

**МОУ «СОШ с. Бартеневка
Ивантеевского
района Саратовской области»**

Теорема о трёх перпендикулярах

Номинация «Математика в жизни»

Работу выполнила учащаяся 11 класса

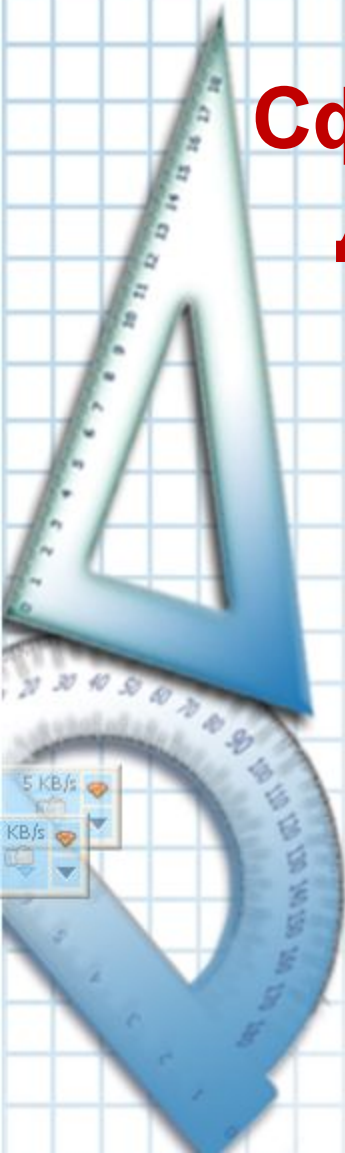
Селифонтова Яна

Руководитель Корневская Н. В.


2010 г.



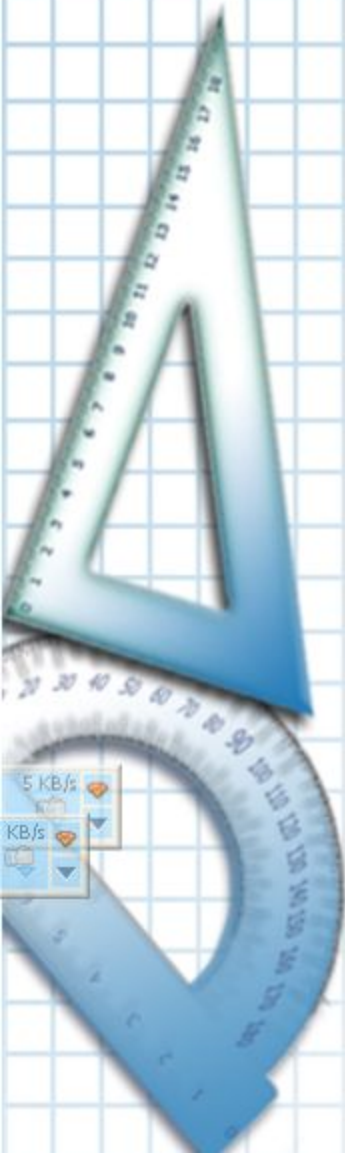
ЦЕЛЬ:



Сформировать мышление, характерное для математической деятельности и необходимое человеку для жизни в современном обществе, для общей социальной ориентации и решения практических проблем



Задачи:



**изучить историю возникновения теоремы ;
научиться решать основные задачи на применение ТТП;
составить тест для проверки знаний.**



Имеющая большое значение в настоящее время, теорема о трех перпендикулярах в «Началах»

Евклида

не содержится. Она была доказана математиками Ближнего и Среднего

Востока: ее доказательство

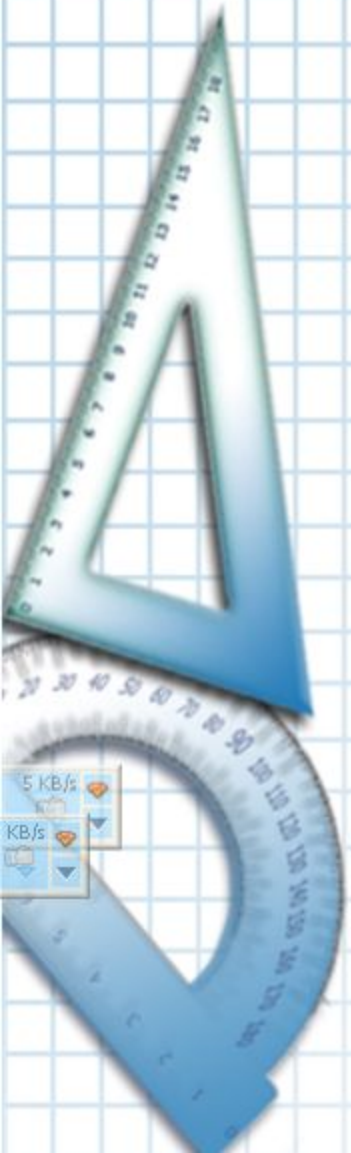
имеется в


«Трактате о полном четырехстороннике»

Насир ад-Дина ат-Туси и в

тригонометрическом трактате его

анонимного предшественника.

