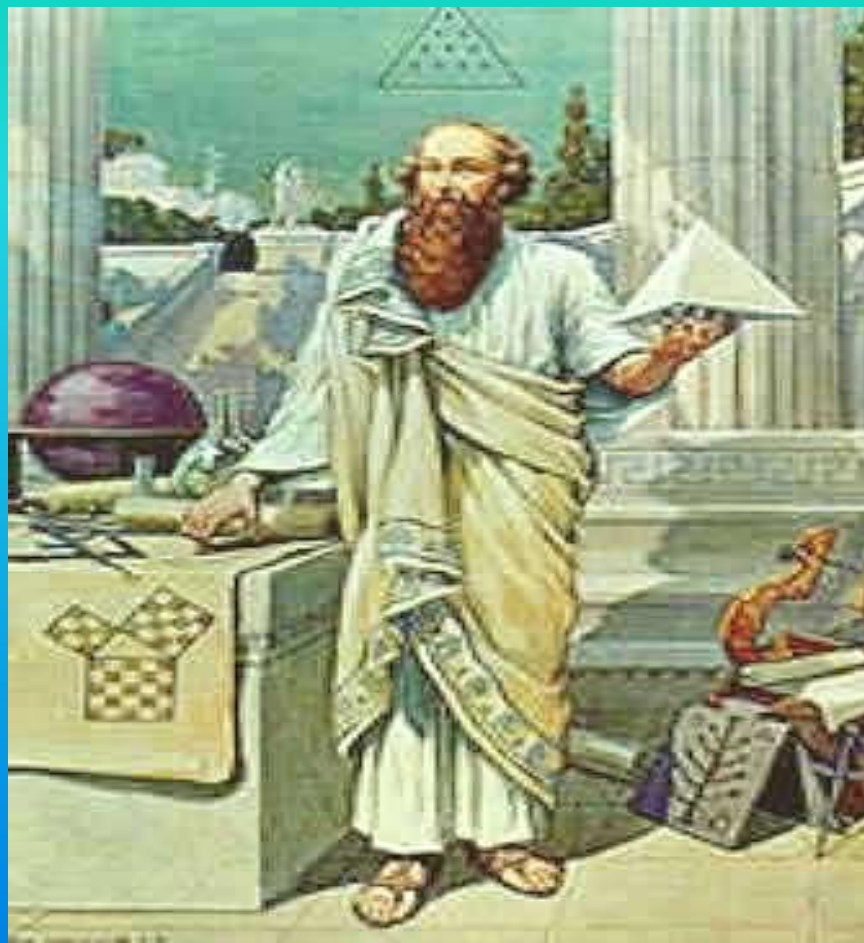
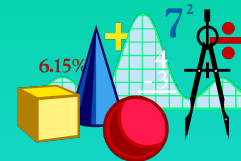


Управление образования администрации городского округа
город Волжский Волгоградской области
Муниципальное образовательное учреждение
средняя общеобразовательная школа №14 «Зелёный шум»

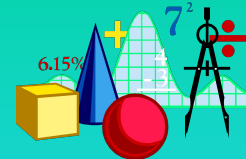
*«Теорема Пифагора и
способы её
доказательства»*

Автор: Тагаева К.И.

Руководитель: Лопатина И.С.



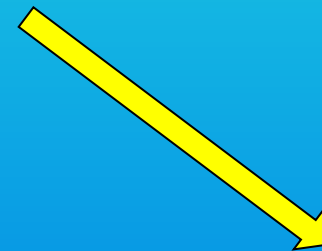
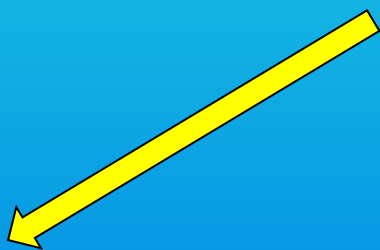
*Суть истины вся в том,
что нам она – навечно,
Когда хоть раз в прозрении
её увидим свет,
И теорема Пифагора через
столько лет
Для нас, как для него,
бесспорно безупречна...
Шамиссо*



«Геометрия обладает двумя великими сокровищами. Первое – это теорема Пифагора...»

