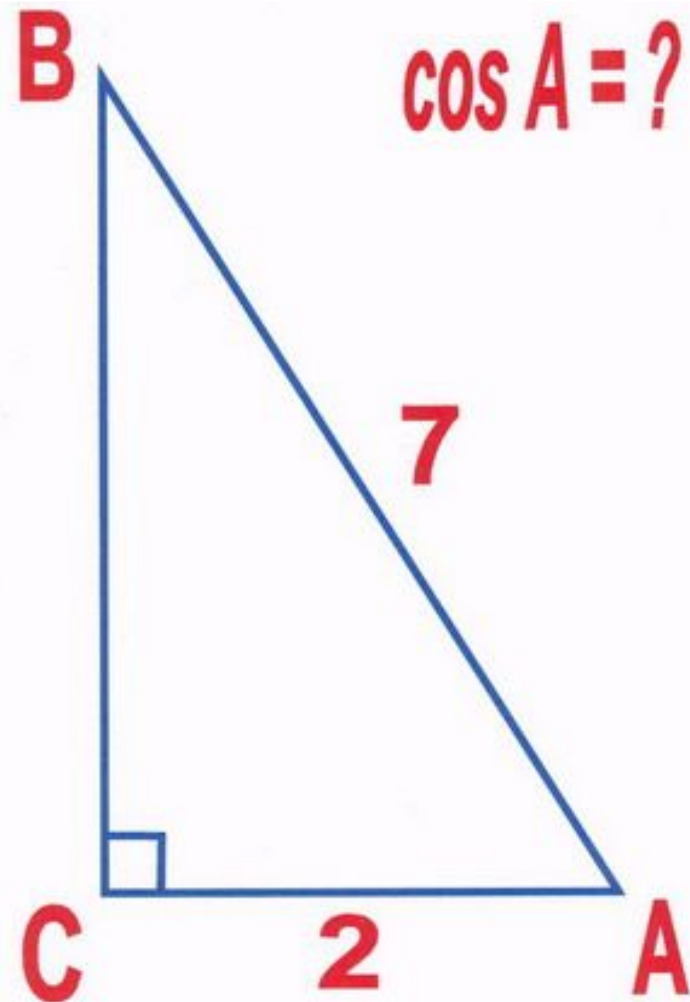


Теорема Пифагора

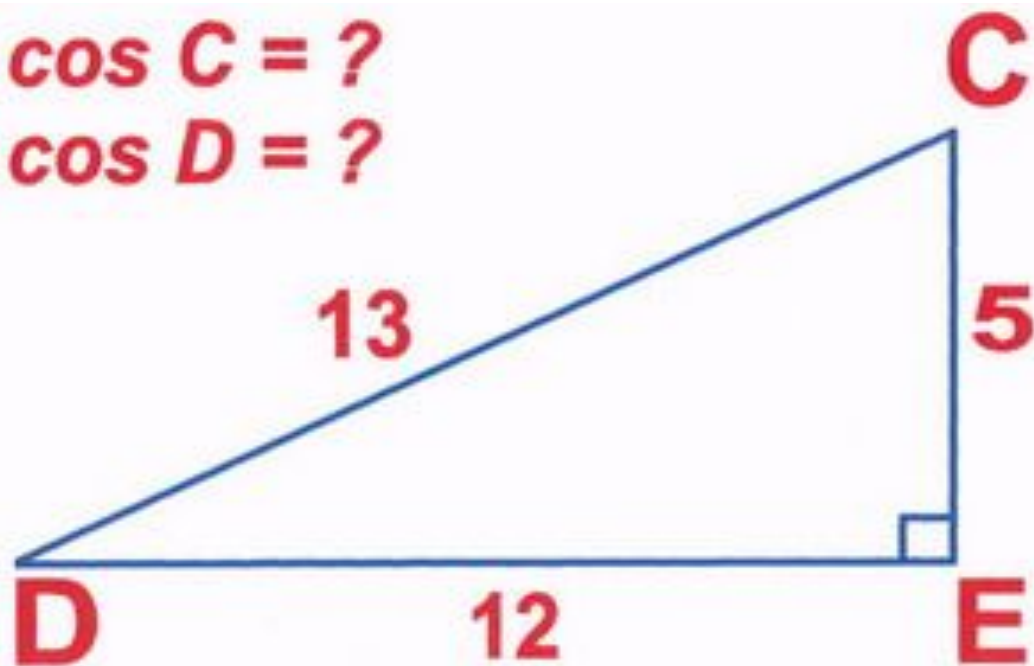
Задача



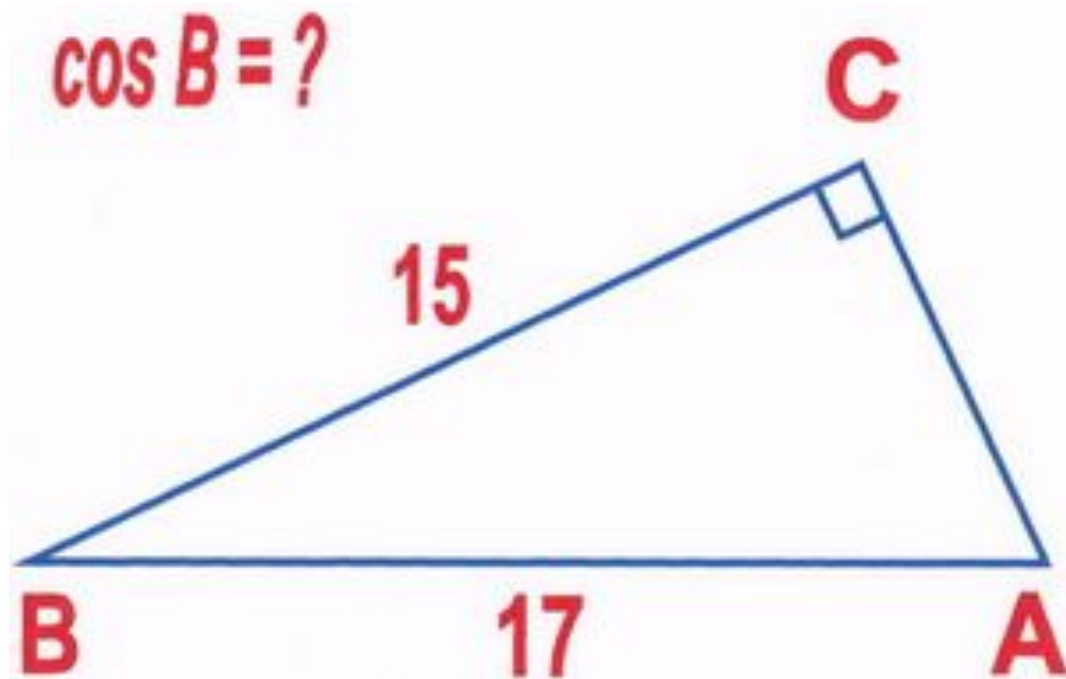
Задача

$$\cos C = ?$$

$$\cos D = ?$$



Задача



Пифагор Самосский



(ОК. 580 – ОК. 500 Г. ДО Н.Э.)

Открытия пифагорейцев

Пифагорейцами было сделано много важных открытий в арифметике и геометрии, в том числе:

- теорема о сумме внутренних углов треугольника;
- построение правильных многоугольников и деление плоскости на некоторые из них;
- геометрические способы решения квадратных уравнений;
- деление чисел на чётные и нечётные, простые и составные; введение фигурных, совершенных и дружественных чисел;
- доказательство того, что корень из 2 не является рациональным числом;
- создание математической теории музыки и учения об арифметических, геометрических и гармонических пропорциях и многое другое.

