при EC и b и секущей CD,

поэтому $CE \parallel b$.

Получили противоречие.

Следовательно, $\angle 1 = \angle 2$.

Теорема доказана.



Задача. Прямая AB параллельна прямой CD, AD – биссектриса $\angle BAC$, а $\angle ADC$ равен 50°. Чему равна градусная мера $\angle CAD$?

Решение.

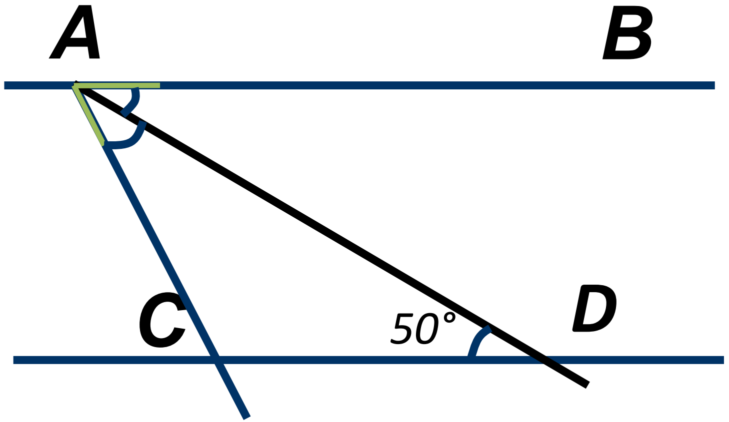
Так как $AB \parallel CD$, AD – секущая, то $\angle ADC = \angle BAD$.

Значит, $\angle BAD = 50°$.

Так как AD – биссектриса $\angle BAC$, то $\angle CAD = \angle BAD$.

Следовательно, $\angle CAD = 50°$.

Ответ: 50°.



Задача. Прямые *AB* и *CD* параллельны. Отрезок *AB* равен отрезку *CD*. Докажите, что прямая *AC* параллельна прямой *BD*.

Доказательство.

Рассмотрим ΔABD и ΔACD:

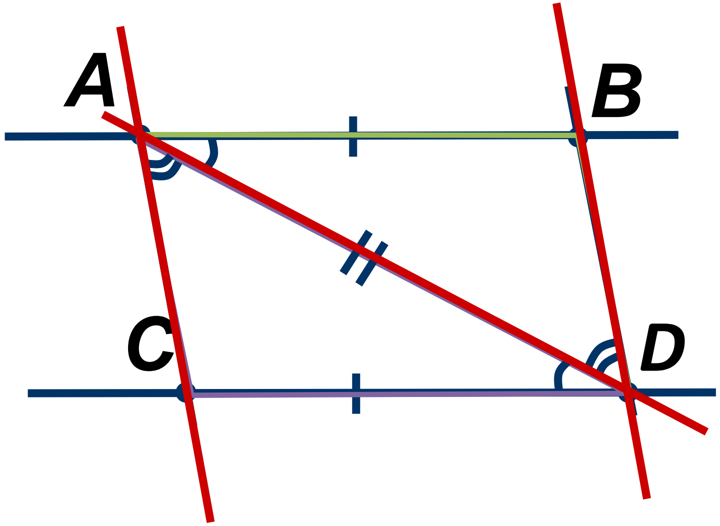
$AB = CD$; AD – общая,

$\angle BAD = \angle ADC$ (как накрест лежащие).

Следовательно, $\Delta ABD = \Delta ACD$ (по первому признаку).

$\angle CAD = \angle BDA$ (накрест лежащие).

Значит, $AC \parallel BD$.



Задача. На рисунке $\angle CBD$ равен $\angle ADB$. Докажите, что $\angle BCA$ равен $\angle CAD$.

Доказательство.

$\angle CBD$, $\angle ADB$ – накрест лежащие при AD и BC и секущей BD.

Так как $\angle CBD = \angle ADB$, то $AD \parallel BC$.

$\angle BCA$, $\angle CAD$ – накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AC.

Следовательно, $\angle BCA = \angle CAD$.