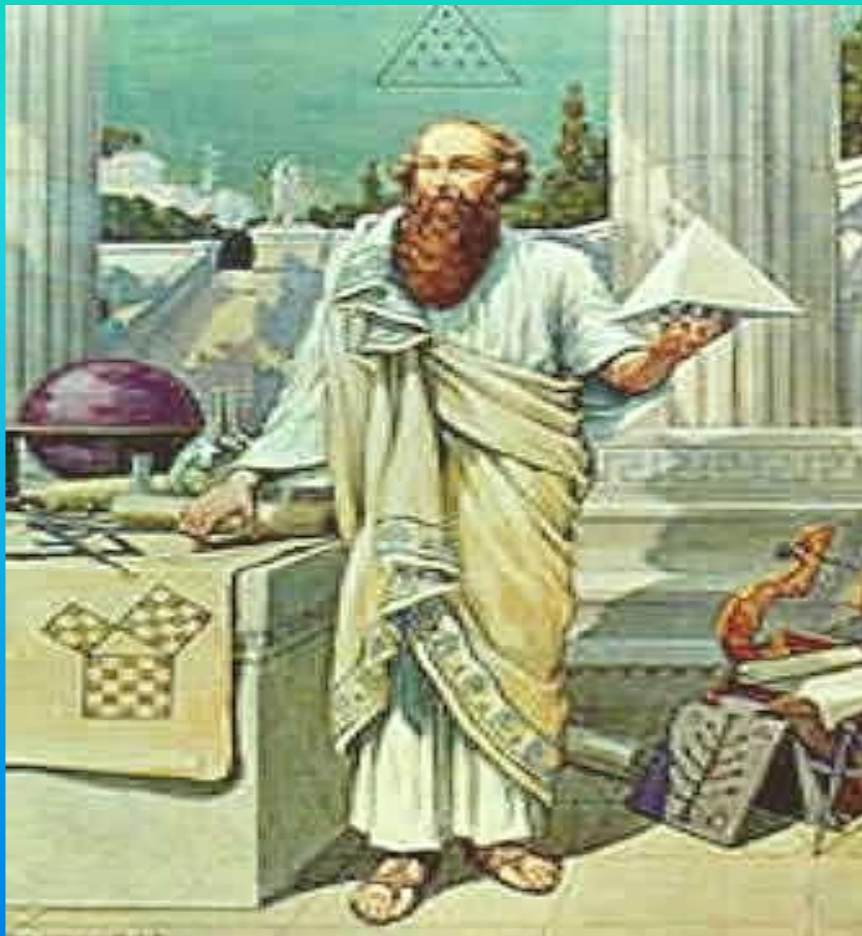
Управление образования администрации городского округа
город Волжский Волгоградской области
Муниципальное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №14 «Зелёный шум»

«Теорема Пифагора и способы её доказательства»

Автор: **Тагаева К.И.**
Руководитель: **Лопатина И.С.**

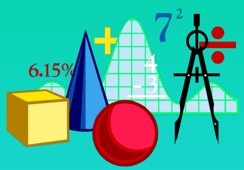


Суть истины вся в том,
что нам она – навечно,
Когда хоть раз в прозрении
её увидим свет,
И теорема Пифагора через
столько лет
Для нас, как для него,
бесспорно безупречна…

Шамиссо

«Геометрия обладает двумя великими сокровищами. Первое – это теорема Пифагора…»

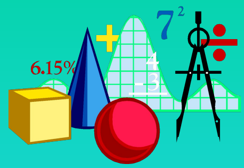
Иоганн Кеплер



Теорема Пифагора

красота простота значимост

Цель :