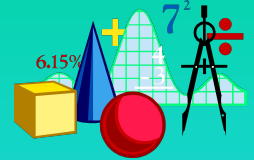
Иоганн Кеплер

Теорема Пифагора

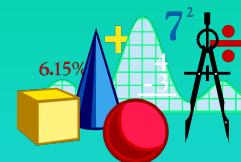


красота простота значимость

Цель :



- ❑ Рассмотреть классические и малоизвестные доказательства теоремы Пифагора
- ❑ Познакомиться с областями применения теоремы и с фактами истории открытия теоремы Пифагора
- ❑ Сделать выводы о значимости теоремы Пифагора

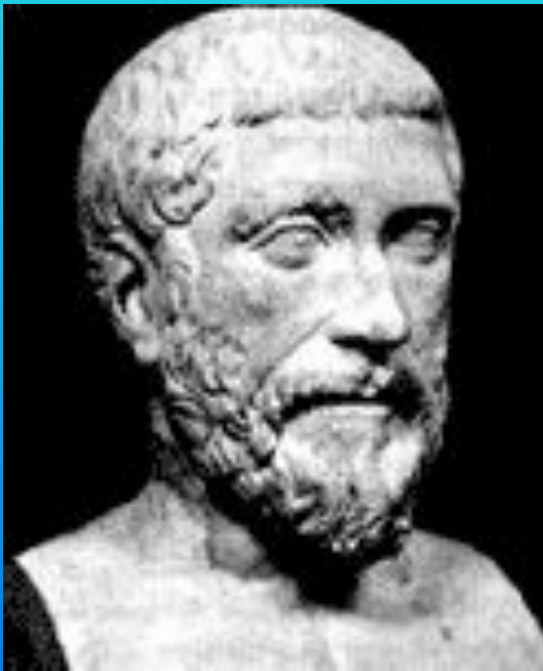


Пифагор Самосский

(570-500 гг. до н.э.)

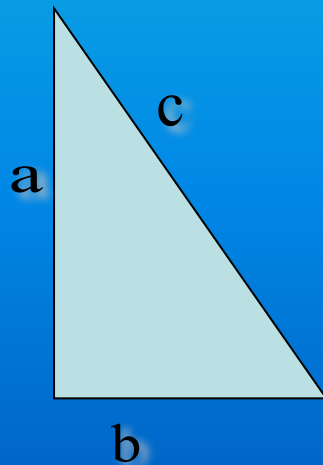
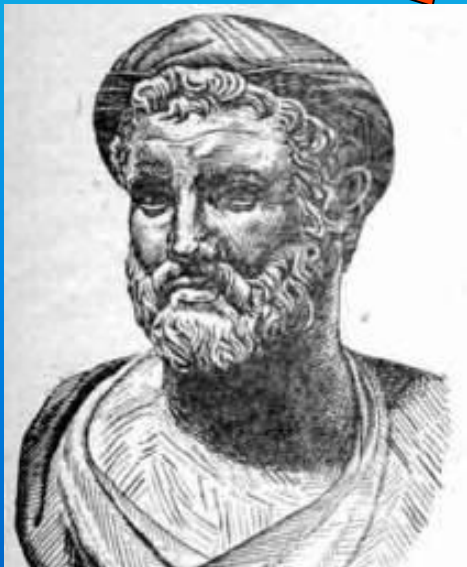
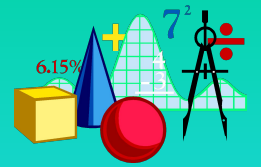


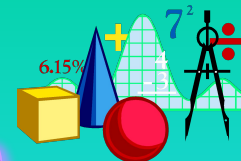
Некоторые факты из жизни Пифагора:



- Родился на о.Самосе около 570 г. до н.э.
- Учился во многих городах мира у великих учёных-Ферекида, Фалеса, Гермодаманта...
- В Египте Пифагор попал в персидский плен, где пробыл 12 лет
- В Кротоне(Италия) учредил «Пифагорейскую школу»

