

Теорема Пифагора



- Немного из биографии
- Доказательства теоремы
- Египетский треугольник и
с чем его едят

Пифагор(ок.570г.до н.э. - ок.491г.до н.э)

Родители - Самосские

Мнесарх а)Камнерез (Диоген Лаэртский)

б)Богатый купец из Тира, получивший гражданство за раздачу хлеба во время неурожайного года;

Партенида (Пифаида) Происходила из знатного рода Анкея - основателя греческой колонии на Самосе

За что получил имя - Рождение Пифагора якобы предсказала Пифия в Дельфах (Пифагор - «тот, о ком объявила Пифия»). Она объявила Мнесарху, что его сын принесет столько пользы людям, сколько не приносил и не принесет в будущем никто, и обрадованный Мнесарх нарекает свою жену Пифиадой, а будущего сына Пифагором.

Место и дата рождения - Сидон, ок.570г.до н.э

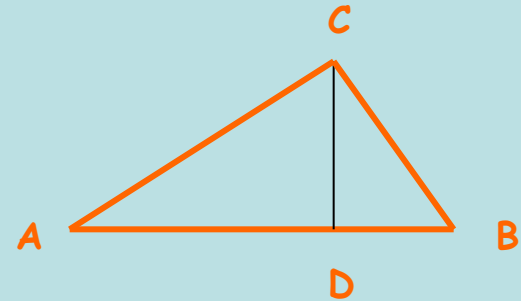
Дата и место смерти - ок.490г.до н.э., неизвестно

[Вернуться назад](#)

Теорема и ее доказательства

Теорема (Пифагора)

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



Доказательство №1.

ABC - данный треугольник с $\angle C = 90$ градусов. Проведем высоту CD из вершины C . По определению косинуса угла $\cos A = AD:AC = AC:AB$. Отсюда $AB * AD = AC^2$. Аналогично, $\cos B = BD:BC = BC:AB$. Отсюда $AB * BD = BC^2$. Складывая полученные равенства почленно и замечая, что $AD + DB = AB$, получим:

$$AC^2 + BC^2 = AB (AD + DB) = AB^2.$$

Теорема доказана.

Из теоремы Пифагора следует, что

В прямоугольном треугольнике любой из катетов меньше гипотенузы.

Отсюда, в свою очередь, следует, что

$\cos a$ меньше 1 для любого острого угла a

Доказательство №2.

Рассмотрим прямоугольный треугольник с катетами BC и AC , гипотенузой AB . Докажем, что $AB^2 = AC^2 + BC^2$.

Достроим треугольник до квадрата со стороной $AC + BC$ так, как показано на слайде. С квадрата $= (AC + BC)^2$. С другой стороны, этот квадрат составлен

из 4-х равных прямоугольных треугольников, S каждого из них равна $\frac{1}{2} AC \cdot BC$

и квадрата, со стороной AB ,
поэтому

$$S = 4 * \frac{1}{2} AC \cdot BC + AB^2 = 2 AC \cdot BC + AB^2$$

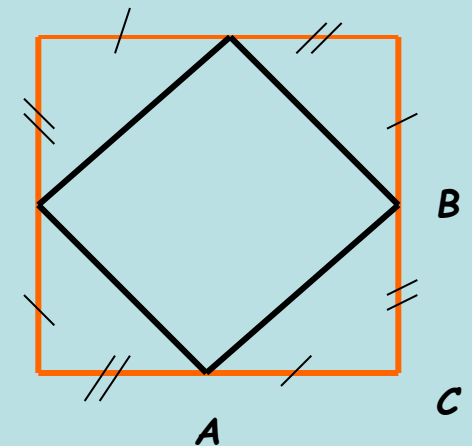
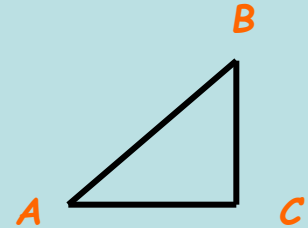
Таким образом,

$$AC^2 + 2AC \cdot BC + BC^2 = 2 AC \cdot BC + AB^2 ,$$

откуда

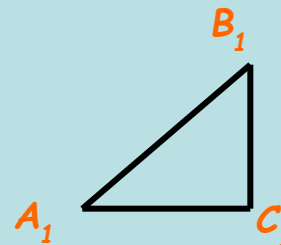
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 .$$

Теорема доказана.



