

ЗОЛОТАЯ ТЕОРЕМА ГЕОМЕТРИИ

Различные доказательства
теоремы Пифагора
8 класс

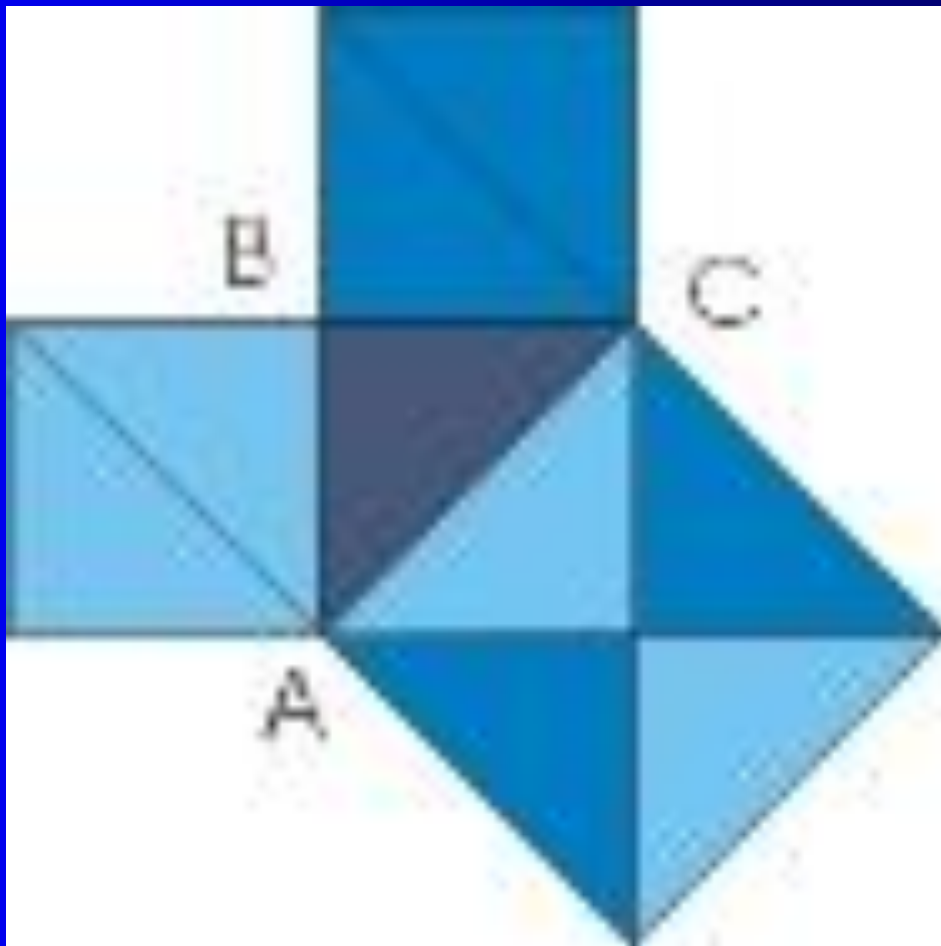
МОУ “Яконурская средняя общеобразовательная школа”
Учитель математики Елекова Эльвира Михайловна