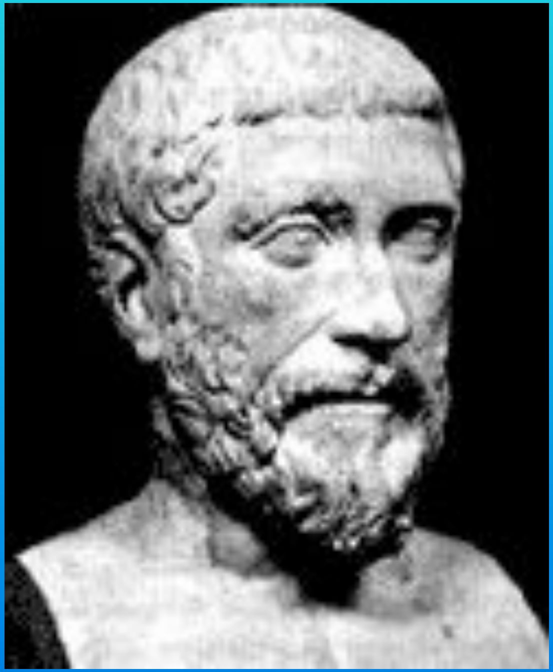


- Рассмотреть классические и малоизвестные доказательства теоремы Пифагора
- Познакомиться с областями применения теоремы и с фактами истории открытия теоремы Пифагора
- Сделать выводы о значимости теоремы Пифагора

Пифагор Самосский

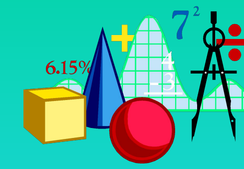
(570-500 гг. до н.э.)

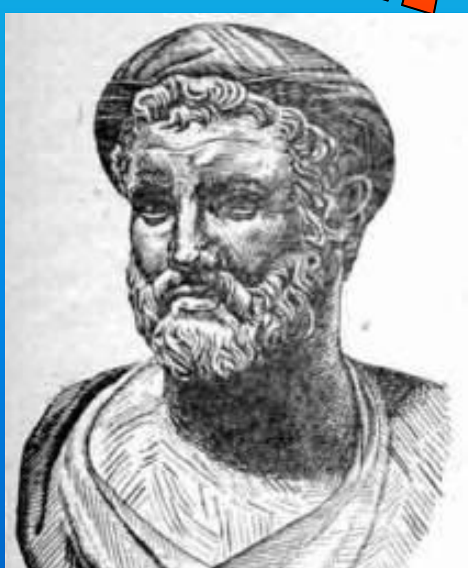
Некоторые факты из жизни Пифагора:

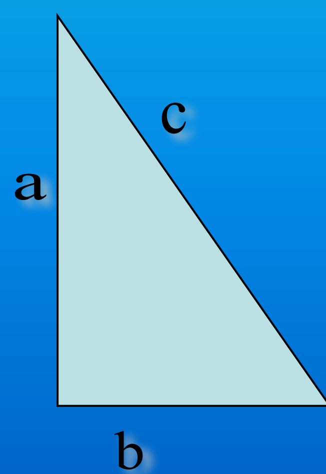


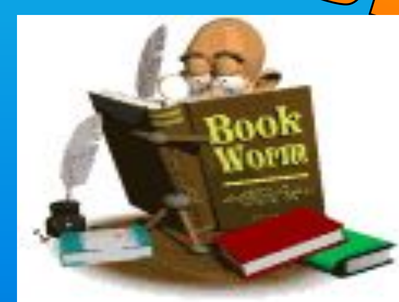
- Родился на о.Самосе около 570 г. до н.э.
- Учился во многих городах мира у великих учёных- Ферекида, Фалеса, Гермодаманта…
- В Египте Пифагор попал в персидский плен,где пробыл 12 лет
- В Кротоне(Италия) учредил «Пифагорейскую школу»

РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ ИФАГОРА



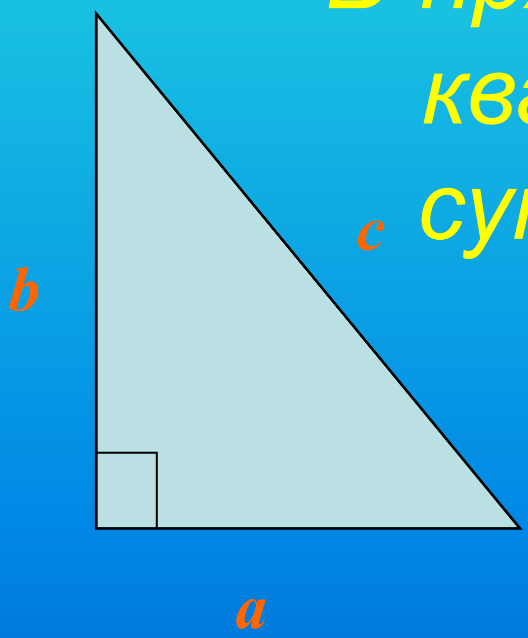




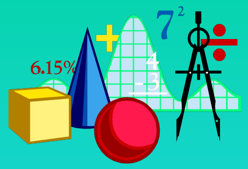


Формулировка теоремы Пифагора

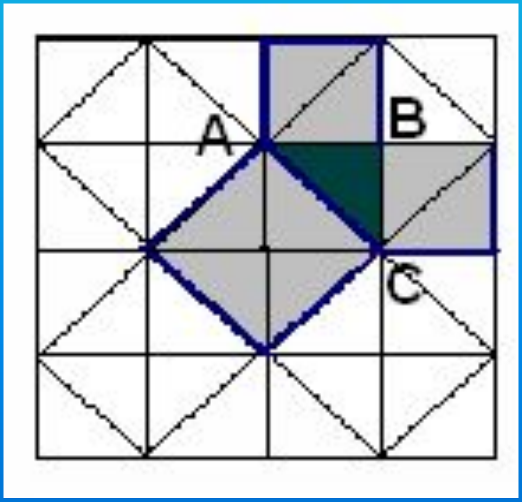
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



$$a^2 + b^2 = c^2$$

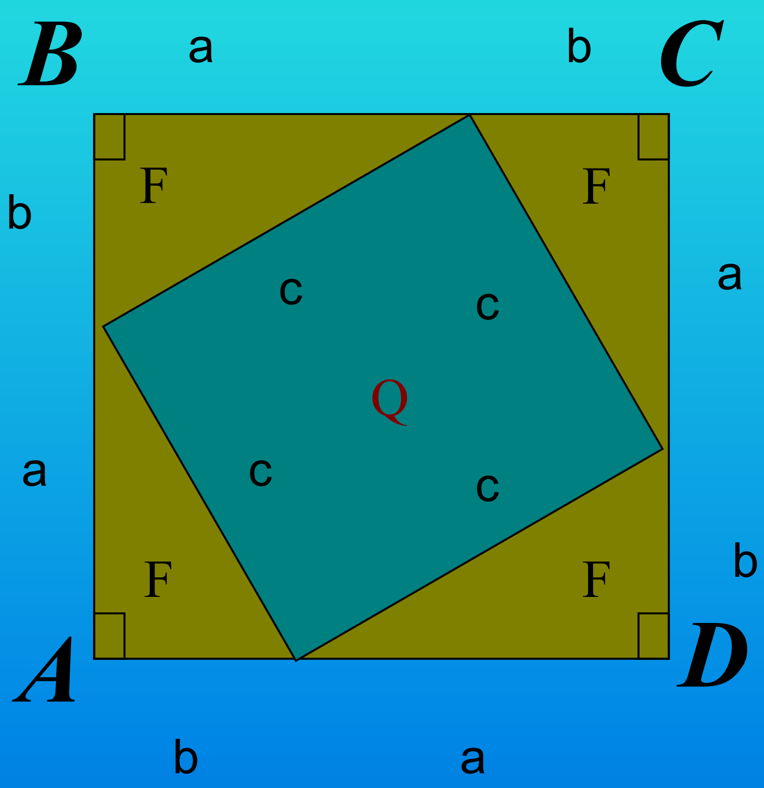


ДОКАЗАТЕЛЬСТВО, основанное на равновеликости фигур:



«Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равновелик сумме квадратов, построенных на его катетах».