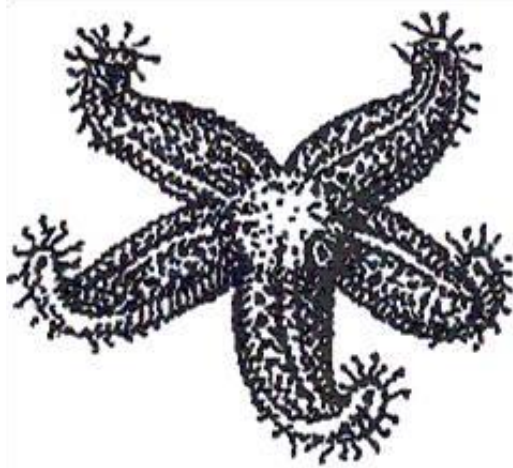
Поворотная симметрия 5-го порядка



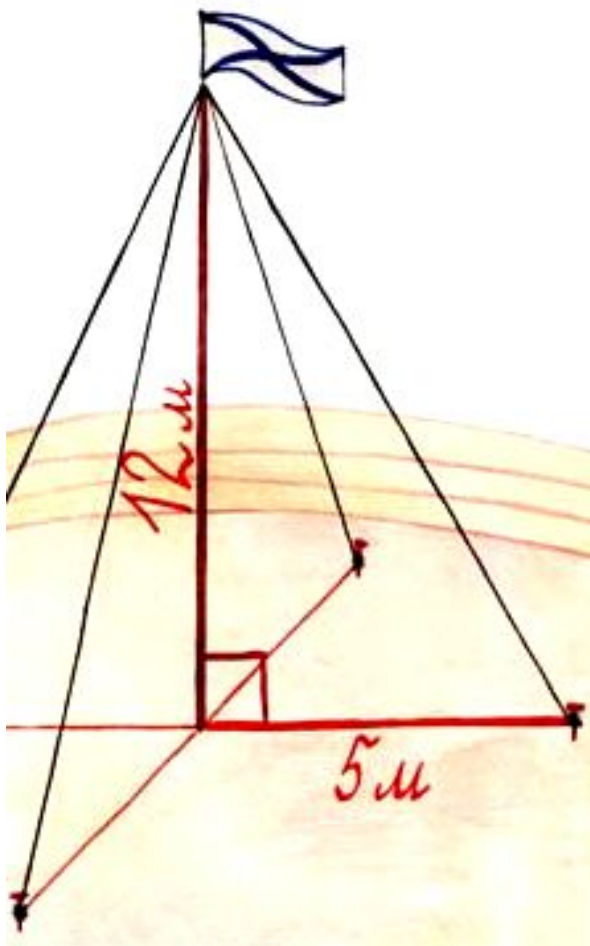
ШИПОВНИК
КОРИЧНЕВЫЙ



ЛАПЧАТКА
ГУСИНАЯ

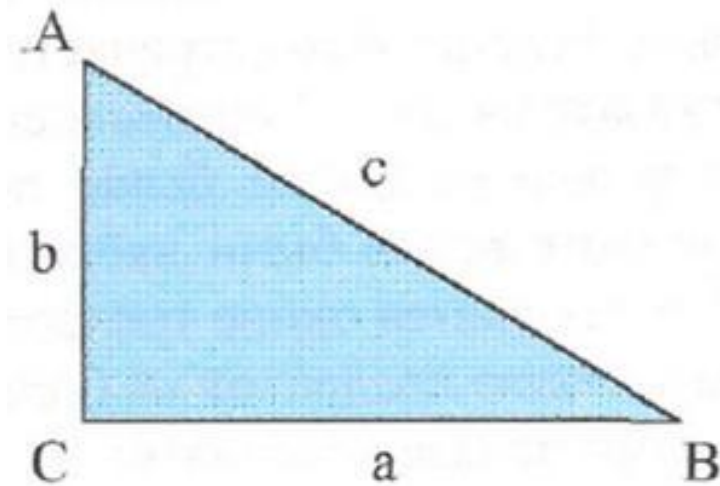


Задача

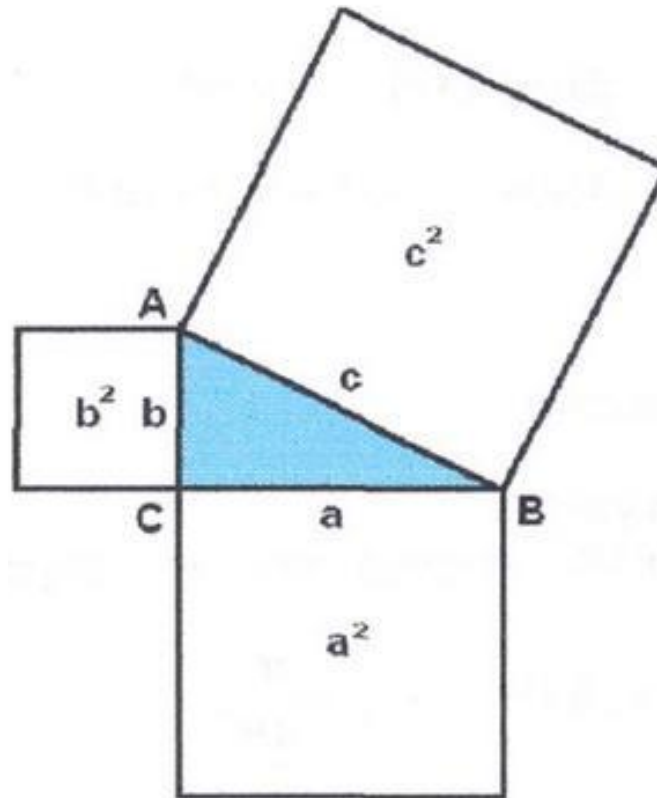