Золотая теорема геометрии

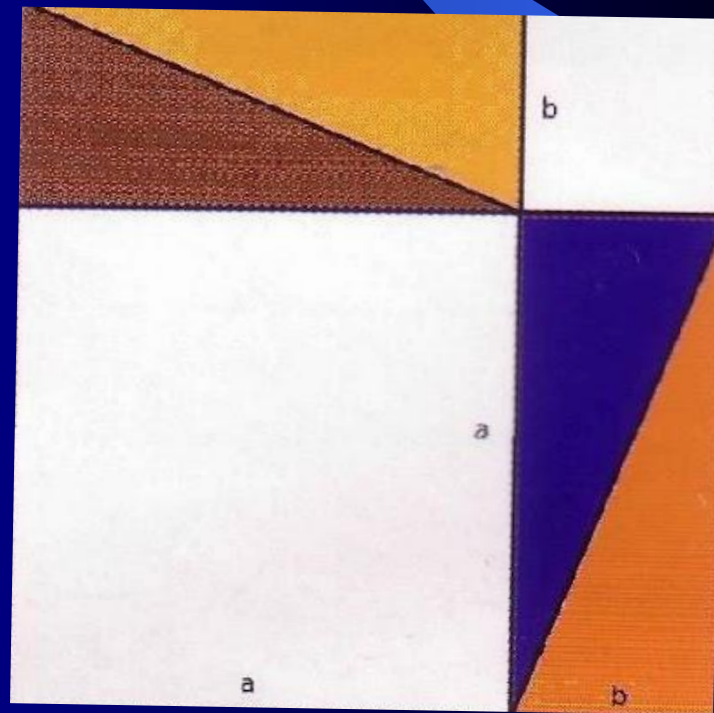
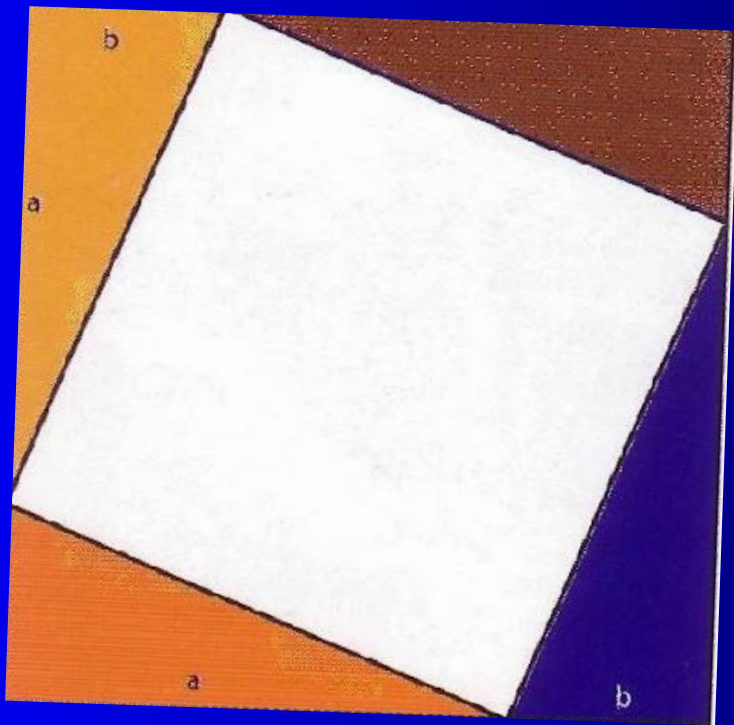


- Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов.

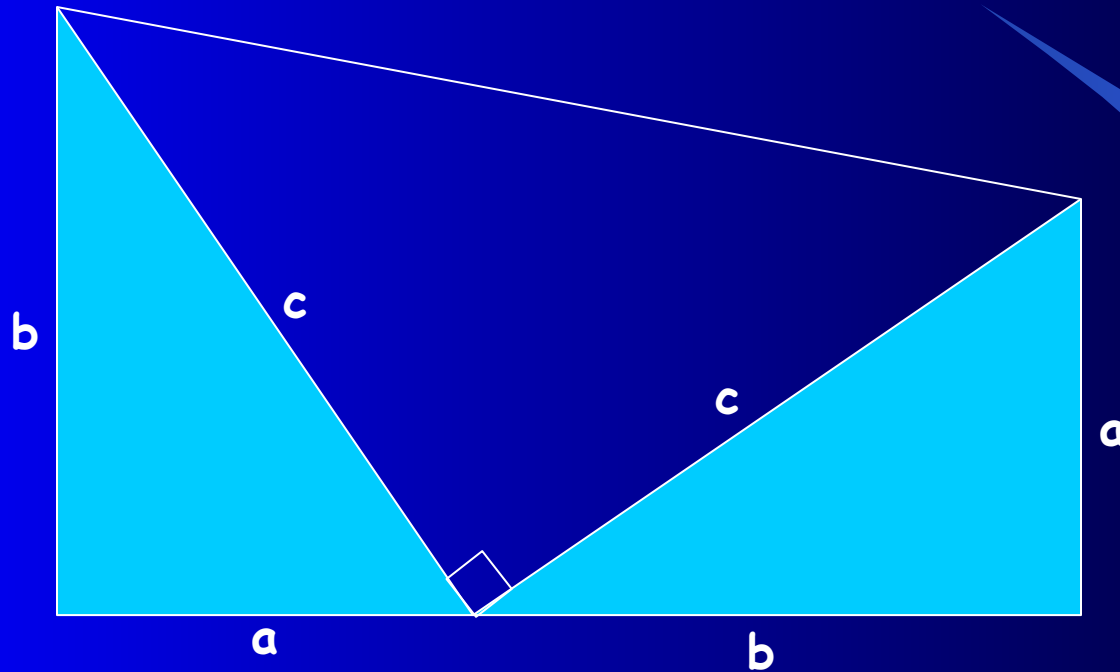
Смотри и докажи!
($\triangle ABC$ - прямоугольный равнобедренный)