Алгебраический метод доказательства теоремы:



Пусть F- прямоугольный треугольник со сторонами a,b и c,а Q- квадрат со стороной с.

$$S_{ABCD} = 4S_{\blacktriangle F} + S_Q =$$

$$= 4 \cdot 1/2\ ab + c^2 =$$

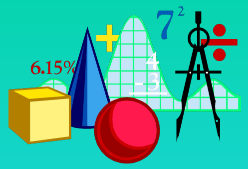
$$= 2\ ab + c^2$$

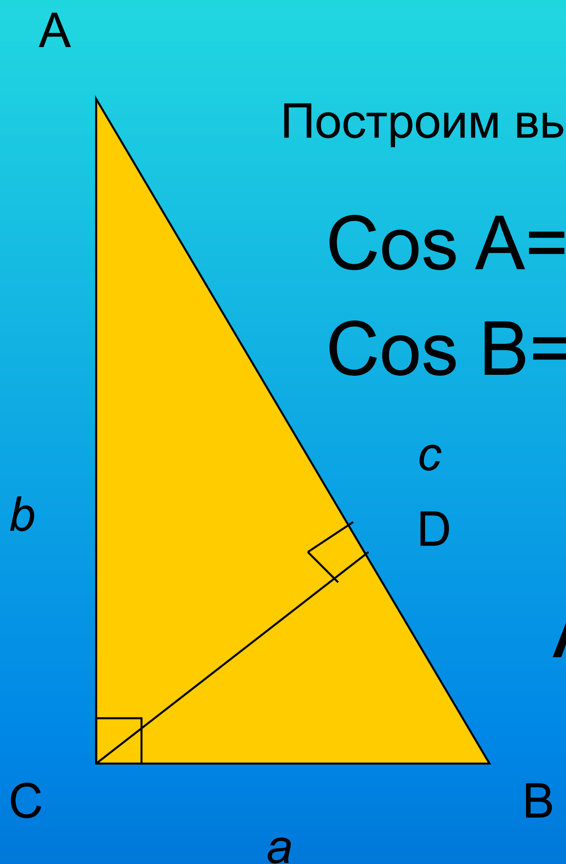
$$S_{ABCD} = (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$2\ ab + c^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\Rightarrow\ c^2 = a^2 + b^2$$

Доказательство теоремы Пифагора через косинус угла:





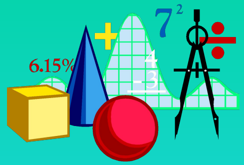
Построим высоту из прямого угла C. По определению косинуса:

$$\cos A = AD:AC = AC:AB \Rightarrow AB*AD = AC^2$$

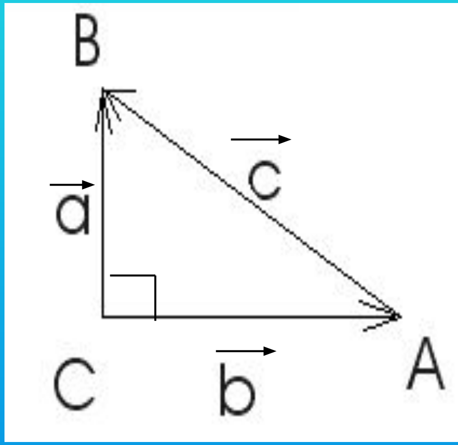
$$\cos B = BD:BC = BC:AB \Rightarrow AB*BD = BC^2$$

Т.К. AD+DB=AB

$$AC^2 + BC^2 = AB(AD+DB) = AB^2,$$



Векторное доказательство теоремы:



ABC - прямоугольный треугольник, построенный на векторах.