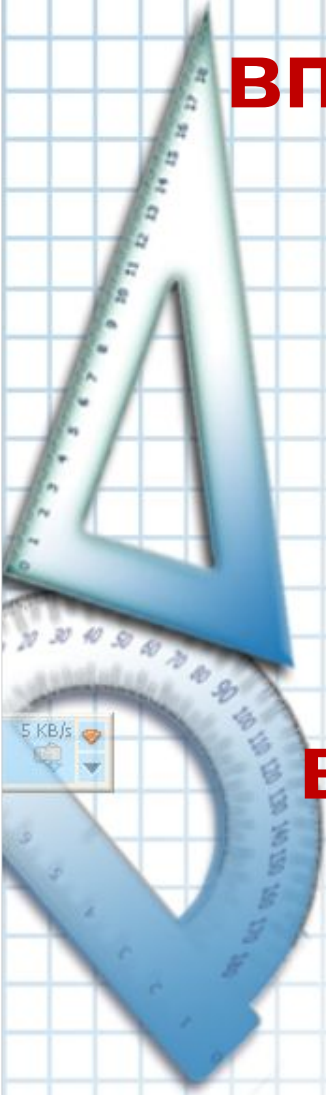




**В Европе эта теорема была
впервые сформулирована Луи
Бертраном (1731—1812) и
доказана**

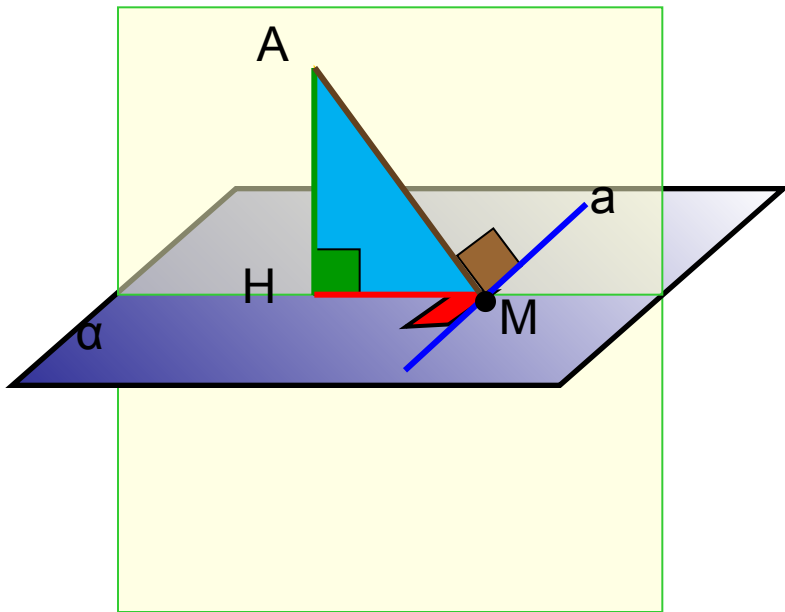
**в «Элементах геометрии»
Лежандра (1794).**

**Доказательство Лежандра
воспроизведено в учебнике
Киселева.**



Теорема о трёх перпендикулярах

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к её проекции на эту плоскость, перпендикулярна и к самой наклонной.



Дано: AM -
наклонная
 $AH \perp \alpha$

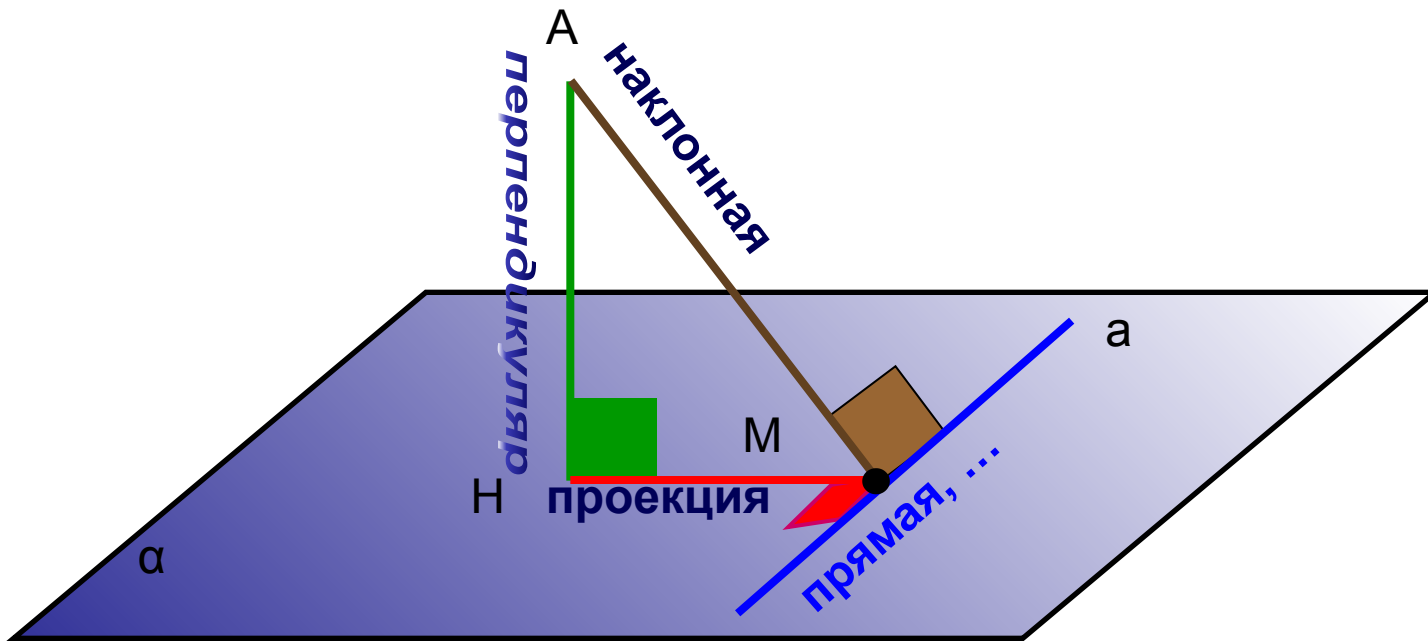
$a \in \alpha$

$a \perp HM$

Доказать: $a \perp AM$

Обратная теорема:

Прямая, проведённая в плоскости через основание наклонной перпендикулярно к ней, перпендикулярна и к её проекции.





Решение задач



Теорема о трех перпендикулярах

Теорема о трех перпендикулярах
(задачи на построение)

Теорема о трех перпендикулярах
(задачи на вычисление)

Свойство точки, равноудаленной
от сторон многоугольника.

Тест

1.1.1

1.2.2

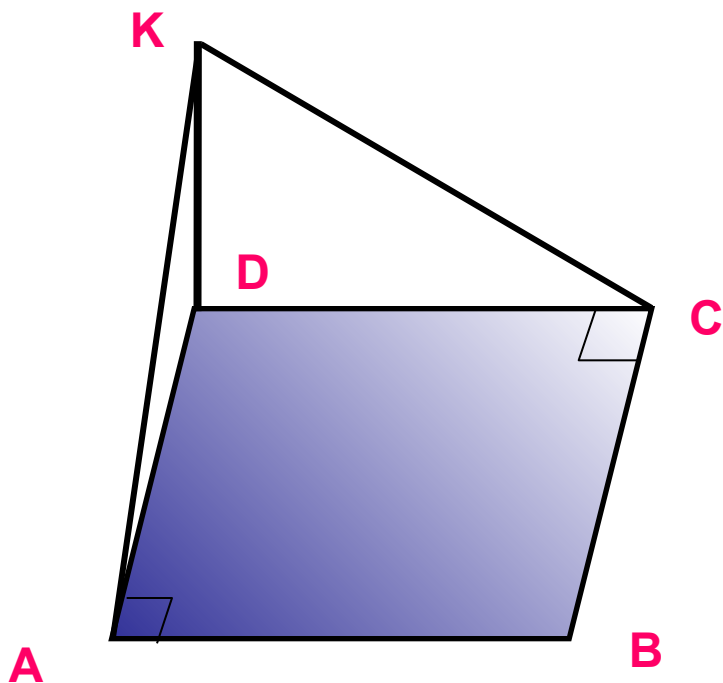
1.3.2

1.4.3

1.1.1

Через вершину D прямоугольника ABCD проведен к его плоскости перпендикуляр DK.