Теорема, обратная теореме Пифагора.

Теорема. Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов других сторон, то треугольник прямоугольный.



Доказательство.

Пусть в треугольнике ABC $AB^2 = AC^2 + BC^2$. Докажем, что $\angle C$ прямой. Рассмотрим прямоугольный треугольник $A_1B_1C_1$ с $\angle C_1 = 90^\circ$, у которого $A_1C_1 = AC$ и $B_1C_1 = BC$.

По теореме Пифагора, $A_1B_1^2 = A_1C_1^2 + B_1C_1^2$, и, значит, $A_1B_1^2 = AC^2 + BC^2$. Но $AB^2 = AC^2 + BC^2$ по условию теоремы.

Следовательно, $A_1B_1^2 = AB^2$, откуда $A_1B_1 = AB$. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ равны по 3-му признаку равенства треугольников, поэтому $\angle C_1 = \angle C$, т.е. ABC является прямоугольным треугольником.

Теорема доказана.

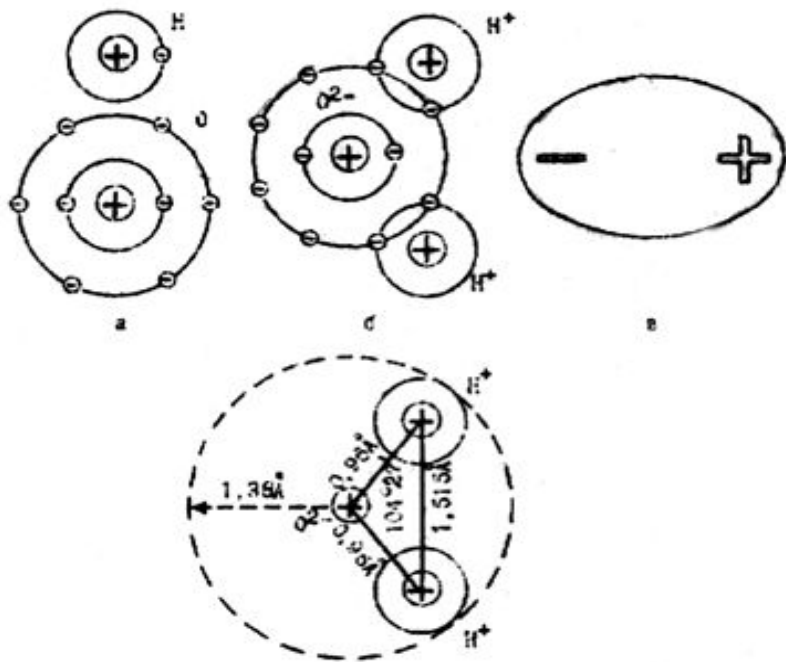
[Вернуться назад](#)

Египетский треугольник и его связь с водой.

Особенностью египетского треугольника является то, что при таком отношении сторон теорема Пифагора даёт целые квадраты как катетов, так и гипотенузы, то есть $9:16:25$. Данный треугольник является простейшим, и первым известным, из Героновых треугольников — треугольников с целочисленными сторонами и площадями.

Секрет египетского треугольника в... формуле H₂O.

В химии формула молекулы воды H₂O также популярна, как в математике $2 * 2 = 4$. Молекула состоит из одного атома кислорода и двух атомов водорода. Каждый из этих атомов в отдельности выглядит графически так, как показано на слайде. У атома кислорода на внешней орбите всего шесть электронов, а для полного счастья ему не хватает еще двух, чтобы получился полный комплект: восемь электронов. Первым кандидатом на занятие свободных мест является электрон водорода, и все потому что он — самый распространенный элемент во Вселенной. Так, путем присоединения двух атомов водорода, и образуется выдающееся творение - молекула воды. Но вот что странно: эти два атома водорода не нашли ничего лучшего, как расположиться с одной стороны атома кислорода. Тем самым они создали в этом районе молекулярного пространства избыток положительных зарядов, определяемых протонами — зарядами своих ядер. Для компенсации положительных зарядов кислороду пришлось сосредоточить с противоположной стороны своего атома четыре электрона, создав тем самым отрицательный заряд. Так молекула приобрела два разноименных полюса. Условно это можно представить так, как показано здесь же. Дипольная структура молекулы воды во многом определяет необычные свойства жидкости.