Для крепления мачты нужно установить 4 троса. Один конец каждого троса должен крепиться на высоте 12 м, другой на земле на расстоянии 5 м от мачты. Хватит ли 50 м троса для крепления мачты?

$$c^2 = a^2 + b^2$$

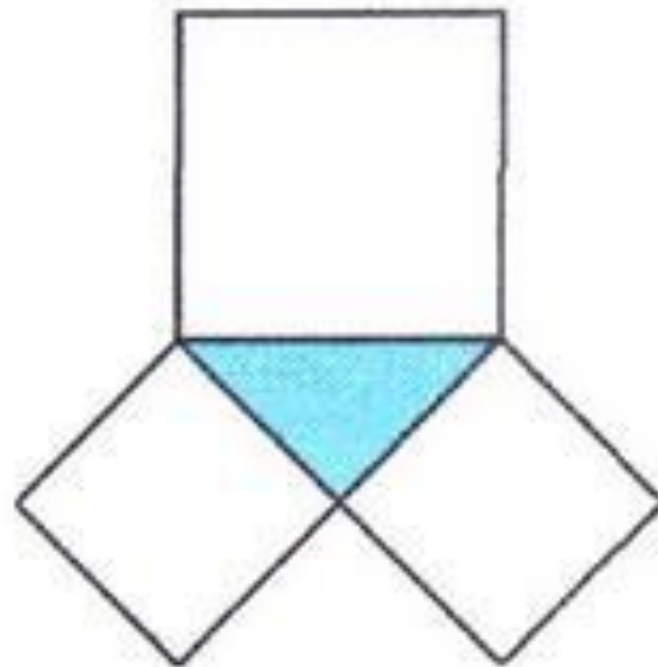
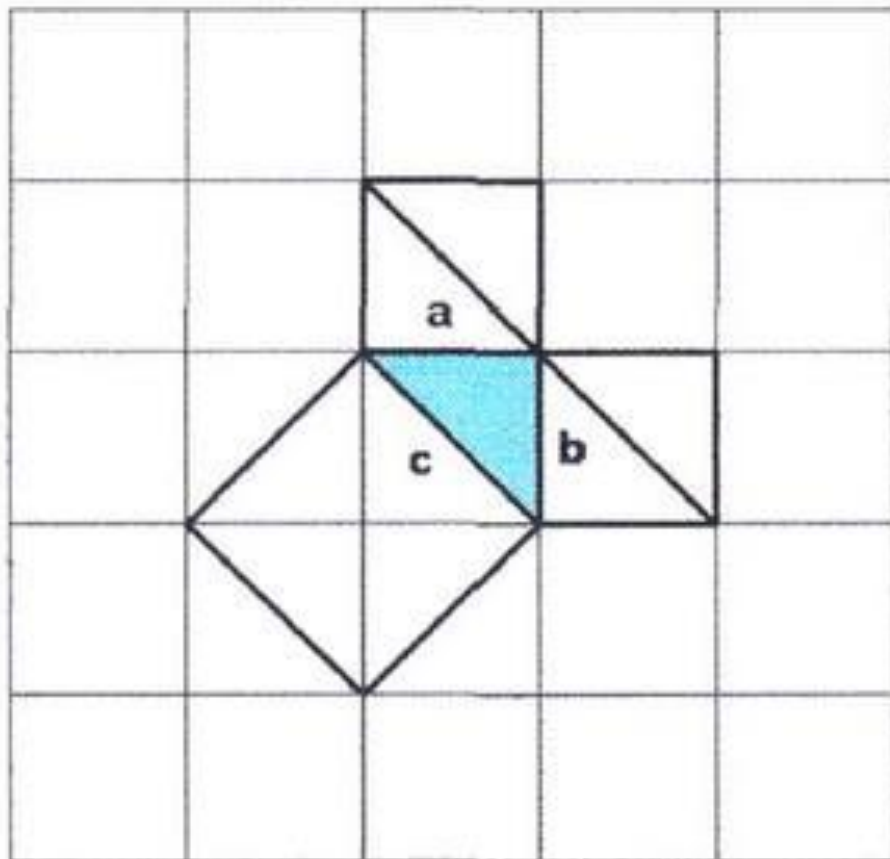


