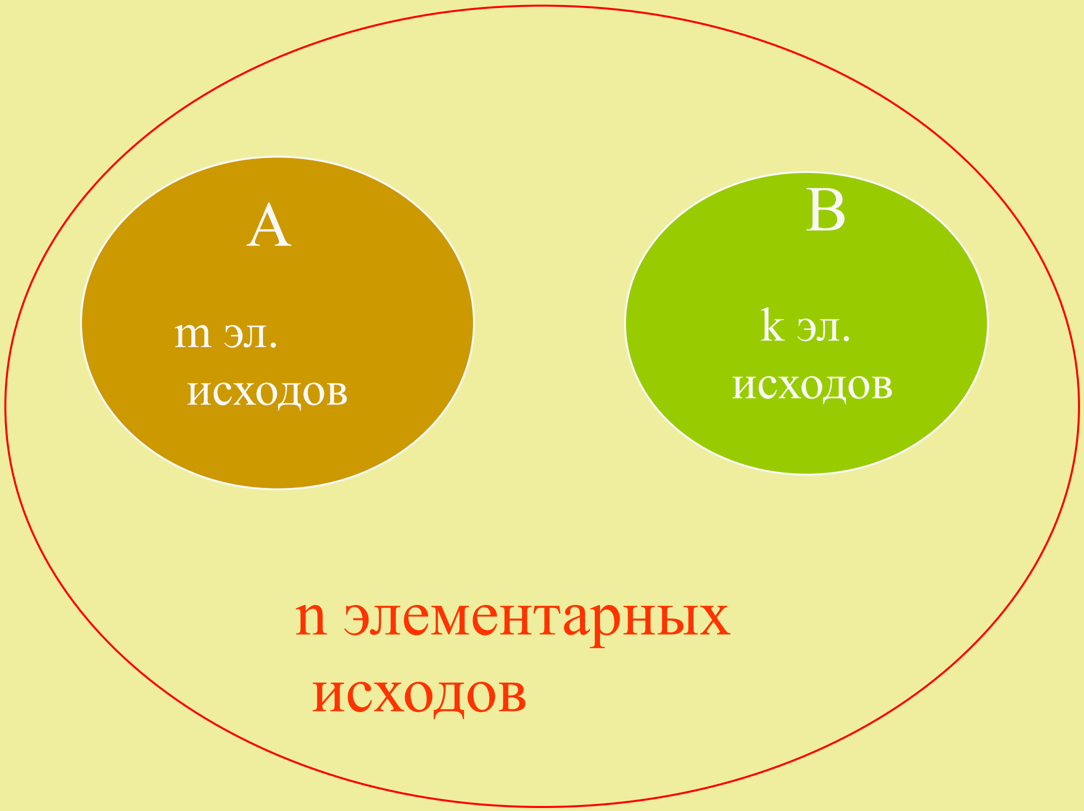
6. ТЕОРЕМА О СЛОЖЕНИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятность суммы двух несовместных событий А и В равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

Доказательство:

Так как события А и В несовместны, то

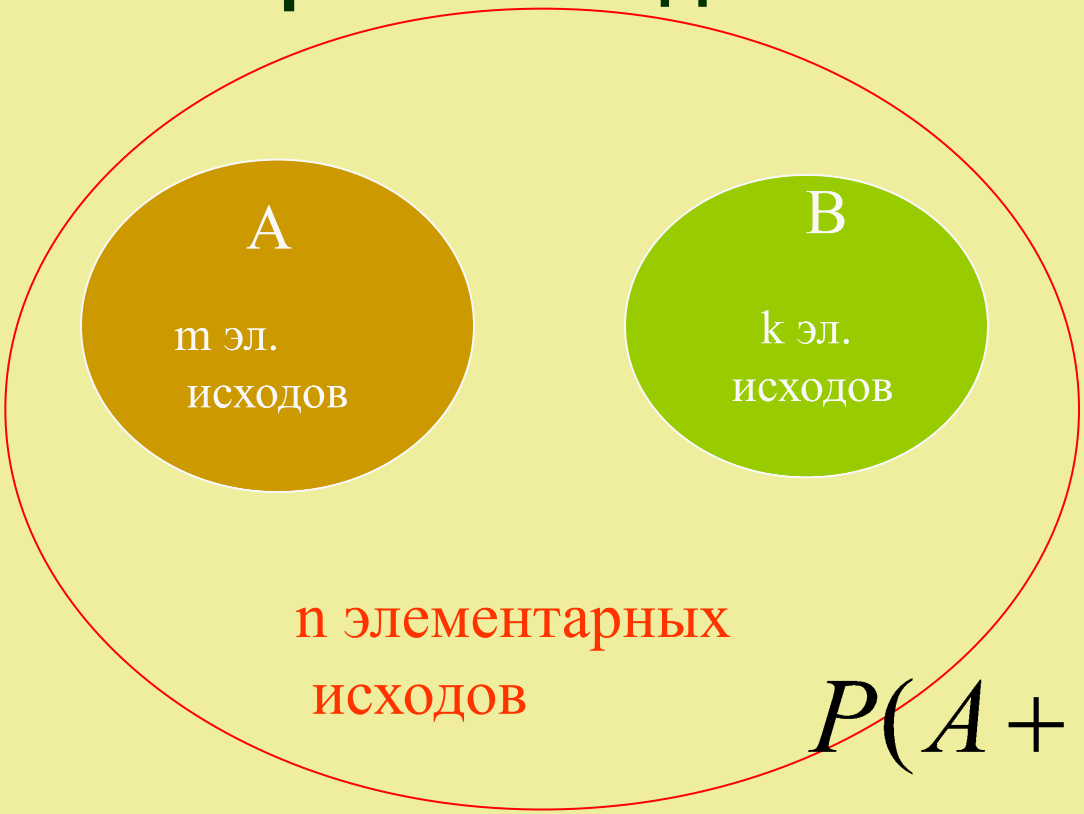


$$P(A)=\frac{m}{n};$$

$$P(B)=\frac{k}{n}$$

Доказательство:

Событие A+B состоит из m+k элементарных исходов



$$P(A+B)=\frac{m+k}{n}$$

Доказательство:

Получили

$$P(A)=\frac{m}{n};P(B)=\frac{k}{n}$$

$$P(A+B)=\frac{m+k}{n}$$

$$\Rightarrow$$

$P(A+B)=P(A)+P(B)$

Эту теорему можно обобщить на произвольное число несовместных событий $A_1, A_2, \ldots A_n$:

$$P\left(\sum_{i=1}^{n} A_i\right) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i)$$

Пример

Молодой человек рассматривает три возможности уклониться от службы в армии. Во-первых, он может поступить учиться в ВУЗ, во-вторых, он может быть освобожден от армии по состоянию здоровья, и в третьих, он может жениться и к моменту призыва обзавестись двумя детьми. Вероятности этих событий для него равны, соответственно, 0.5, 0.2 и 0.01. Считая эти события несовместными, найти вероятность того, что молодой человек не попадет в ряды призывников

Решение.

Пусть событие А заключается в том, что молодой человек поступит в ВУЗ, событие В - что он получит освобождение по состоянию здоровья и событие С - что он женится и обзаведется двумя детьми.

Т.к. эти события несовместны, то применяем теорему о сложении вероятностей в виде:

$$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)$$

Так как

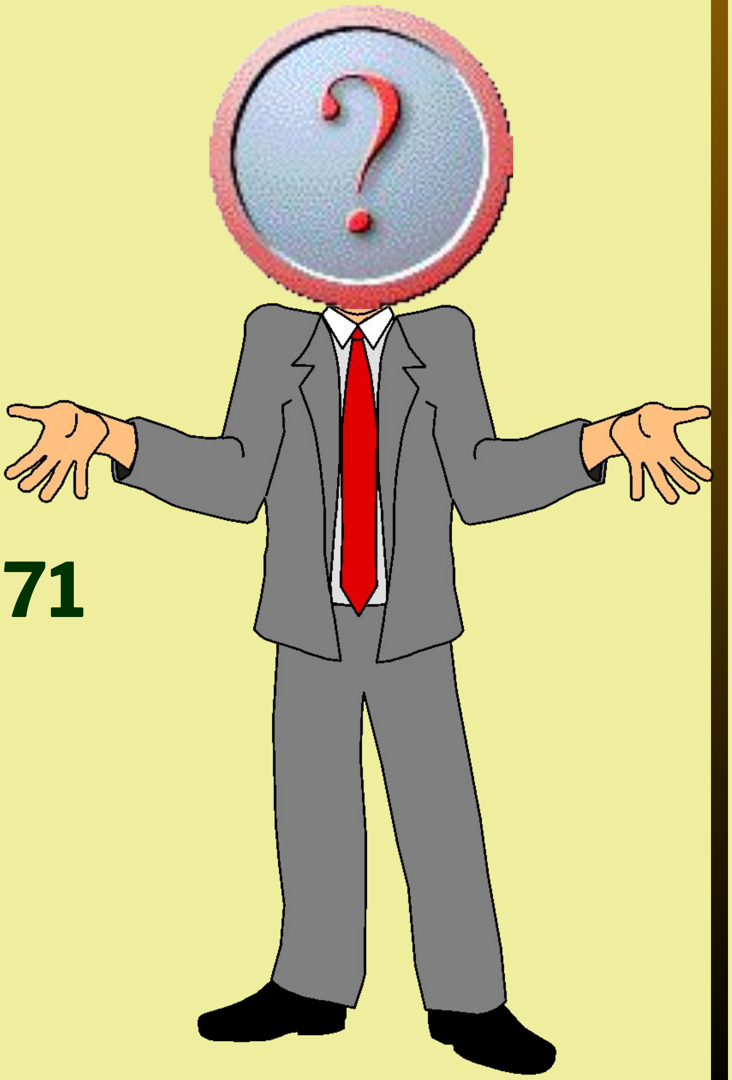
$P(A)=0.5$

$P(B)=0.2$

$P(C)=0.01$

то

$P(A+B+C)=0.5+0.2+0.01=0.71$



Следствие 1.

Если события A_1, A_2,…A_n образуют полную группу несовместных событий, то их суммарная вероятность равна 1.

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$$

Доказательство:

Так как события A_1, A_2,…A_n образуют полную группу, то $A_1+A_2+\ldots+A_n$ достоверное событие и

$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=1$.

Так как эти события несовместны, то к ним применима теорема о сложении вероятностей:

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=\sum_{i=1}^{n}P(A_i)=1$$

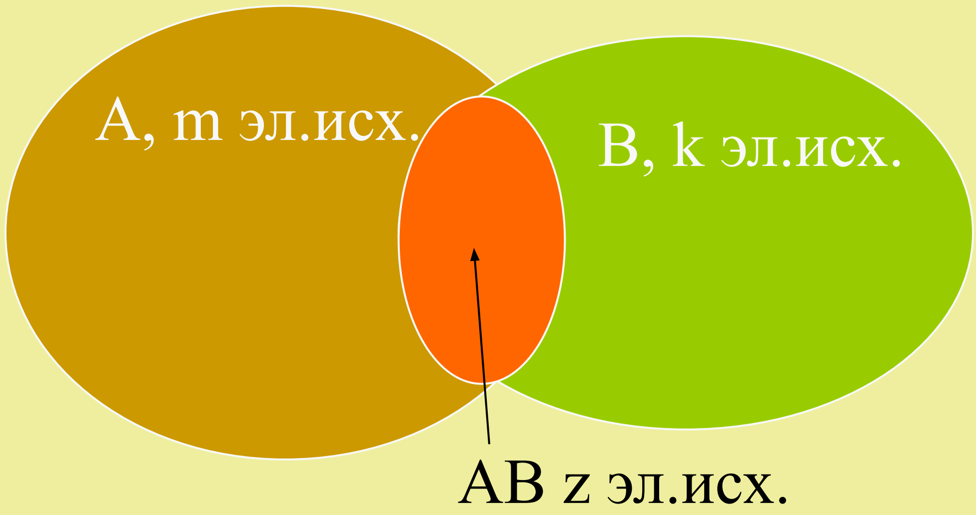
Следствие 2.

Сумма вероятностей взаимообратных событий равна 1.

$$P(A)+P(\overline{A})=1$$

Если события А и В совместны, то теорема о сложении вероятностей обобщается следующим образом:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$



$$P(A)=\frac{m}{n};\, P(B)=\frac{k}{n};\, P(AB)=\frac{z}{n}$$

$$P(A+B)=\frac{m+k-z}{n}$$

P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)

Пример. Вероятность роста стоимости акций компании А эксперты оценивают как 0,7, а компании В как 0,8. Вероятность одновременного роста стоимости акций двух компаний оценена экспертами в 0,6. Какова вероятность того, что повысится стоимость акций хотя бы одной компании?