Докажите, что $\angle KAB = \angle KCB = 90^\circ$



1.1.1

1.2.2

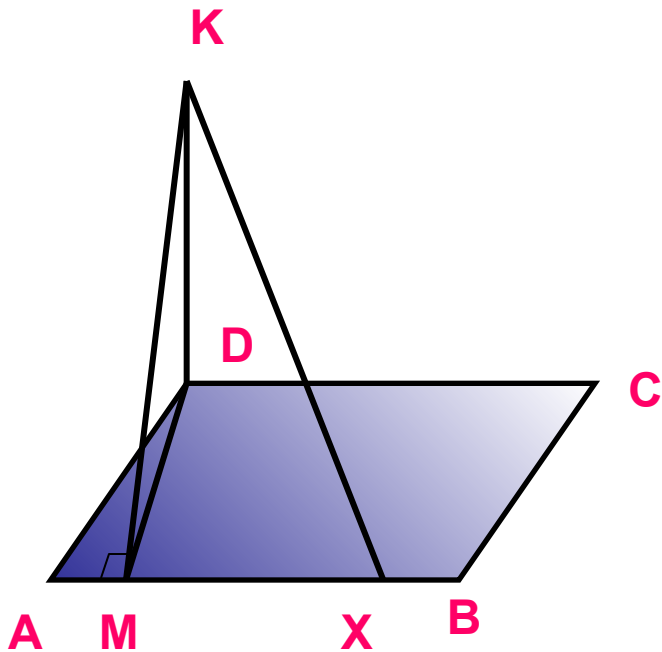
1.3.2

1.4.3

1. 2. 2

Отрезок DM является высотой параллелограмма $ABCD$. DK — перпендикуляр к плоскости параллелограмма.

Докажите, что $KM \leq KX$, где X произвольная точка отрезка AB .



1.1.1

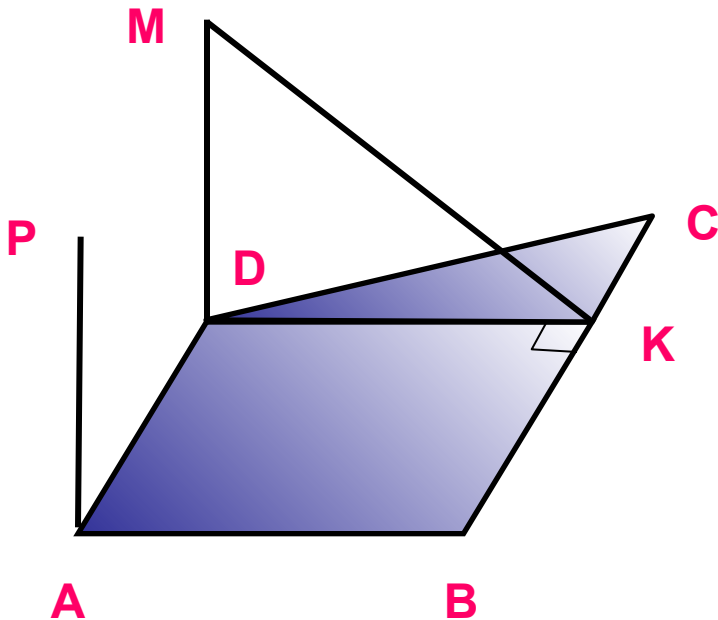
1.2.2

1.3.2

1.4.3

1.3.2

К плоскости прямоугольной трапеции $ABCD$ проведены равные перпендикуляры AP и DM . $\angle DAB = \angle ABC = 90^\circ$, $DK \perp BC$.
Докажите, что прямые PB и MK параллельны.



1.1.1

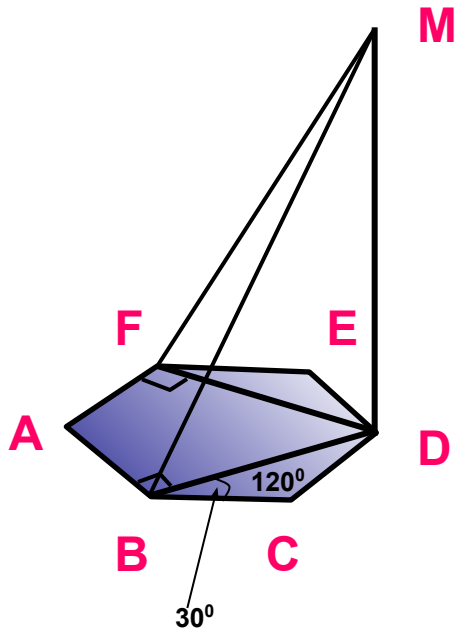
1.2.2

1.3.2

1.4.3

1.4.3

К плоскости правильного шестиугольника $ABCDEF$ проведен перпендикуляр DM . Докажите перпендикулярность прямых:
1) AB и MB ; 2) AF и MF .



2.1.1

2.2.1

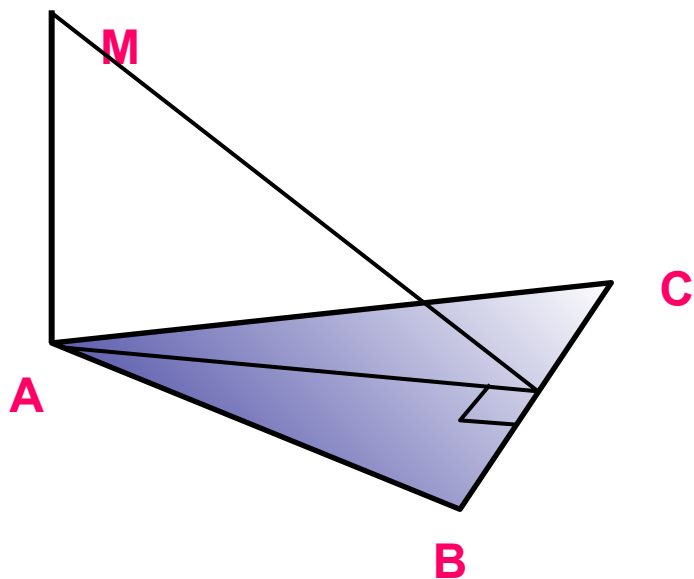
2.3.2

2.4.2

2.5.3

2.1.1

Отрезок MA перпендикулярен плоскости равнобедренного треугольника ABC . $AB = AC$. Проведите через точку M перпендикуляр к прямой BC .