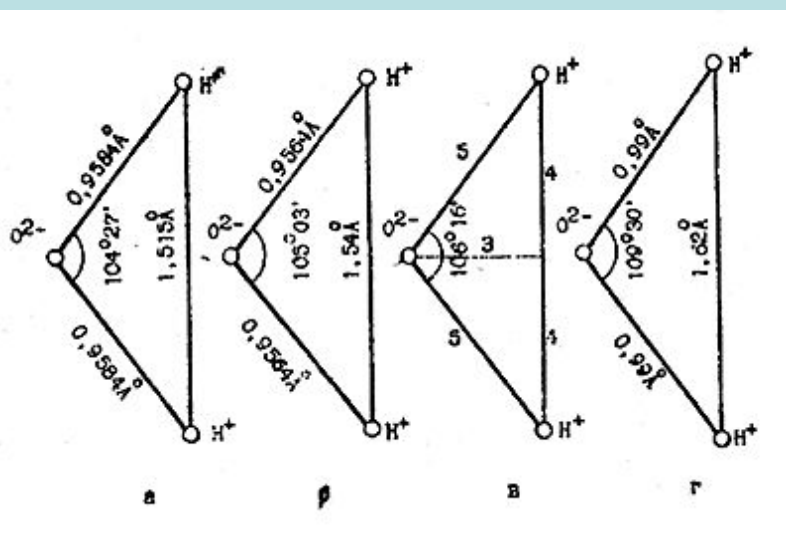
Геометрия молекулы воды:

а) Один атом водорода, с одним единственным электроном и один атом кислорода, с шестью электронами на внешнем энерг.уровне.

б) Образованная атомами кислорода и водорода молекула воды, которая является диполем.

в) Общий вид диполя молекулы воды

г) Размер молекулы воды в ангстремах для парообразного состояния



Геометрия и размеры молекулы воды для различных состояний:

а) Для парообразного состояния

б) Для низшего колебательного уровня

в) Для колебательного уровня, близкого к кристаллизации, когда геометрия молекулы соответствует пропорции Египетского треугольника 3 : 4 : 5.

г) Для кристаллизованной воды (лед).

[Вернуться назад](#)

Разгадка тайны треугольника

Где-то здесь, среди геометрических рисунков молекул воды и льда спрятан знаменитый египетский треугольник. Попробуем разделить пополам угол, образованный равными сторонами треугольника. Получим: $104^{\circ}27' : 2 = 52^{\circ}13'$, $105^{\circ}03' : 2 = 52^{\circ}31'$, $109,5^{\circ} : 2 = 54^{\circ}32'$. Как известно, угол в египетском треугольнике немного другой: $53^{\circ}08'$. Но он так близок. Не почувствовать, не ощутить его присутствие, — значит, не увидеть бревно в глазу. Здесь, где-то вблизи перехода в ледяной кристалл, когда структура воды приближается к закономерному строению кристаллического тела, находится египетский треугольник. Даже грубые расчеты указывают на это. Если, например, использовать геометрию молекулы воды для низшего колебательного уровня угол соответствует $53^{\circ}08'$. Полученная величина ровно столько, сколько в египетском треугольнике. Значит, многое зависит еще и от точности измерения геометрических параметров молекулы воды. Или от изотопного состава воды. И даже от тех, кто увидел в ней математическую фигуру — прямоугольный треугольник с соотношением сторон 3:4:5, который точно или почти точно соответствовал неповторимому образу молекулы воды в определенном состоянии.

Финальные титры

Презентацию подготовили:

Мехедова Екатерина, 8 «В»

Традун Дмитрий, 8 «В»

Филимонцев Владимир, 8 «В».

Особую благодарность выражаем Ефремовой Я.А.и Шустовой Т.В. за помощь в подготовке презентации.

Использованные материалы взяты из:

Википедия. ru и других Интернет-сайтов.

Учебники геометрии А.В. Погорелова, 7-9 классы, и
Л.С. Атанасяна, 7-9 классы.