Смотри и докажи!



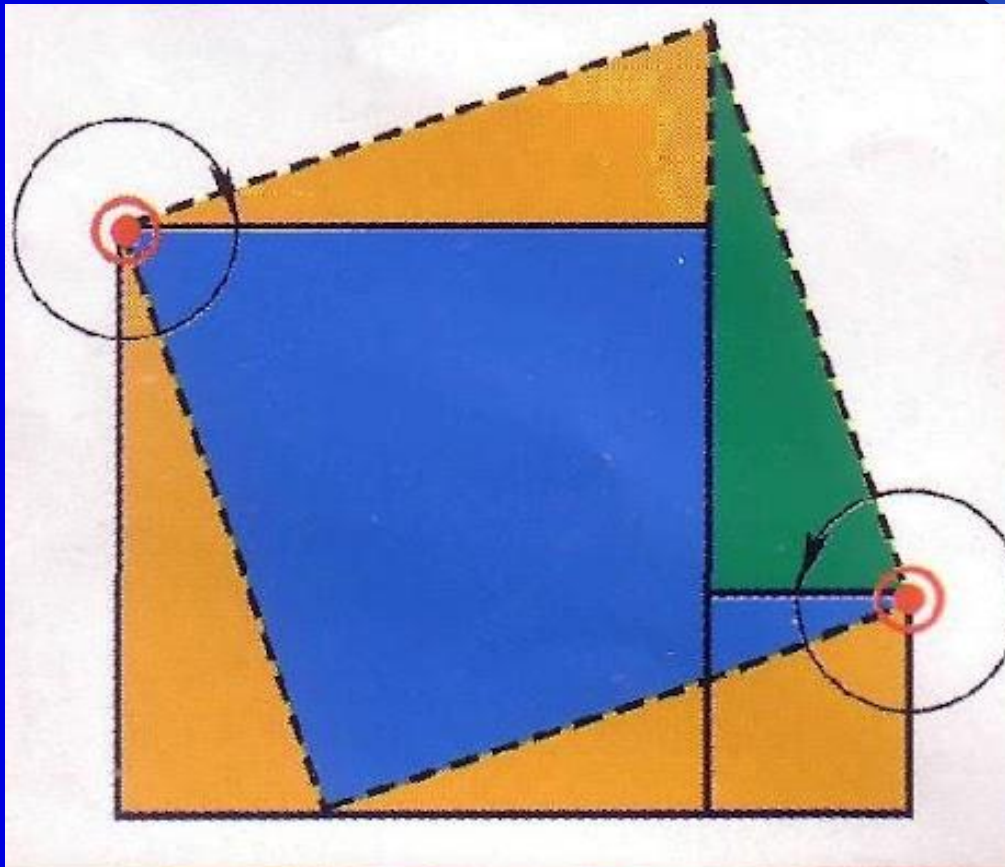
Доказательство Вальдхейма (по некоторым данным: Джеймса Гарфилда (двадцатого президента США, 1880 г)



Площадь трапеции с основаниями a и b , и высотой $a+b$ можно вычислить двумя способами:

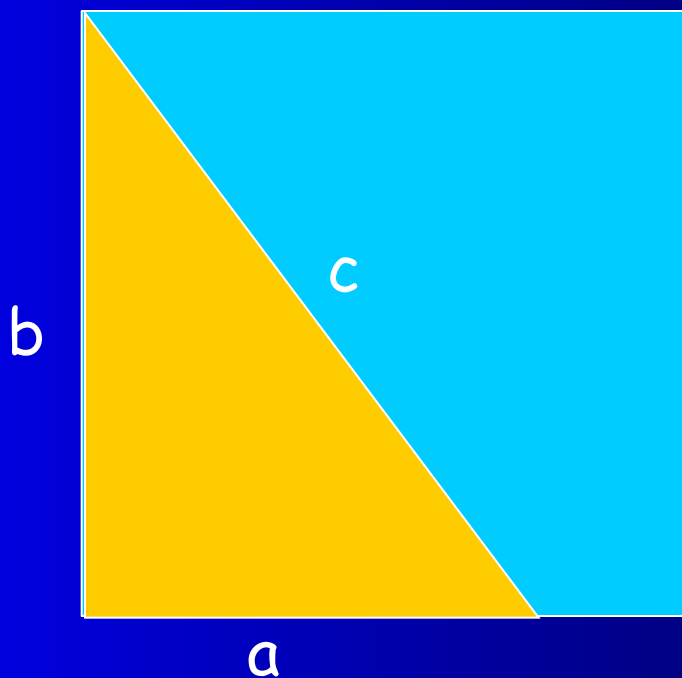
$$S = \frac{(a+b)^2}{2} \quad S = 2\left(\frac{ab}{2}\right) + \frac{c^2}{2}$$

Смотри и докажи, применяя свойства площадей.