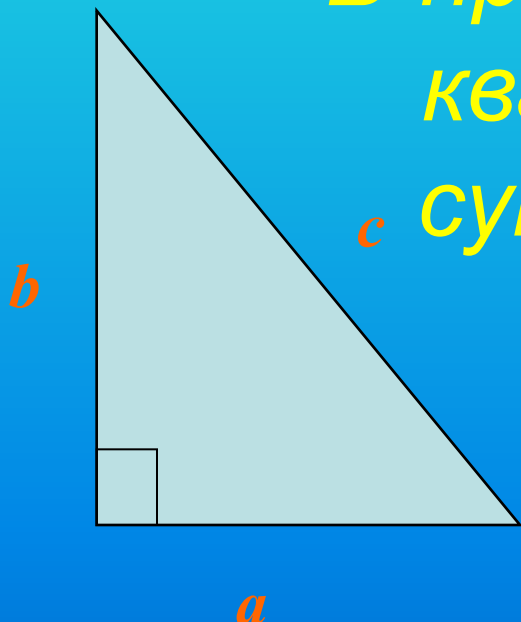
РАЗЛИЧНЫЕ СПОСОБЫ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА



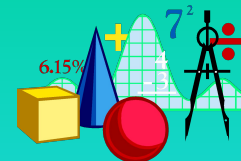


Формулировка теоремы Пифагора

В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

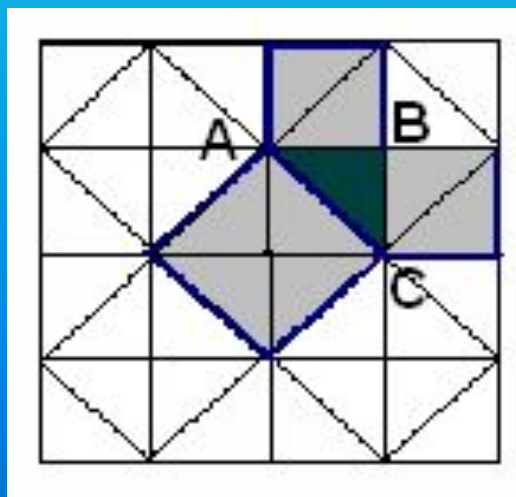


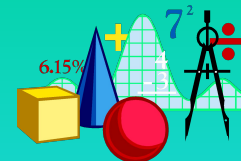
$$a^2 + b^2 = c^2$$



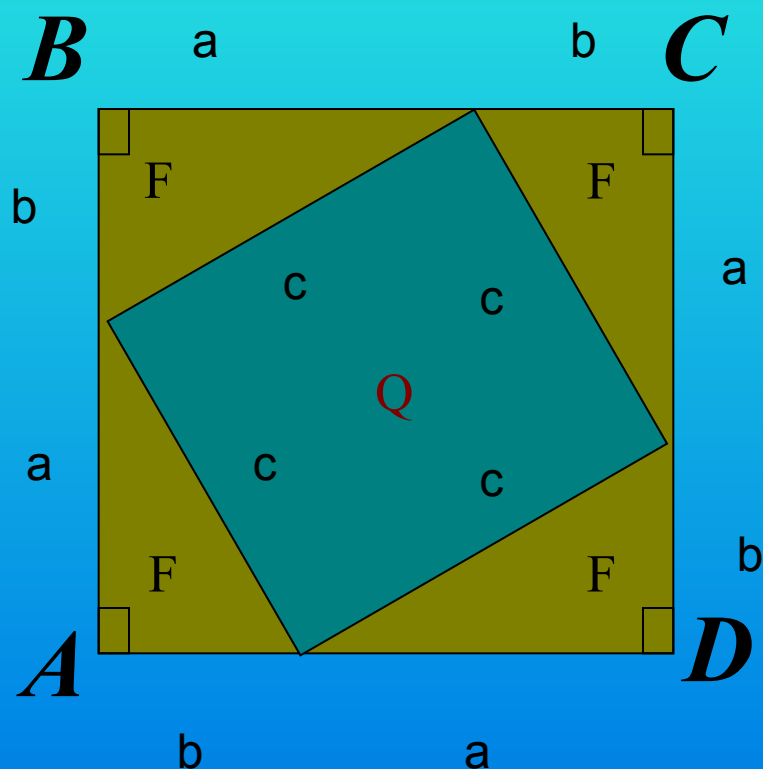
ДОКАЗАТЕЛЬСТВО, основанное на равновеликости фигур:

«Квадрат, построенный на гипотенузе
прямоугольного треугольника,
равновелик сумме квадратов,
построенных на его катетах».