**В прямоугольном
треугольнике квадрат
гипотенузы равен сумме
квадратов катетов.**

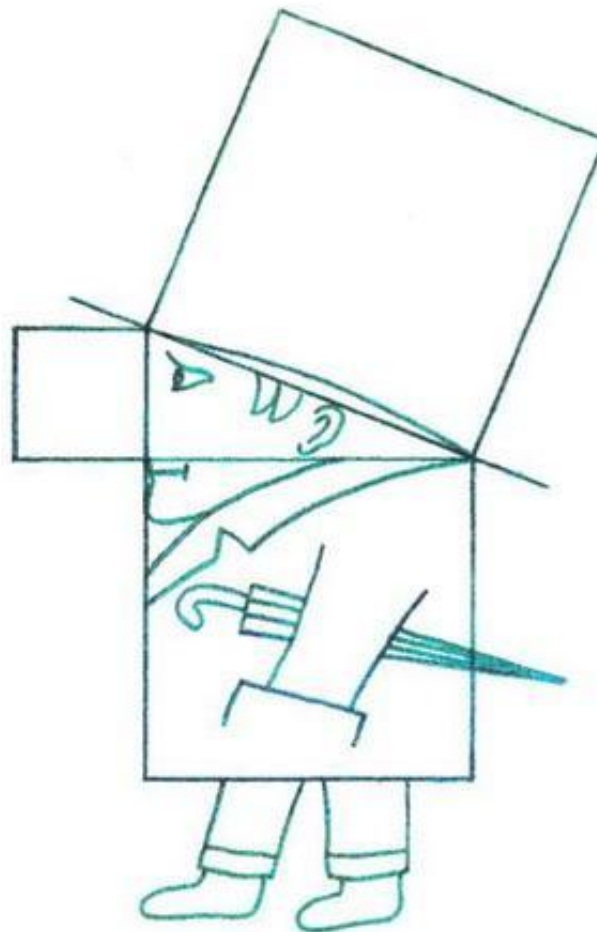
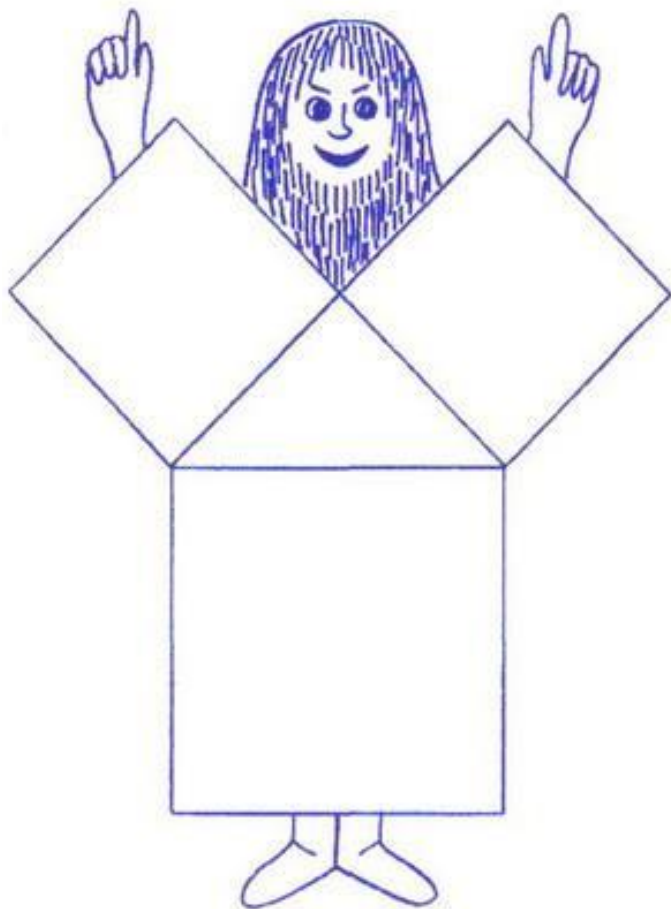


**Площадь квадрата, построенного на
гипотенузе прямоугольного треугольника,
равна сумме площадей квадратов,
построенных на его катетах.**

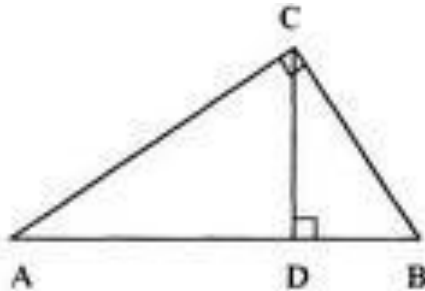
Пифагоровы штаны во все стороны равны



Шаржи



Теорема. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



Дано: $\triangle ABC$, $\angle C = 90^\circ$

Доказать: $AB^2 = AC^2 + BC^2$

Доказательство.