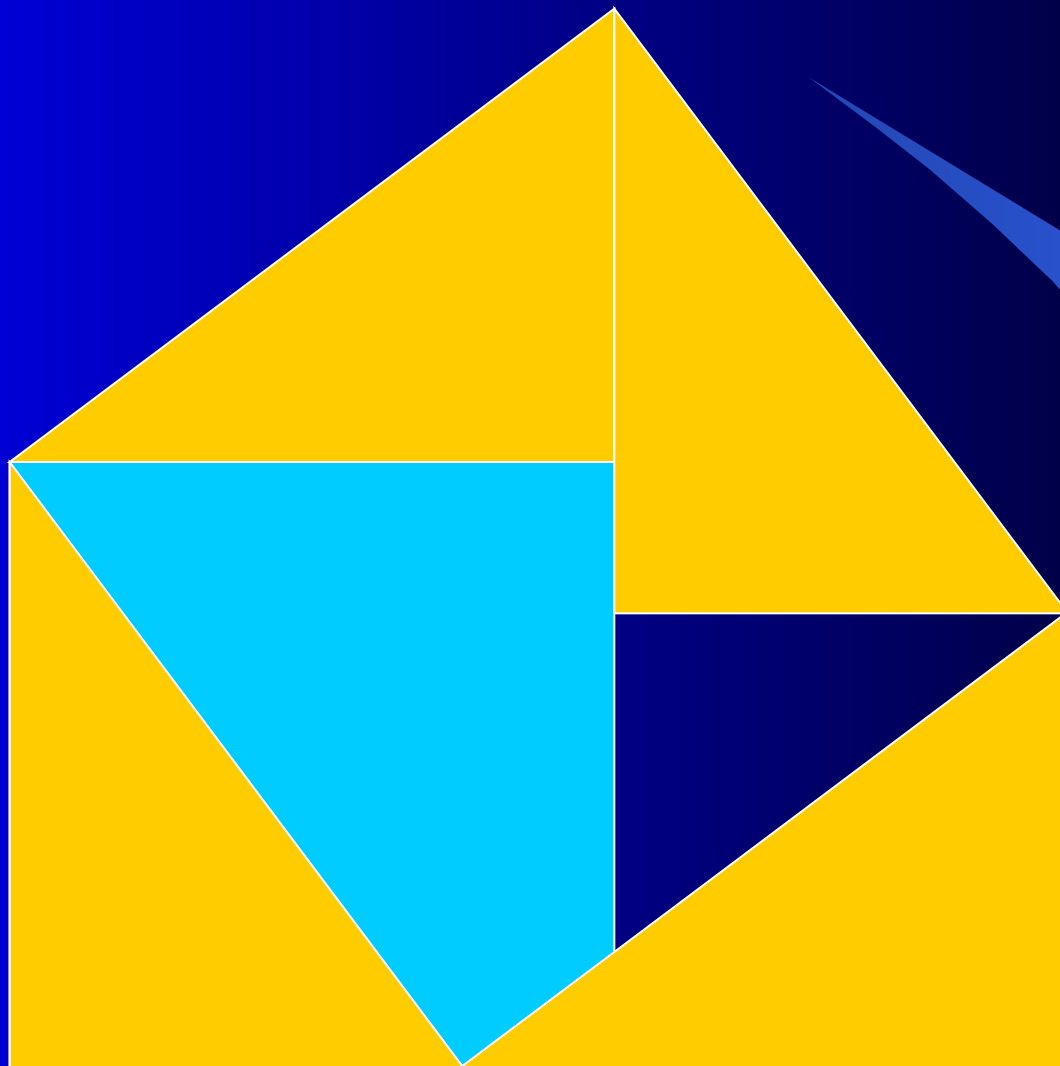


Доказательство индийского математика Басхары

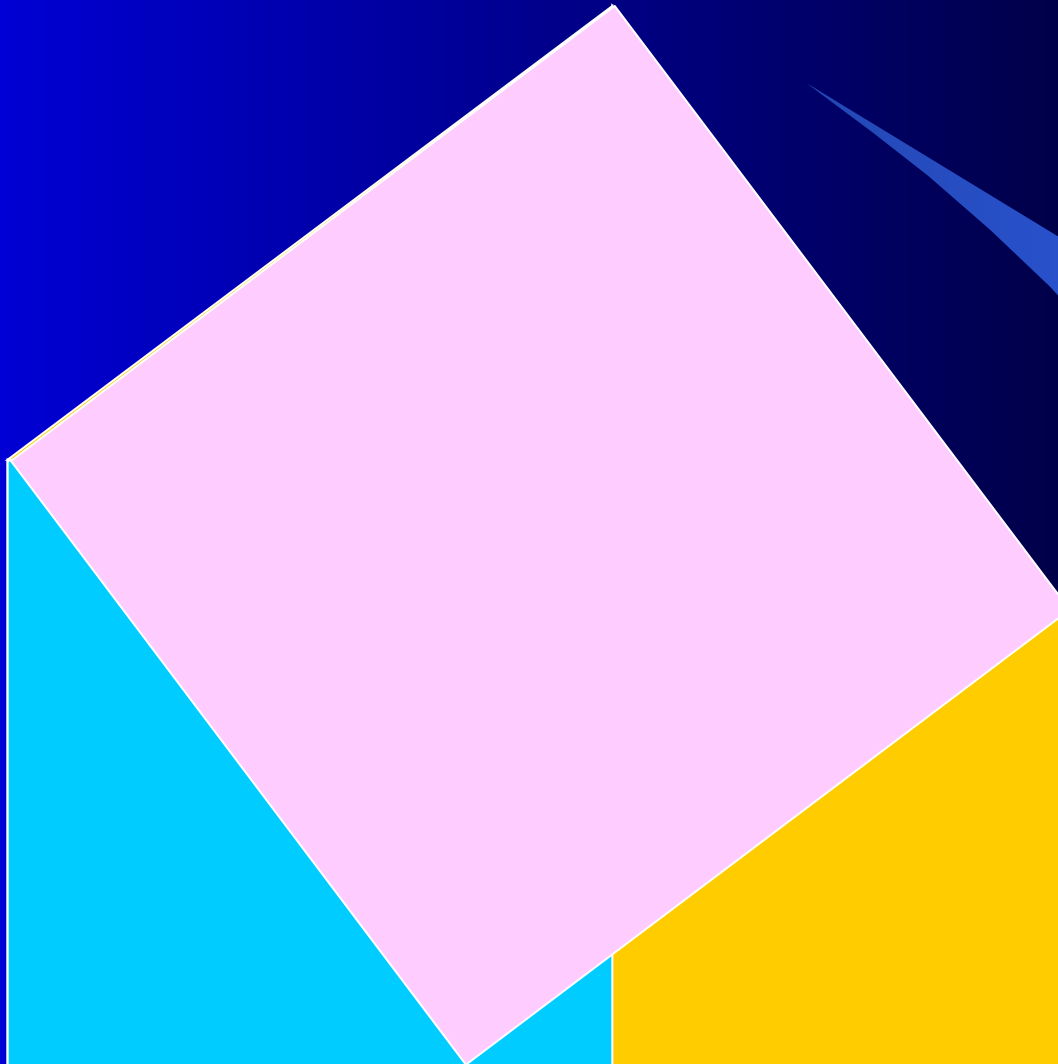
Достроим прямоугольный треугольник до квадрата со стороной, равной длине большего катета b