Алгебраический метод доказательства теоремы:



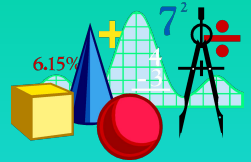
Пусть F- прямоугольный
треугольник со сторонами a,b и
c, а Q- квадрат со стороной c.

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= 4S_{\triangle F} + S_Q = \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2 = \\ &= 2ab + c^2 \end{aligned}$$

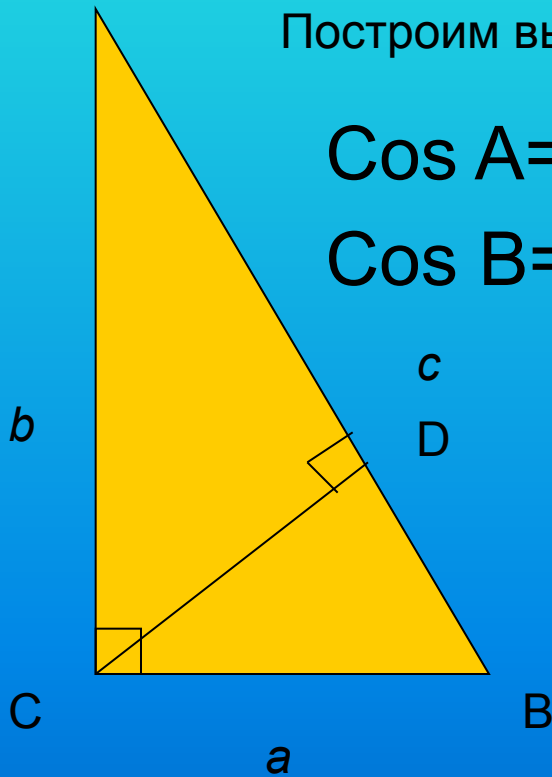
$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \\ 2ab + c^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

Доказательство теоремы Пифагора через косинус угла:



A



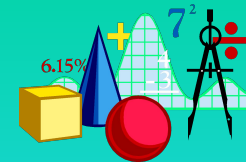
Построим высоту из прямого угла C. По определению косинуса:

$$\cos A = AD:AC = AC:AB \implies AB \cdot AD = AC^2$$

$$\cos B = BD:BC = BC:AB \implies AB \cdot BD = BC^2$$

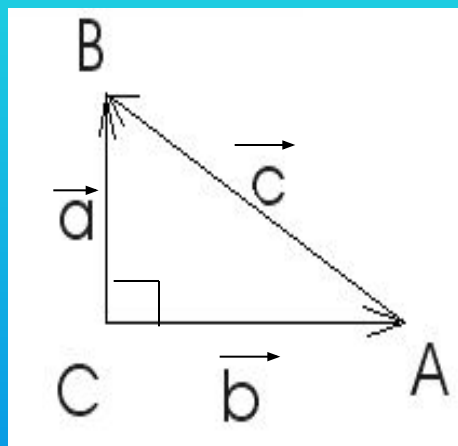
Т.К. $AD + DB = AB$

$$AC^2 + BC^2 = AB(AD + DB) = AB^2,$$



Векторное доказательство

теоремы:



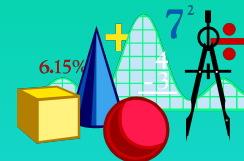
**ABC - прямоугольный треугольник,
построенный на векторах.**

$$\vec{b} + \vec{c} = \vec{a} \implies \vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$$
$$\vec{c}^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2 - 2\vec{a}\vec{b}$$

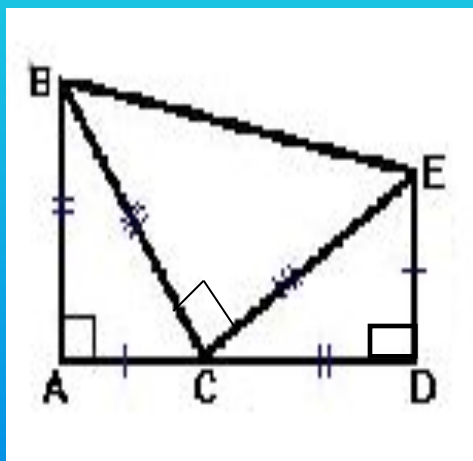
Т.к. $\vec{a} \perp \vec{b}$, то $\vec{a}\vec{b} = 0$, $\vec{c}^2 = \vec{a}^2 + \vec{b}^2$ или $c^2 = a^2 + b^2$