2.1.1

2.2.1

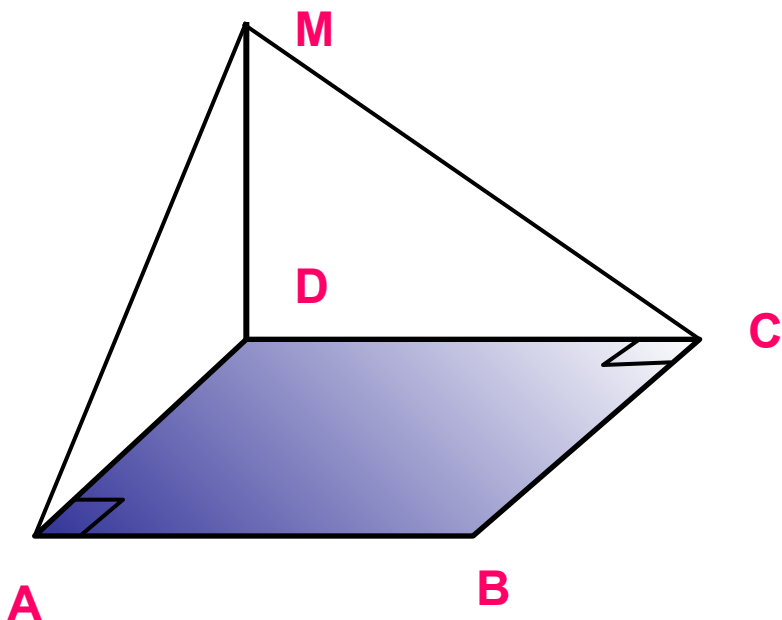
2.3.2

2.4.2

2.5.3

2.2.1

Отрезок MD перпендикулярен плоскости прямоугольника $ABCD$. Проведите через точку M перпендикуляры к прямым BC и AB



2.1.1

2.2.1

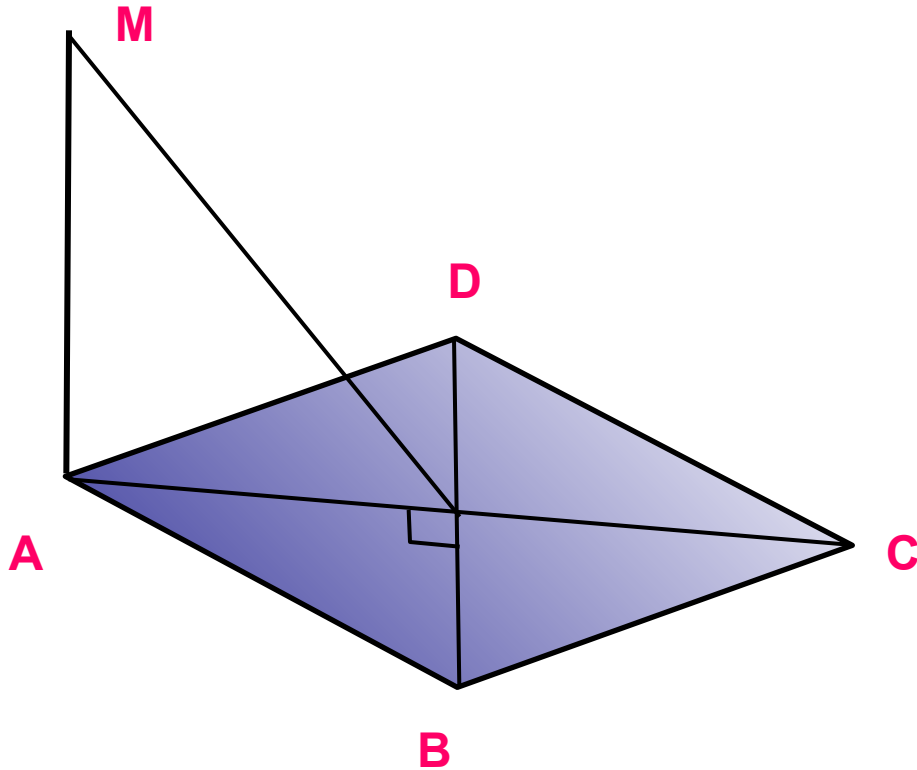
2.3.2

2.4.2

2.5.3

2.3.2

Отрезок MA перпендикулярен плоскости ромба $ABCD$.
Проведите через точку M перпендикуляр к прямой BD .



2.1.1

2.2.1

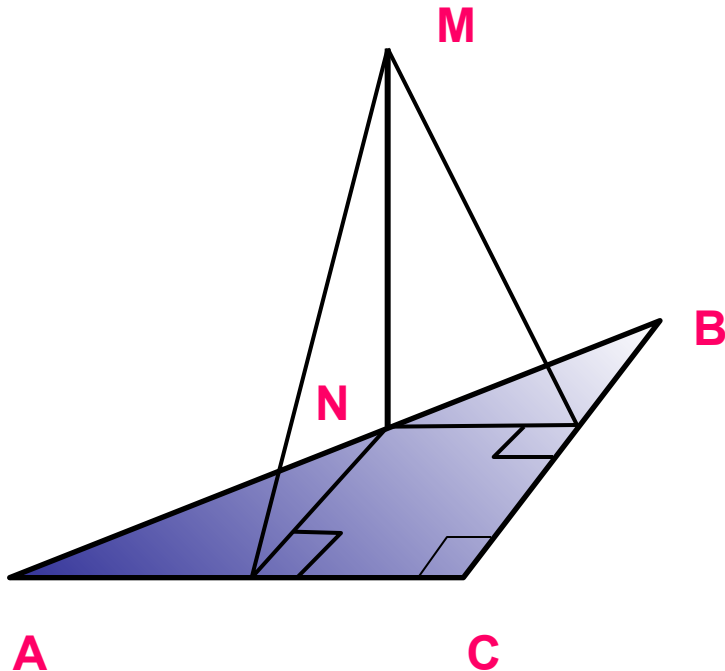
2.3.2

2.4.2

2.5.3

2.4.2

Отрезок MN перпендикулярен плоскости прямоугольного треугольника ABC (точка N лежит на гипотенузе AB). Проведите через точку M перпендикуляры к прямым AC и BC .