Проведём высоту CD из вершины прямого угла C .

Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе, поэтому

$$\text{из } \triangle ACD \cos A = \frac{AD}{AC}, \text{ а из } \triangle ABC \cos A = \frac{AC}{AB}$$

Так как равны левые части этих равенств, то равны и правые, следовательно, $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$.

Отсюда, по свойству пропорции, $AC^2 = AD \cdot AB$.

$$\text{Аналогично, из } \triangle BCD \cos B = \frac{DB}{BC}, \text{ а из } \triangle ABC \cos B = \frac{BC}{AB}$$

Так как равны левые части этих равенств, то равны и правые, следовательно, $\frac{DB}{BC} = \frac{BC}{AB}$.

Отсюда, по свойству пропорции, $BC^2 = DB \cdot AB$.

Сложим почленно полученные равенства, и вынесем общий множитель за скобки:

$$AC^2 + BC^2 = AD \cdot AB + DB \cdot AB = AB \underbrace{(AD + DB)}_{AB} = AB \cdot AB = AB^2$$

Получили

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

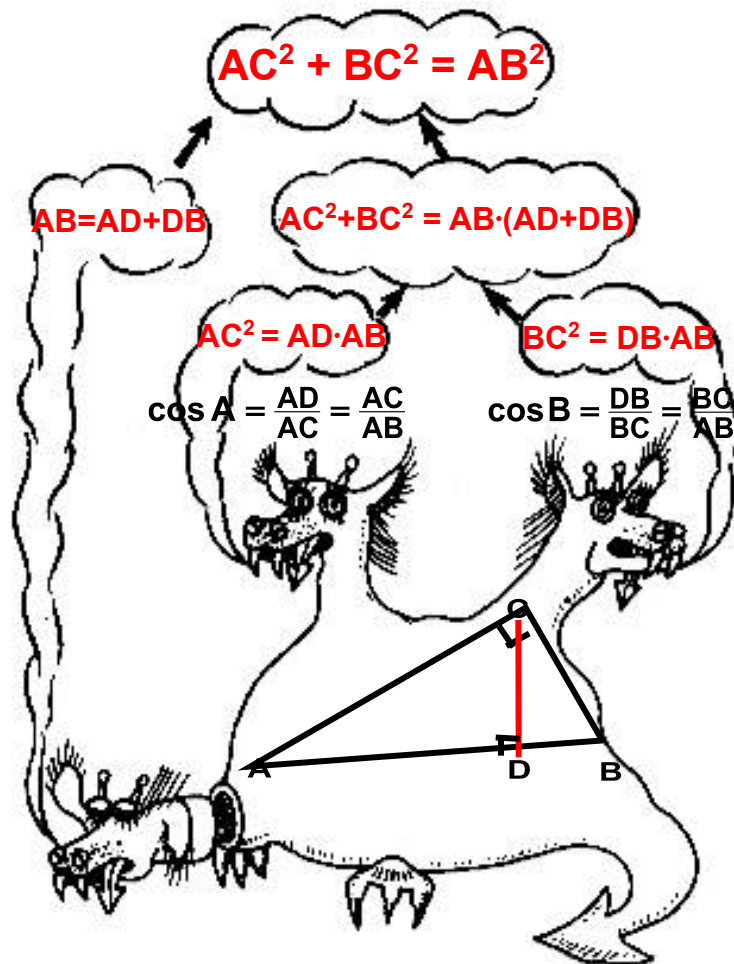
Теорема в стихах

Итак,

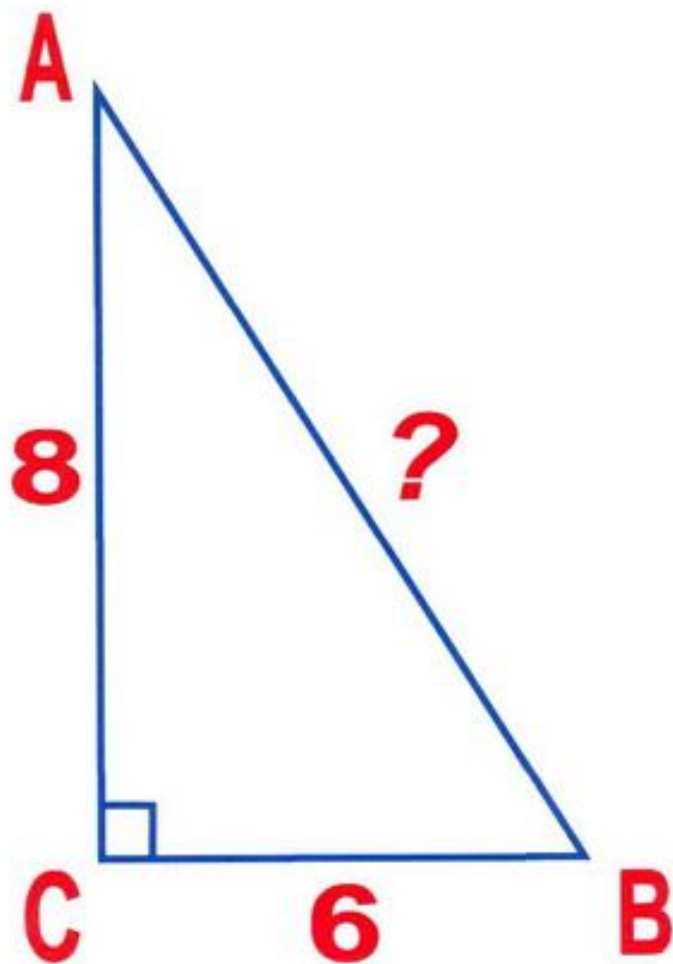
Если дан нам треугольник
И притом с прямым углом,
То квадрат гипотенузы
Мы всегда легко найдём:
Катеты в квадрат возводим,
Сумму степеней находим –
И таким простым путём
К результату мы придём.