Доказательство Гарфилда:



ABC-прямоугольный треугольник



$$1) CD = AB; ED = AC; ED \perp AD$$

$$2) S_{ABED} = 2 * AB * AC / 2 + BC^2 / 2$$

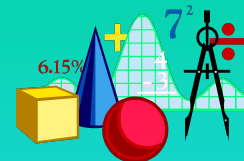
$$3) S_{ABED} = (DE + AB) * AD / 2.$$

$$4) AB * AC + BC^2 / 2 = (DE + AB) * (CD + AC) / 2$$

$$AB * AC + BC^2 / 2 = (AC + AB)^2 / 2$$

$$AB * AC + BC^2 / 2 = AC^2 / 2 + AB^2 / 2 + AB * AC$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

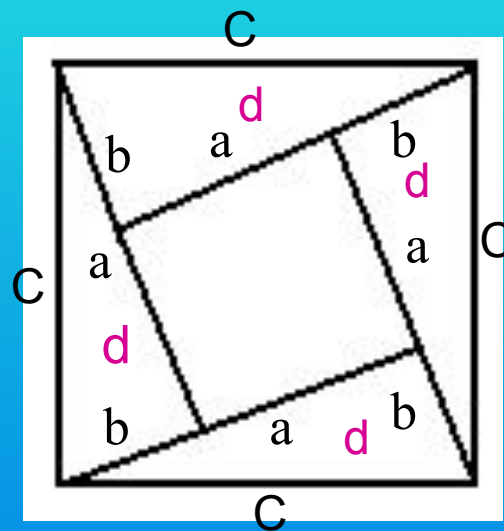


ДОКАЗАТЕЛЬСТВО БХАСКАРИ-АЧАРНА:

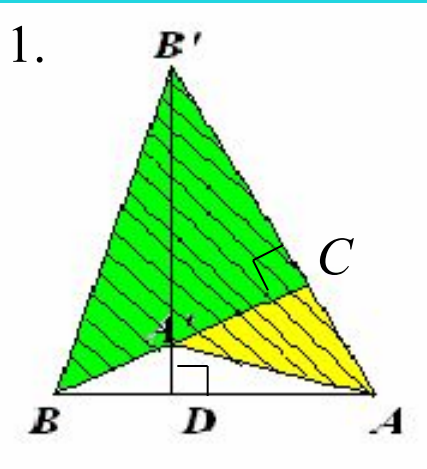
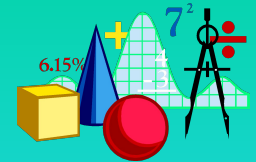
Пусть катеты прямоугольных
▲-КОВ d равны a и b , а
гипотенуза – c .

Тогда $(a - b)^2 + (4ab)/2 = c^2$, то
есть

$$a^2 + b^2 = c^2$$



Доказательство Хоукинса:



ABC-прямоугольный \triangle повернем на 90° так, чтобы он занял положение $A'CB'$.