2.1.1

2.2.1

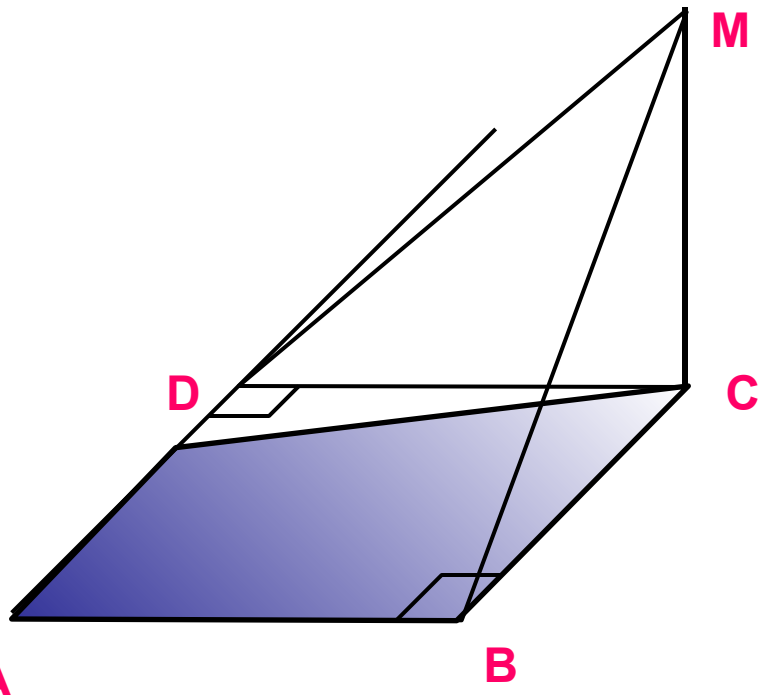
2.3.2

2.4.2

2.5.3

2.5.3

Отрезок MC перпендикулярен плоскости прямоугольной трапеции $ABCD$. ($\angle B$ —прямой). Проведите через точку M перпендикуляры к прямым AB и AD .



3.1.1

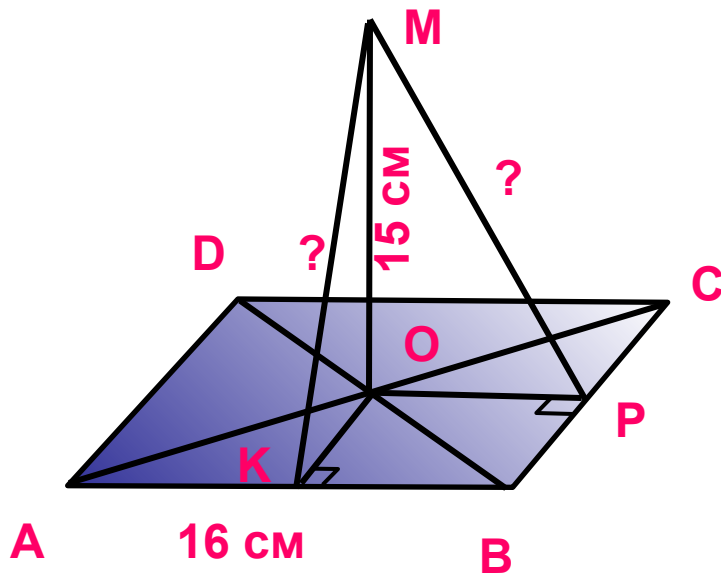
3.22

3.3.3

3.1.1

Через точку O пересечения диагоналей квадрата $ABCD$ проведен к его плоскости перпендикуляр MO длиной 15 см.

Найдите расстояние от точки M до сторон квадрата, если его сторона равна 16 см.



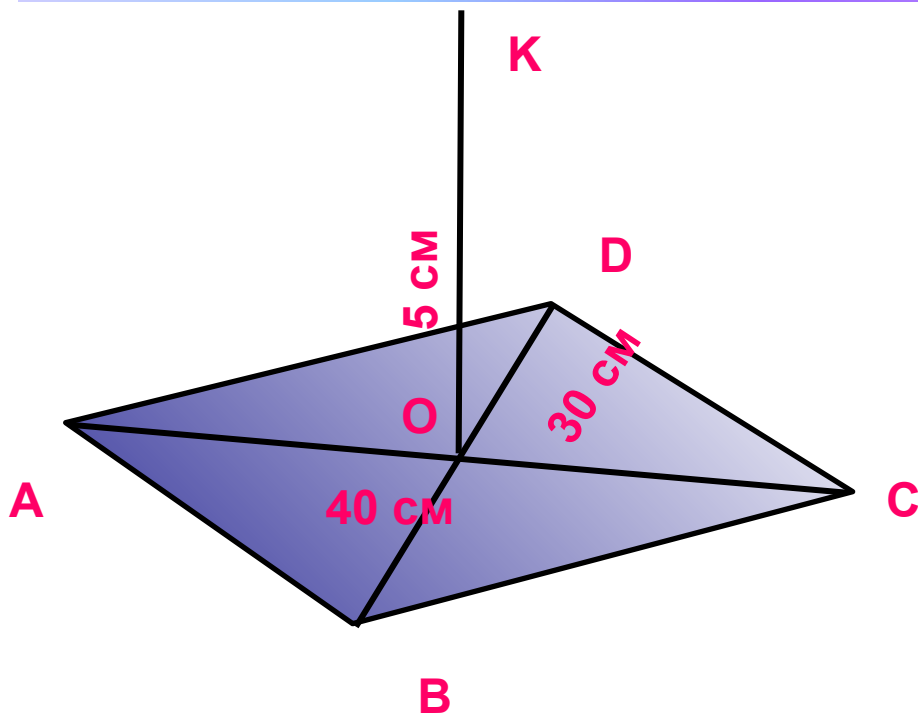
3.1.1

3.3.2

3.3.3

3.2.2

Через точку O пересечения диагоналей ромба к его плоскости проведен перпендикуляр OK длиной 5 см. Найдите расстояние от точки K до каждой стороны ромба, если диагонали ромба равны 40 см и 30 см.