Ч.т.д.

Рисунок – опорный сигнал



Задача



Решение

ΔABC – прямоугольный с гипотенузой AB , по теореме Пифагора:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2,$$

$$AB^2 = 8^2 + 6^2,$$

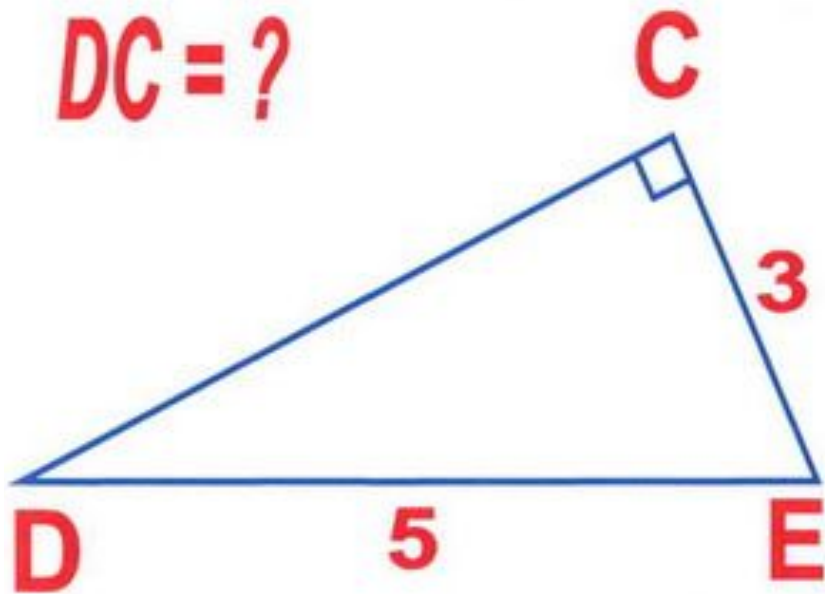
$$AB^2 = 64 + 36,$$

$$AB^2 = 100,$$

$$\underline{AB = 10.}$$

Задача

Решение



ΔDCE – прямоугольный с гипотенузой DE, по теореме Пифагора:

$$DE^2 = DC^2 + CE^2,$$

$$DC^2 = DE^2 - CE^2,$$

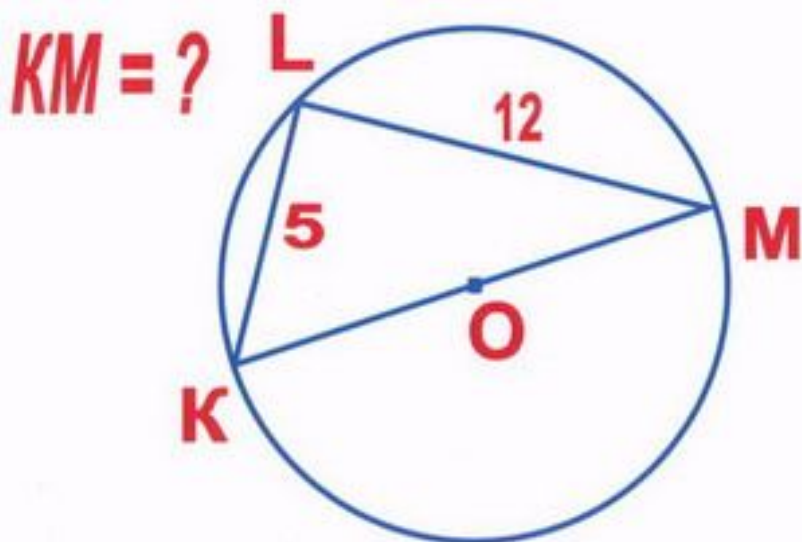
$$DC^2 = 5^2 - 3^2,$$

$$DC^2 = 25 - 9,$$

$$DC^2 = 16,$$

$$\underline{DC = 4.}$$

Задача



Решение

$\angle KLM$ вписан в окружность и опирается на диаметр KM . Так как вписанные углы, опирающиеся на диаметр, прямые, то $\angle KLM$ – прямой.

Значит, $\triangle KLM$ – прямоугольный. По теореме Пифагора для $\triangle KLM$ с гипотенузой KM :

$$KM^2 = KL^2 + LM^2,$$

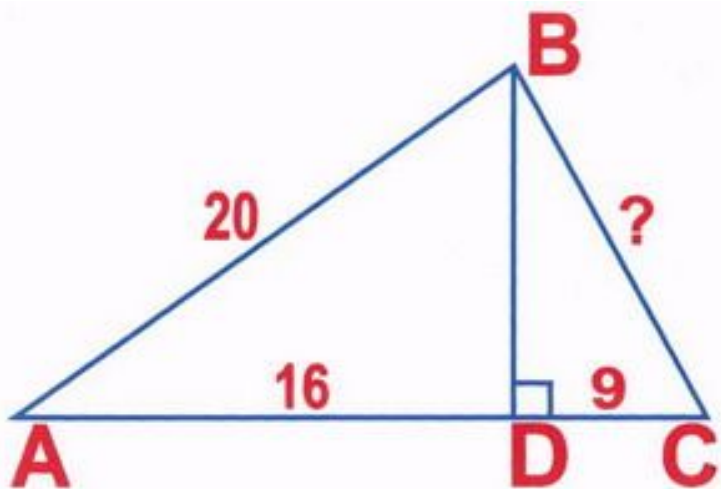
$$KM^2 = 5^2 + 12^2,$$

$$KM = 25 + 144,$$

$$KM = 169,$$

$$\underline{KM = 13.}$$

Задача. Высота, опущенная из вершины В $\triangle ABC$, делит сторону AC на отрезки, равные 16 см и 9 см. Найдите сторону BC, если сторона AB равна 20 см.