$$\triangle A'AB'B : \quad AA'C = b^2/2$$

$$SCBB' = a^2/2$$

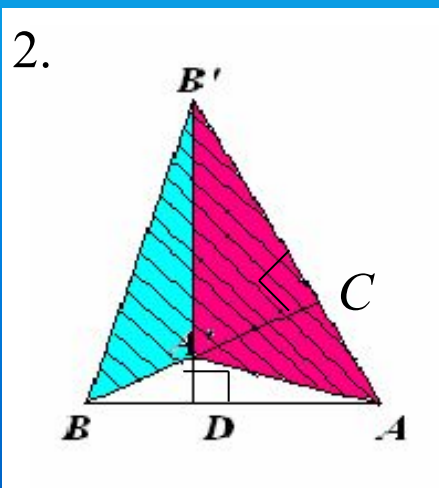
$$SA'AB'B = (a^2 + b^2)/2$$

$\triangle A'B'A$ и $\triangle A'B'B$: DA и DB -общие, \Rightarrow

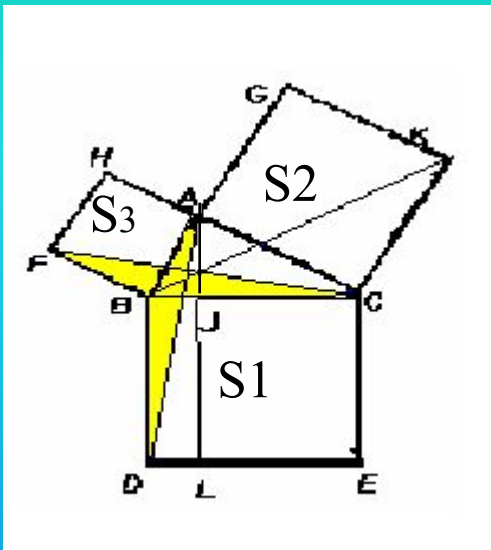
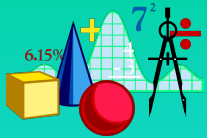
$$SA'AB'B = c \cdot DA/2 + c \cdot DB/2 = c(DA + DB)/2 = c^2/2$$

Сравнивая полученные выражения:

$$(a^2 + b^2)/2 = c^2/2 \quad \Rightarrow \quad a^2 + b^2 = c^2$$



ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ЕВКЛИДА:



ABC -прямоугольный \triangle ; AJ - высота.
Докажем: $S_1 + S_2 = S_3$

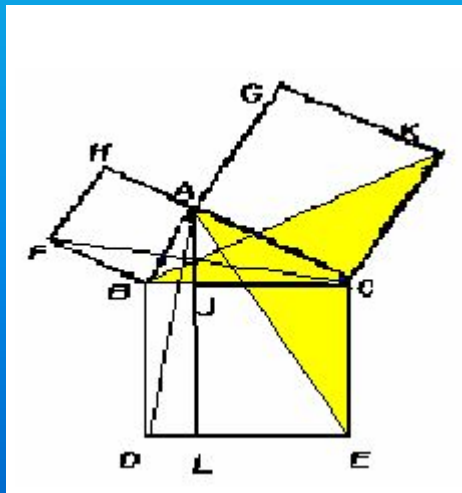
1. $\triangle ABD = \triangle BFC$ (т.к. $BF = AB$; $BC = BD$; $\angle FBC$ равен $\angle ABD$)
2. $S \triangle ABD = 1/2 S BJLD$, т.к. у $\triangle ABD$ и $BJLD$ общее основание BD и общая высота LD .

$S \triangle FBC = 1/2 S ABFH$ (BF -общ. основание, AB -общая высота).

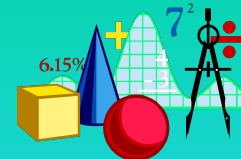
Т.к. $S \triangle ABD = S \triangle FBC$, $S BJLD = S ABFH$. \Rightarrow

$\triangle BCK = \triangle ACE$, $S JCEL = S ACKG$.

$S ABFH + S ACKG = S BJLD + S JCEL = S BCED$. \Rightarrow



Области применения теоремы Пифагора



архитектура

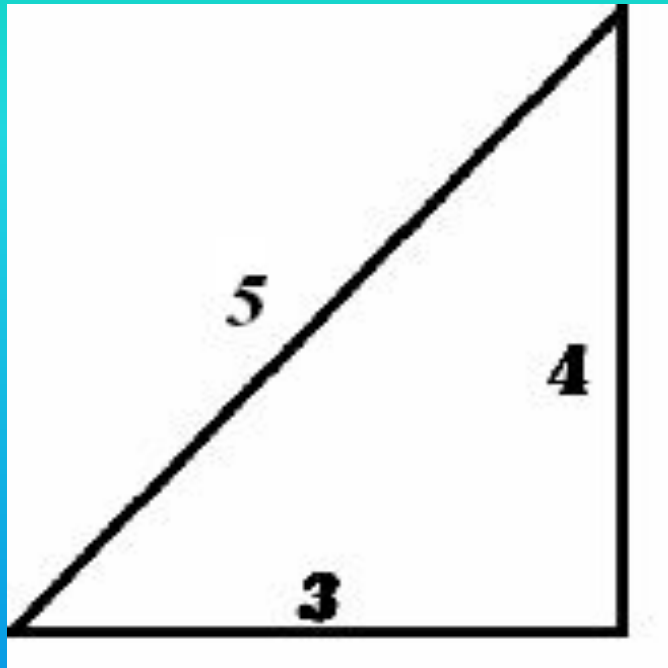
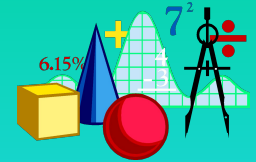
литература