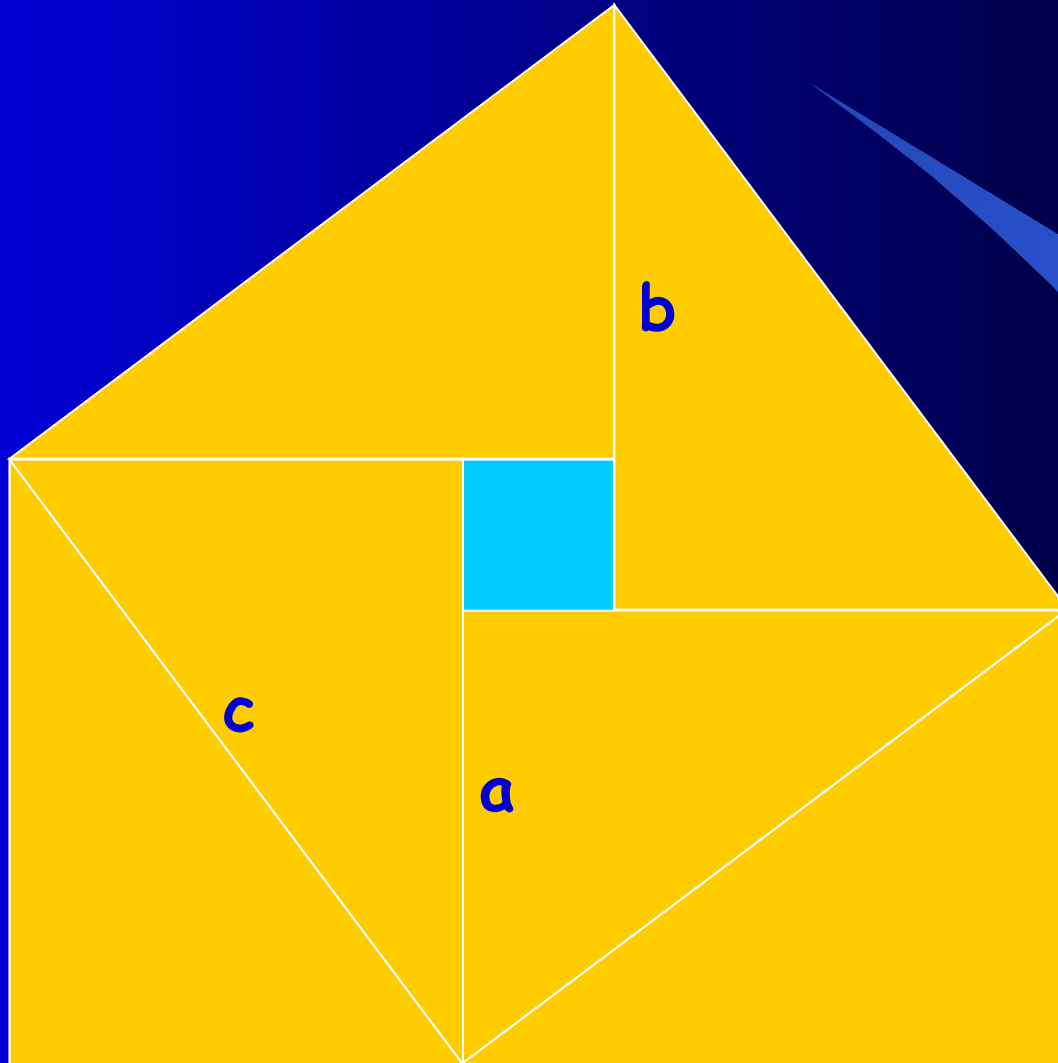
Отложим точно такие же треугольники как показано на рисунке.