Дано: $\triangle ABC$, $BD \perp AC$, $AB = 20$ см,
 $AD = 16$ см, $DC = 9$ см.

Найти: BC.

Решение

1) По условию задачи $BD \perp AC$, значит, $\triangle ABD$ и $\triangle CBD$ – прямоугольные.

2) По теореме Пифагора для $\triangle ABD$:

$$AB^2 = AD^2 + BD^2, \text{ отсюда} \quad BD^2 = AB^2 - AD^2,$$

$$BD^2 = 20^2 - 16^2,$$

$$BD^2 = 400 - 256,$$

$$BD^2 = 144,$$

$$\underline{BD = 12 \text{ см.}}$$

3) По теореме Пифагора для $\triangle CBD$: $BC^2 = BD^2 + DC^2$, отсюда

$$BC^2 = 12^2 + 9^2,$$

$$BC^2 = 144 + 81,$$

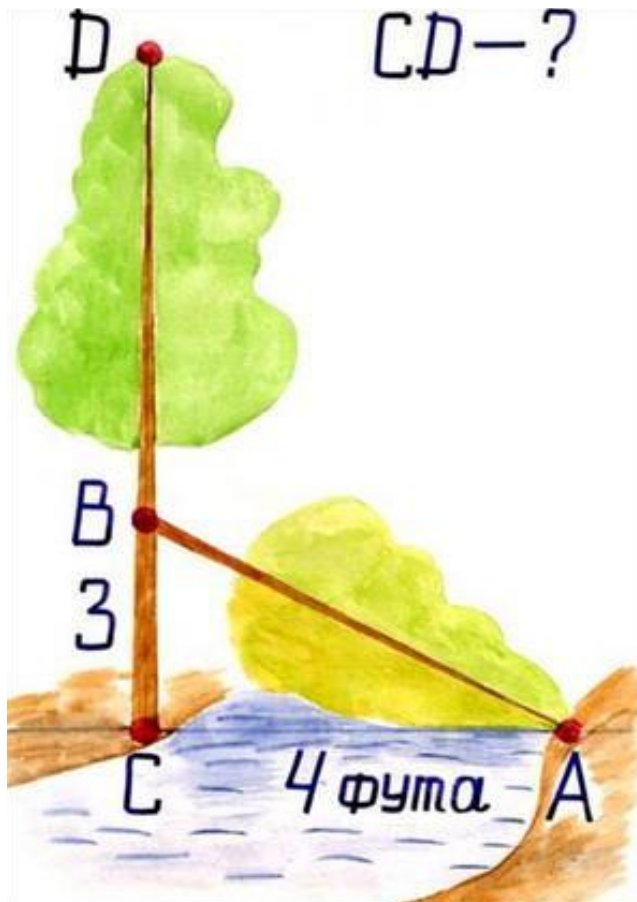
$$BC^2 = 225,$$

$$\underline{BC = 15 \text{ см.}}$$

Ответ: $BC = 15$ см.

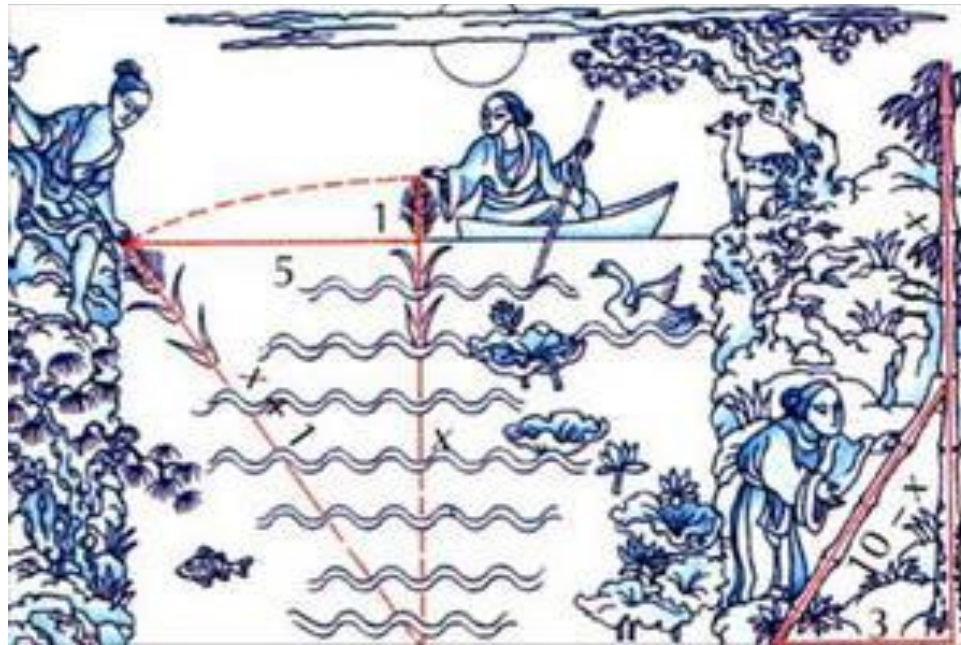
Замечание. На втором этапе решения достаточно было найти BD^2 и подставить его значение в равенство $BC^2 = BD^2 + DC^2$.