астрономия

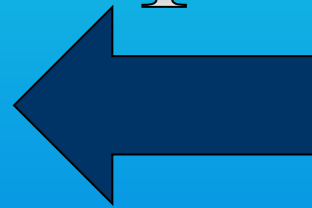
мобильная связь

вычисление длин отрезков
некоторых
фигур на плоскости

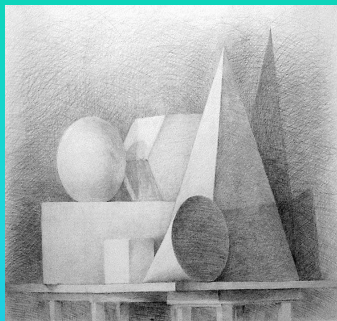
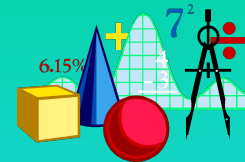




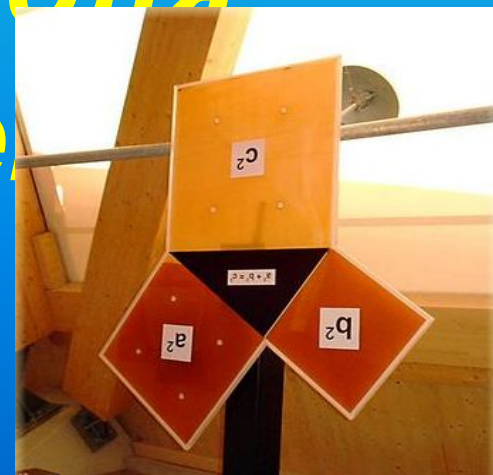
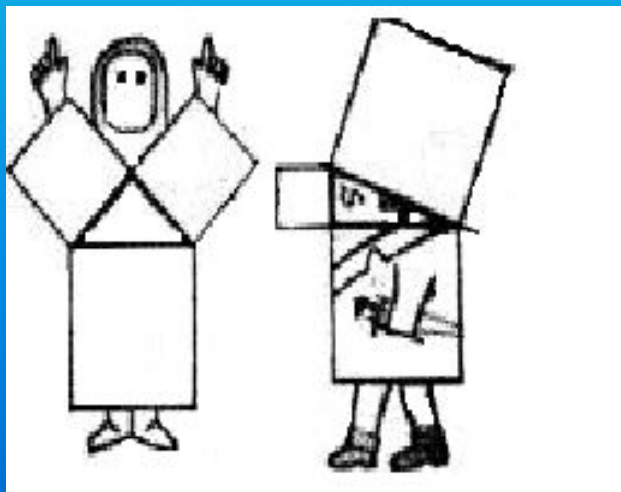
Знаменитый египетский треугольник



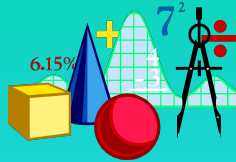
3, 4, 5-одна из
Пифагоровых
троек



**Теорема Пифагора -
живительный
источник красоты,
совершенства и
орчества для
ых поколе**



Список использованной литературы



- А.П.Киселёв ,Геометрия. Часть первая. Планиметрия, Москва,Просвещение,1969г.
- Г. Глейзер,Учебно-методическая газета Математика, №4 2005г.
- Г.Остренкова,Учебно-методическая газета Математика, №24 2001г.
- Е.Е.Семёнов «Изучаем геометрию», Москва, Просвещение ,1987г.
- З.А.Скопец Геометрические миниатюры , Москва, Просвещение,1990г.
- Интернет-источники:
 - <http://bankreferatov.ru/>
 - <http://kvant.ru/>
 - <http://th-pif.narod.ru/formul.html>
- М.В.Ткачева Домашняя математика , Москва, Просвещение,1994г.