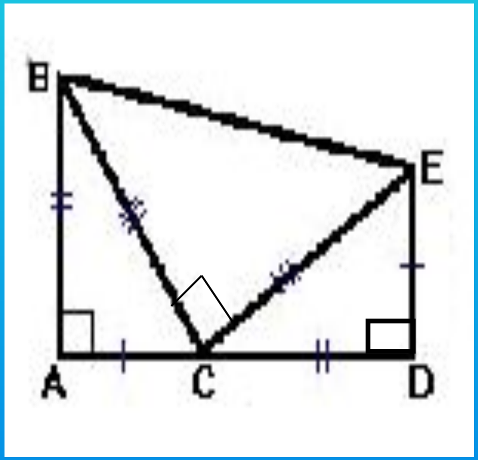
$$\vec{b}+\vec{c}=\vec{a} \Rightarrow \vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$$

$$\vec{c}^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2-2\overrightarrow{ab}$$

Т.к. $\vec{a}\perp\vec{b}$, **то** $\overrightarrow{ab}=0$, $\vec{c}^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2$ **или** $c^2=a^2+b^2$

Доказательство Гарфилда:

ABC-прямоугольный треугольник



1) $CD = AB;\ ED = AC;\ ED \perp AD$

2) $S_{ABED} = 2*AB*AC/2 + BC^2/2$

3) $S_{ABED} = (DE+AB)*AD/2.$

4) $AB*AC + BC^2/2 = (DE+AB)(CD+AC)/2$

$AB*AC + BC^2/2 = (AC+AB)^2/2$

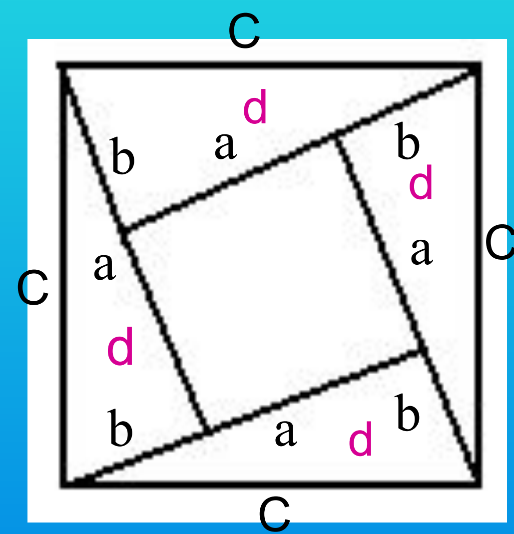
$AB*AC + BC^2/2 = AC^2/2 + AB^2/2 + AB*AC$

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

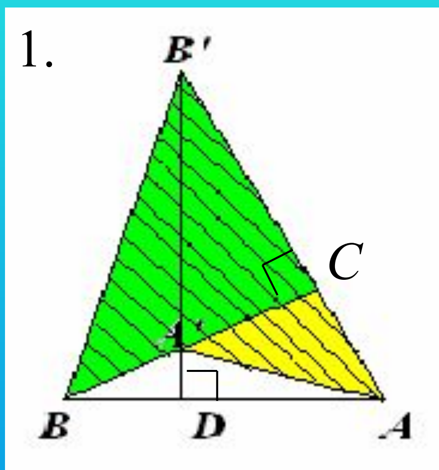
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО БХАСКАРИ-АЧАРНА:

Пусть катеты прямоугольных ▲-ков d **равны a и b, а гипотенуза – с.**
Тогда $(a - b)^2 + (4ab)/2 = c^2$, **то есть**

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Доказательство Хоукинса:



ABC-прямоугольный ▲ повернем на 90° так, чтобы он занял положение A'CB'.