3.1.1

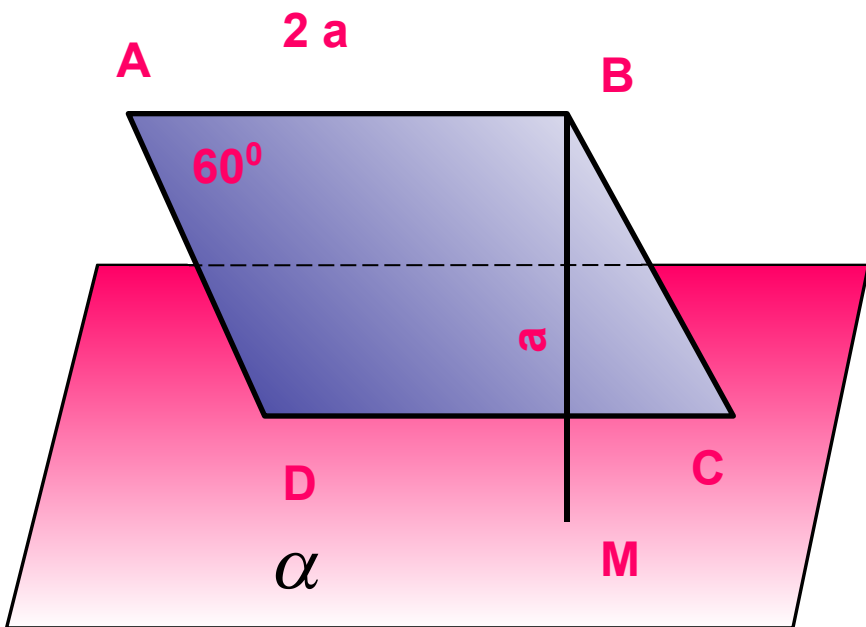
3.2.2

3.3.3

3.3.3

Сторона ромба $ABCD$ равна $2a$, $\angle A = 60^\circ$. Через сторону CD проведена плоскость α . Прямая AB удалена от нее на a . Найдите:

- 1) длины проекций сторон ромба на плоскость α ;
- 2) расстояние между прямой DC и проекцией прямой AB на плоскость α



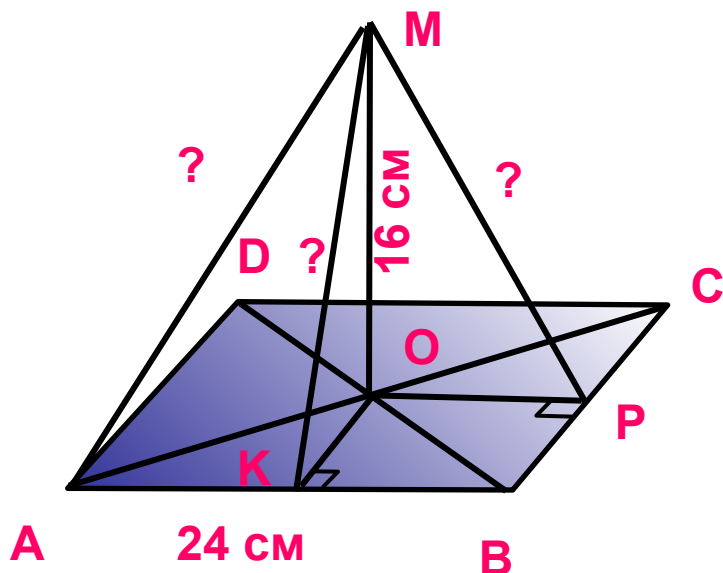
4.1.1

Точка M одинаково удалена от всех сторон квадрата $ABCD$.

Расстояние от точки M до его плоскости равно 16 см, $AB = 24$ см.

Найдите расстояние от точки M :

- 1) до сторон квадрата;
- 2) до вершин квадрата.



4.1.1

4.2.1

4.3.2

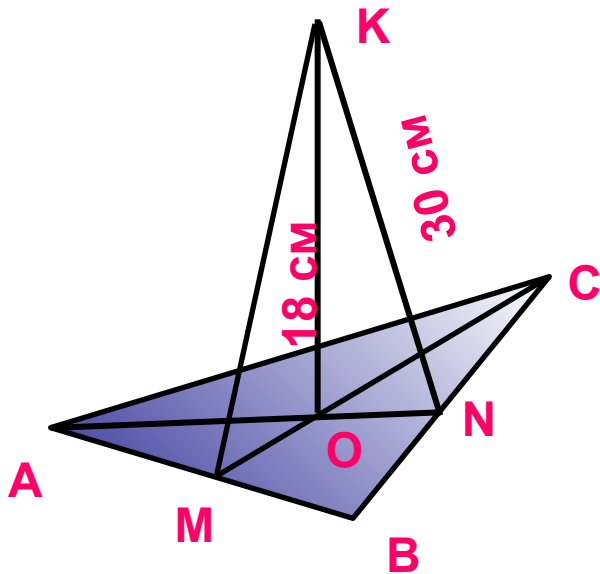
4.4.3

4.2.1

Точка К удалена от каждой стороны правильного треугольника на 30 см, а от его плоскости — на 18 см.

Найдите:

- 1) длину радиуса окружности, вписанной в данный треугольник;
- 2) длину стороны треугольника.



4.1.1

4.2.1

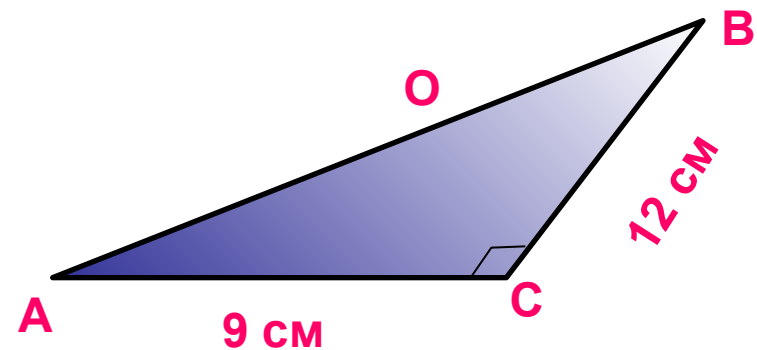
4.3.2

4.4.3

4.3.2

Точка M удалена от каждой стороны прямоугольного треугольника на 5 см. Его катеты равны 9 см и 12 см.
Найдите расстояние от точки M до плоскости треугольника.