Задача индийского математика XII века Бхаскары



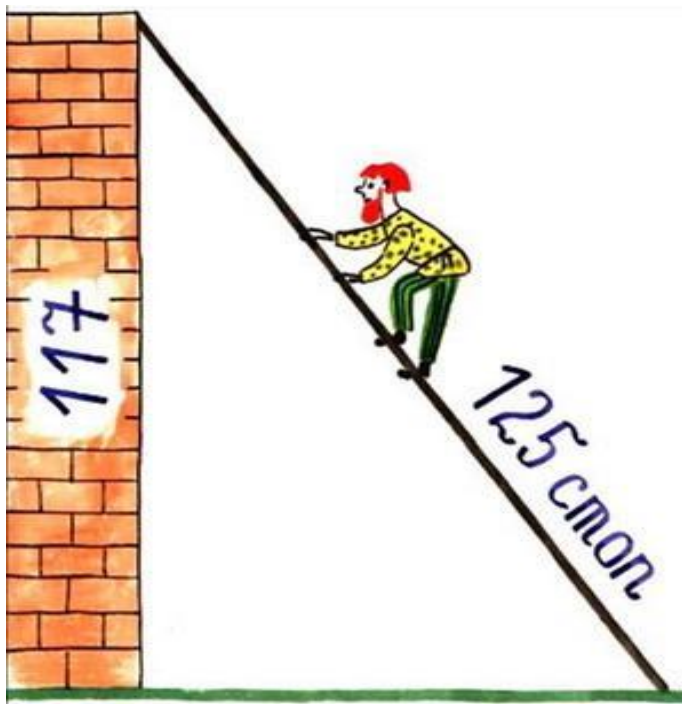
На берегу реки рос тополь одинокий.
Вдруг ветра порыв его ствол надломал.
Бедный тополь упал. И угол прямой
С течением реки его ствол составлял.
Запомни теперь, что в этом месте река
В четыре лишь фута была широка
Верхушка склонилась у края реки.
Осталось три фута всего от ствола,
Прошу тебя, скоро теперь мне скажи:
У тополя как велика высота?»

Задача из китайской «Математики в девяти книгах»



Имеется водоем со стороной в 1 чжан = 10 чи. В центре его растет камыш, который выступает над водой на 1 чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснется его. Спрашивается: какова глубина воды и какова длина камыша?

Задача из учебника «Арифметика» Леонтия Магницкого



Случися некому человеку к стене лестницу прибрати, стены же тоя высота есть 117 стоп. И обреете лестницу долготью 125 стоп. И ведати хочет, колико стоп сея лестницы нижний конец от стены отстояти имать.

Пентаграмма

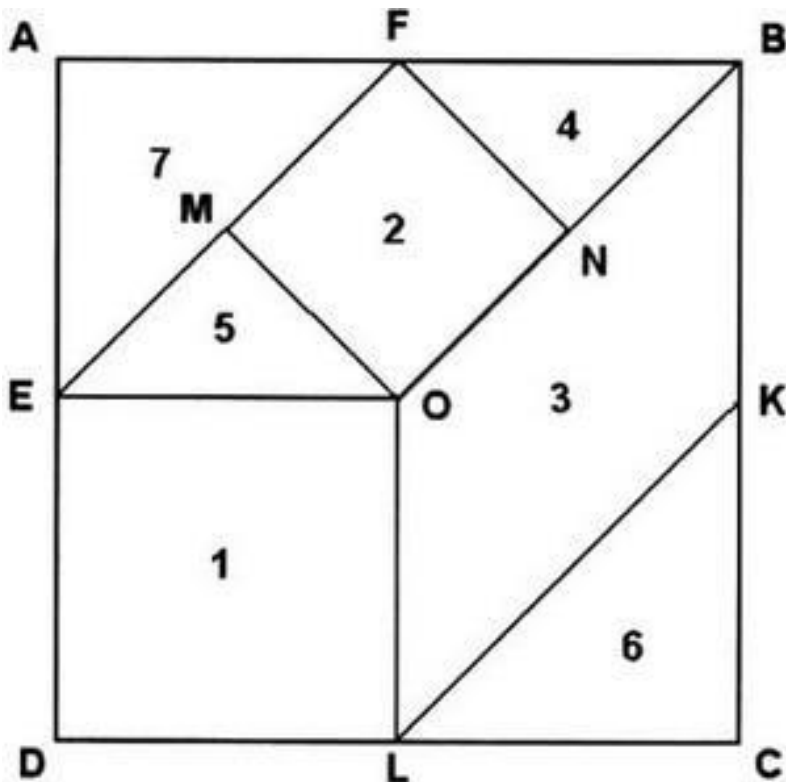
Мефистофель: Нет, трудновато выйти мне теперь,
Тут кое-что мешает мне немного:
Волшебный знак у вашего порога.

Фауст: Не пентаграмма ль этому виной?
Но как же, бес, пробрался ты за мной?
Каким путем впросак попался?

Мефистофель: Изволили ее вы плохо начертить,
И промежуток в уголку остался,
Там, у дверей, - и я свободно мог вскочить.



Пифагорова головоломка



Из семи частей квадрата
составить снова квадрат,
прямоугольник,
равнобедренный
треугольник, трапецию.
Квадрат разрезается так:
Е, F, К, L – середины
сторон квадрата,
О – центр квадрата,
 $OM \perp EF$, $NF \perp EF$.