▲ A'AB'B : AA’C=$b^2/2$

SCBB'=$a^2/2$

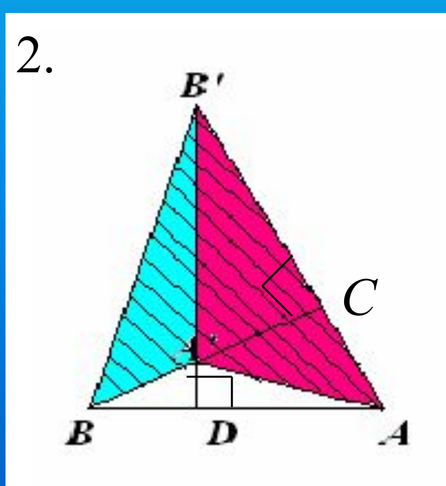
SA'AB'B=$(a^2+b^2)/2$

▲ A'B'A и ▲ A'B'B: DA и DB-общие, ⇒

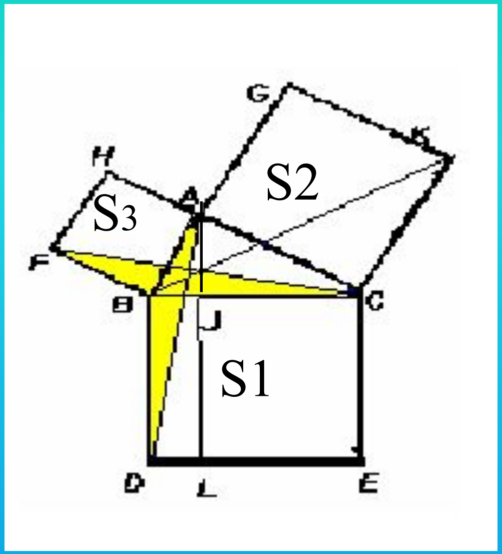
SA'AB'B=c*DA/2+ c*DB/2=c(DA+DB)/2=$c^2/2$

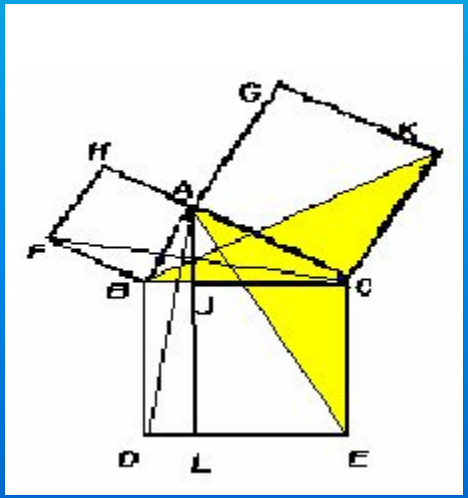
Сравнивая полученные выражения:

$(a^2+b^2)/2= c^2/2$ ⇒ $a^2+b^2=c^2$



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЕВКЛИДА:





ABC-прямоугольный ▲; AJ- высота.

Докажем: S1+S2=S3

1. ▲ ABD= ▲ BFC (т.к. BF=AB; BC= BD; ∠FBC равен ∠ABD)

2. S ▲ ABD=1/2 S BJLD, т.к. у ▲ ABD и BJLD общее основание BD и общая высота LD.

S ▲ FBC=1/2 S ABFH (BF-общ. основание, AB-общая высота).

Т.К. S ▲ ABD=S ▲ FBC, S BJLD=S ABFH.

▲ BCK=▲ ACE, S JCEL=S ACKG.

S ABFH+S ACKG=S BJLD+ S JCEL=S BCED.