На рисунке есть квадрат, площадь которого равна b^2
Есть квадрат, площадь которого равна c^2



Квадрат со стороной c состоит из четырех треугольников с катетами a и b и одного квадрата со стороной $b-a$



Рассуждения:

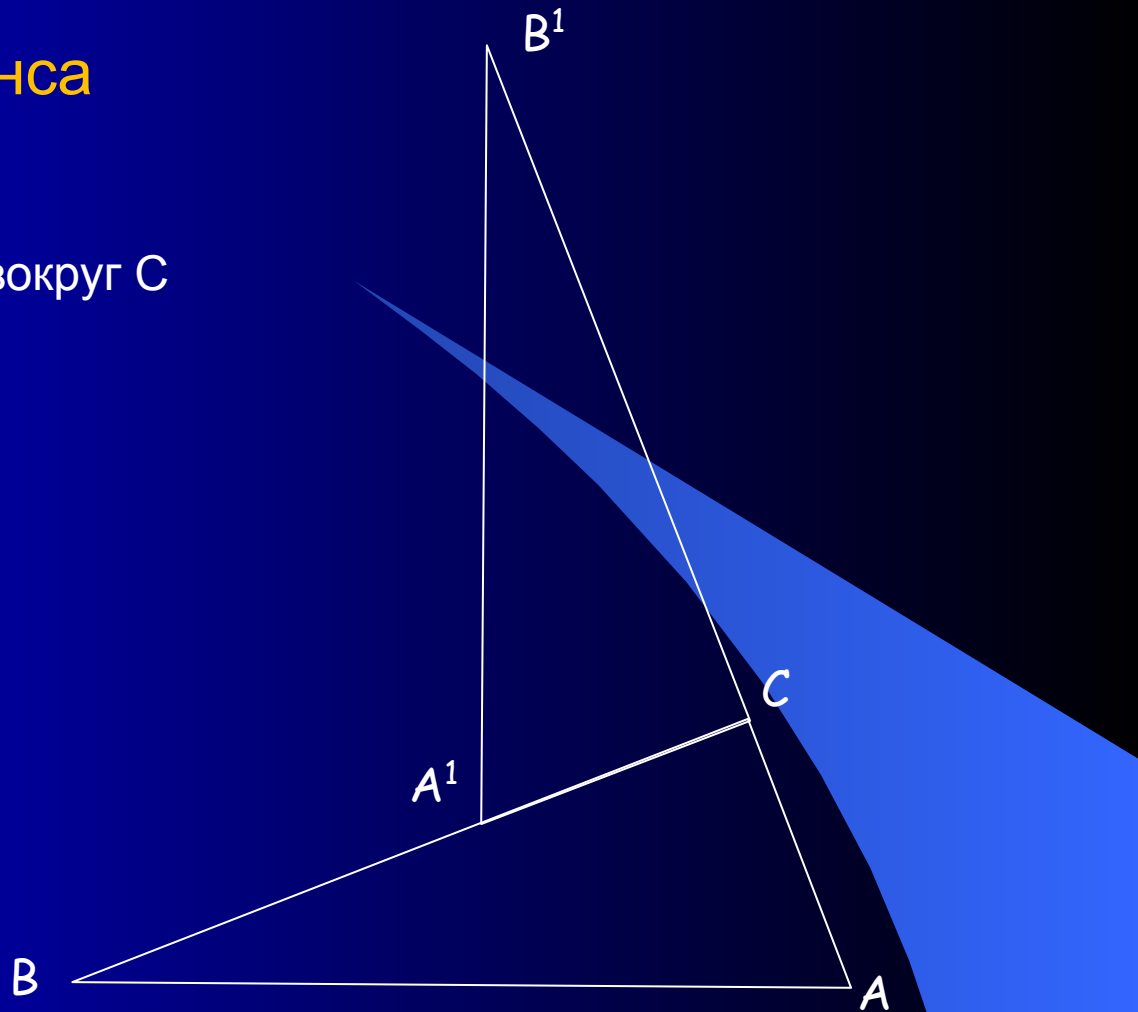
Большой квадрат состоит из четырех равных прямоугольных треугольников с катетами a и b и одного квадрата со стороной $b-a$

$$\begin{aligned} \text{т.е. } c^2 &= 4 \cdot S_{\text{тр}} + (b-a)^2 = \\ &= 4 \cdot (ab/2) + (b-a)^2 = 2ab + b^2 - 2ab + a^2 = \\ &= a^2 + b^2 \end{aligned}$$

Итак, $c^2 = a^2 + b^2$ что и требовалось доказать.