● M



4.1.1

4.2.1

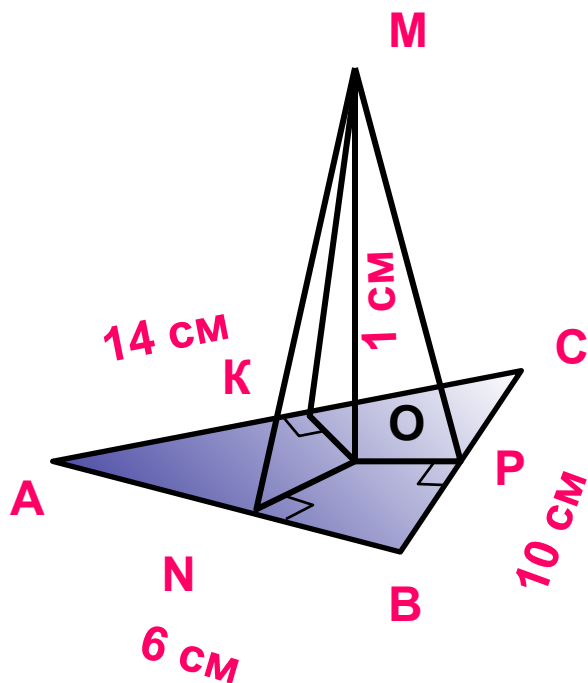
4.3.2

4.4.3

4.4.3

Точка M одинаково удалена от всех сторон треугольника ABC , у которого $AB = 6$ м, $BC = 10$ см, $AC = 14$ см. Расстояние от точки M до плоскости треугольника равно 1 см.

Найдите расстояние от точки M до сторон треугольника.



1

Тест

$AF \perp (ABC)$. ABC равносторонний. Расстоянием от точки F до прямой BC является отрезок

1

FC

ПОДУМАЙ!

2

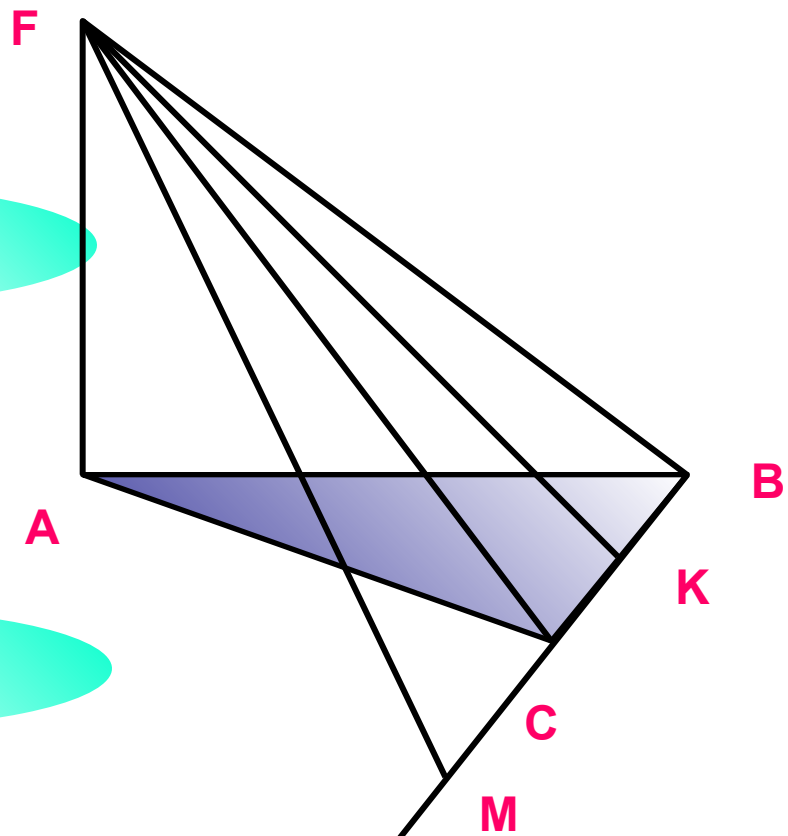
FK

ВЕРНО!

3

FM

ПОДУМАЙ!



2

Тест

$AF \perp (ABC)$. ABC прямоугольный, $\angle C = 90^\circ$. Расстоянием от точки F до прямой BC является отрезок

1 FC

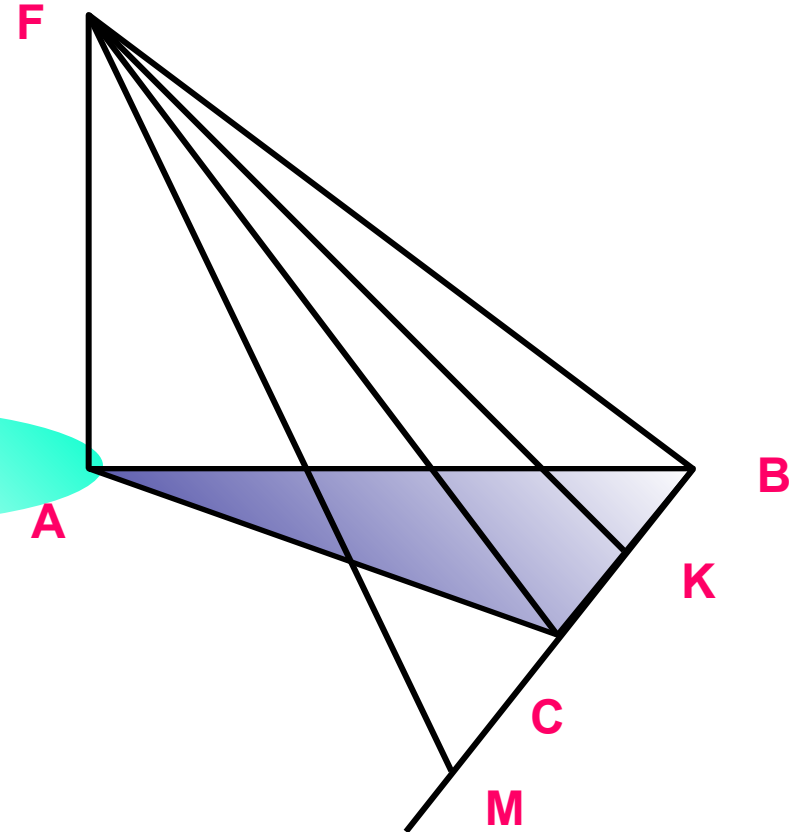
ВЕРНО!

2 FK

ПОДУМАЙ!

3 FM

ПОДУМАЙ!



3

Тест

$AF \perp (ABC)$. ABC тупоугольный, $\angle C > 90^\circ$. Расстоянием от точки F до прямой BC является отрезок

1

FK

ПОДУМАЙ!