Области применения теоремы Пифагора

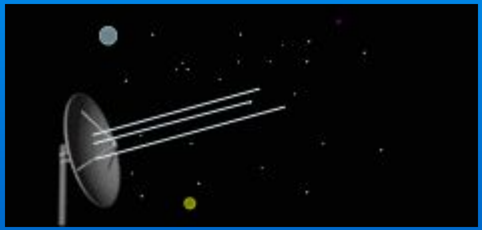
архитектура

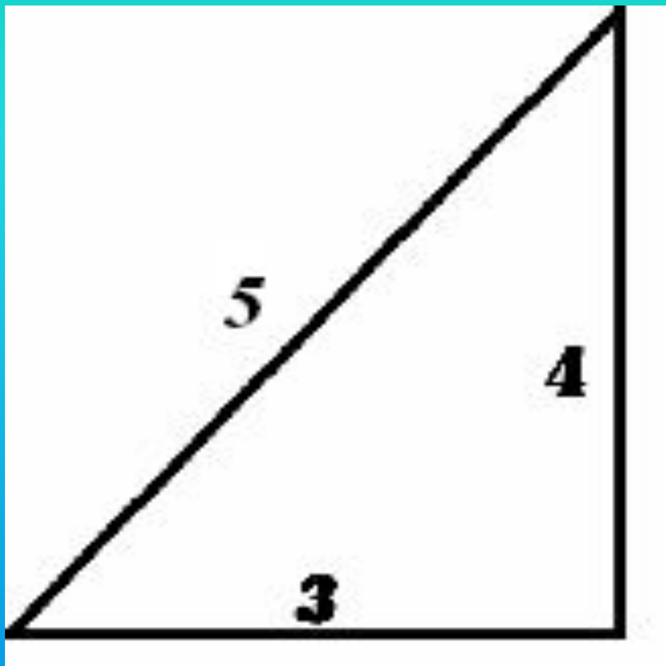
литература

астрономия

мобильная связь

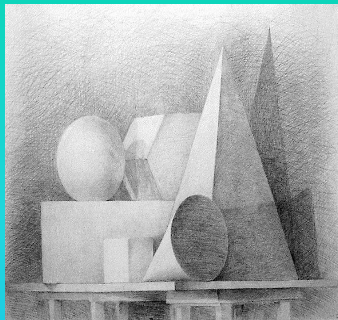
вычисление длин отрезков
некоторых
фигур на плоскости





Знаменитый египетский треугольник

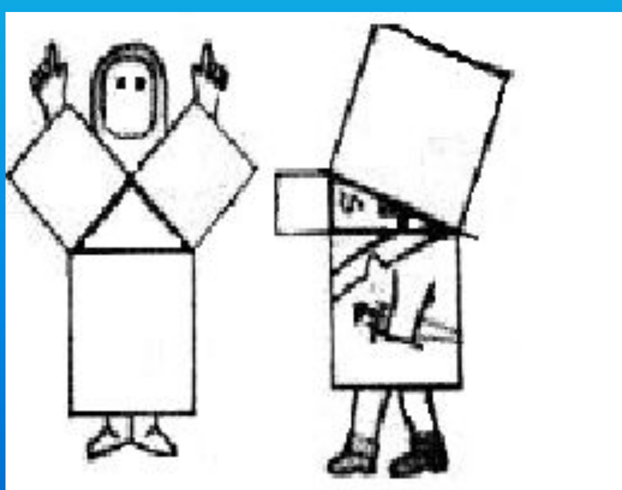
3, 4,5-одна из Пифагоровых троек



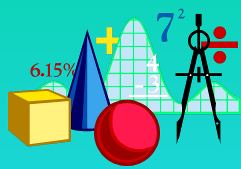
Теорема Пифагора- живительный источник красоты, совершенства и

орчества для

ых поколе



Список использованной литературы



- А.П.Киселёв ,Геометрия. Часть первая. Планиметрия, Москва,Просвещение,1969г.
- Г. Глейзер,Учебно-методическая газета Математика, №4 2005г.
- Г.Остренкова,Учебно-методическая газета Математика, №24 2001г.
- Е.Е.Семёнов «Изучаем геометрию», Москва, Просвещение ,1987г.
- З.А.Скопец Геометрические миниатюры , Москва, Просвещение,1990г.
- Интернет-источники:
  http://bankreferatov.ru/
  http://kvant.ru/
  http://th-pif.narod.ru/formul.html
- М.В.Ткачева Домашняя математика , Москва, Просвещение,1994г.