Доказательство Хоукинса

Повернем треугольник ABC вокруг C на 90°



Рассуждения

$$S_{CAA^1} = b^2/2$$

$$S_{CBB^1} = a^2/2$$

$$S_{AA^1BB^1} = (a^2 + b^2)/2$$

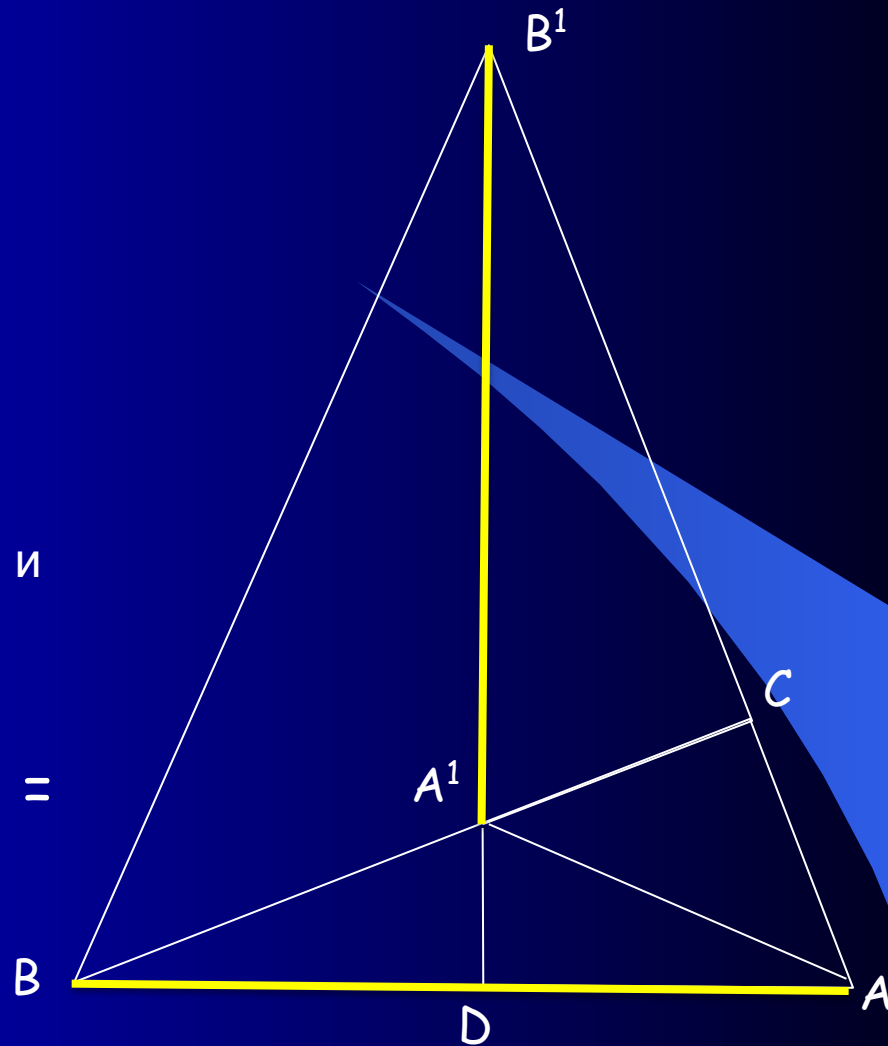
c - общая сторона $\triangle A^1BB^1$ и $\triangle A^1AB^1$ $B^1D \perp AB$

$$S_{AA^1BB^1} = (c \cdot BD + c \cdot AD)/2 = (c \cdot AB)/2 = c^2/2$$

$$(a^2 + b^2)/2 = c^2/2$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

что и требовалось доказать.



Образовательные ресурсы

1. Теорема Пифагора - история, доказательства, применения.
<http://th-pif.narod.ru/index.htm>
2. Сайт учителя Шапошникова И.М. Геометрия.
<http://мойпифагор.narod.ru>
3. Теорема Пифагора.
<http://th-pif.narod.ru/formul.htm>
4. В. Литцман Теорема Пифагора.
<http://ega-ath.narod.ru/Books/Pythagor.htm>