2

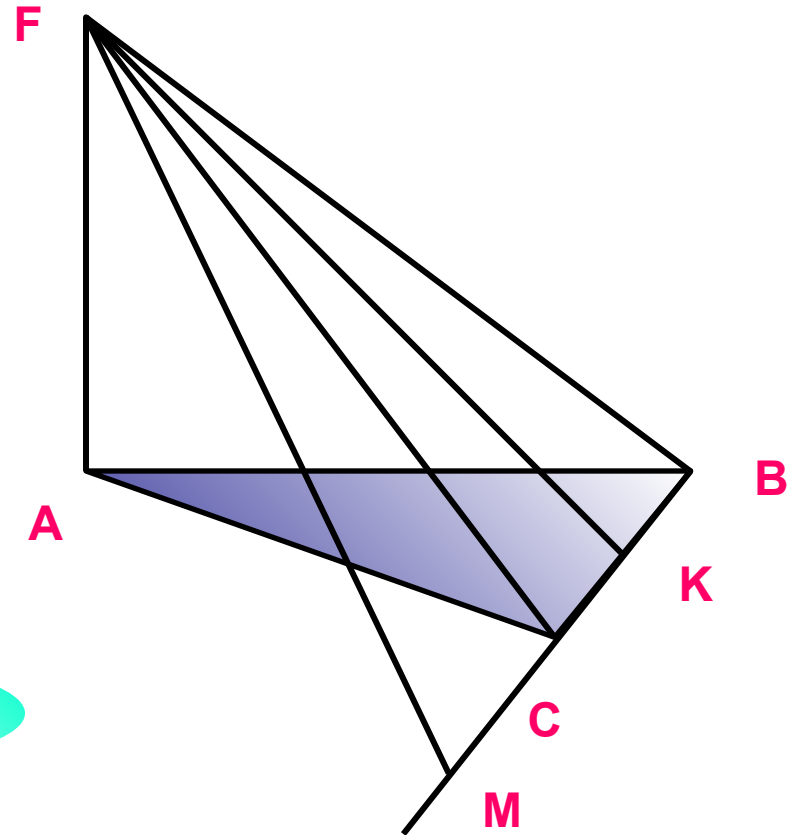
FM

ВЕРНО!

3

FC

ПОДУМАЙ!



Тест

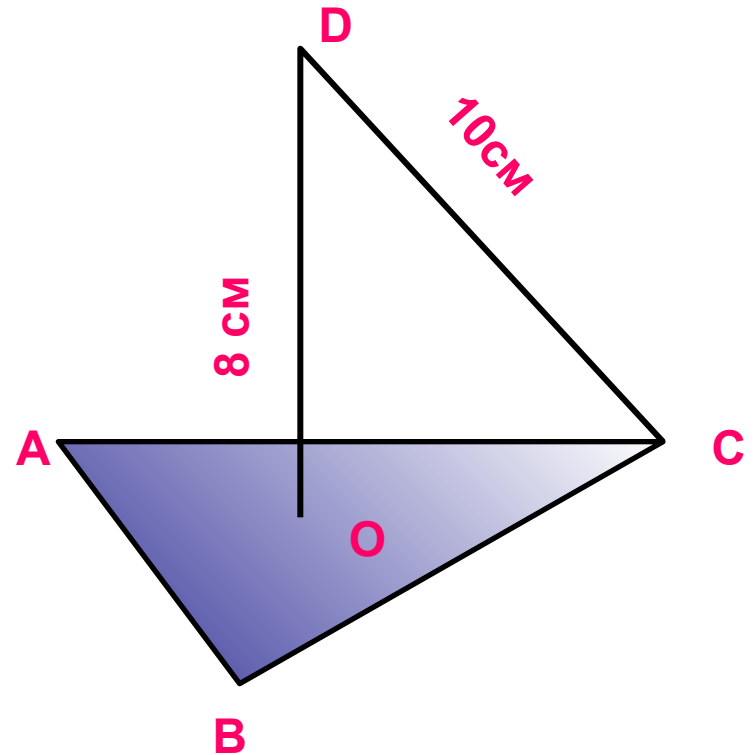
4

Из центра описанной окружности правильного треугольника ABC провели перпендикуляр DO, равный 8 см. Расстояние от точки D до вершин треугольника ABC равно 10 см. Найдите расстояние от точки D до сторон треугольника

1 6 см ПОДУМАЙ!

2 8 см ПОДУМАЙ!

3 $\sqrt{73}$ см ВЕРНО!



5

Тест

В треугольнике ABC $AC=CB = 10$ см, $\angle A = 30^\circ$. BK - перпендикуляр к плоскости треугольника и равен $5\sqrt{6}$ см. Найдите расстояние от точки K до AC.

1 15 см

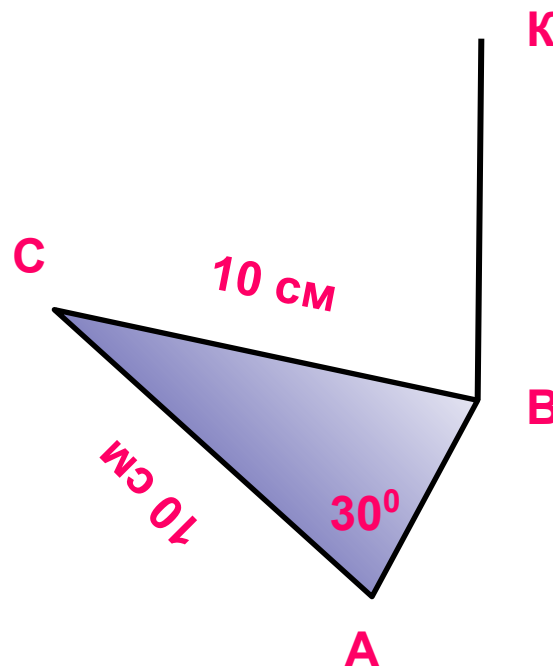
ВЕРНО!

2 10 см

ПОДУМАЙ!

3 12 см

ПОДУМАЙ!





Ресурсы:

1. Дудницын Ю., Кронгауз В., Геометрия. Карточки с заданиями для 10-го класса. Газета «Математика» приложение к газете «Первое сентября» № 2-6 1993
2. Учебник: Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. «Геометрия 10-11».
3. http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4262&lib_no=137635&tmpl=lib
4. Тестовая оболочка из мастерской Е.М. Савченко
http://www.it-n.ru/communities.aspx?cat_no=4510&lib_no=130597&tmpl=lib