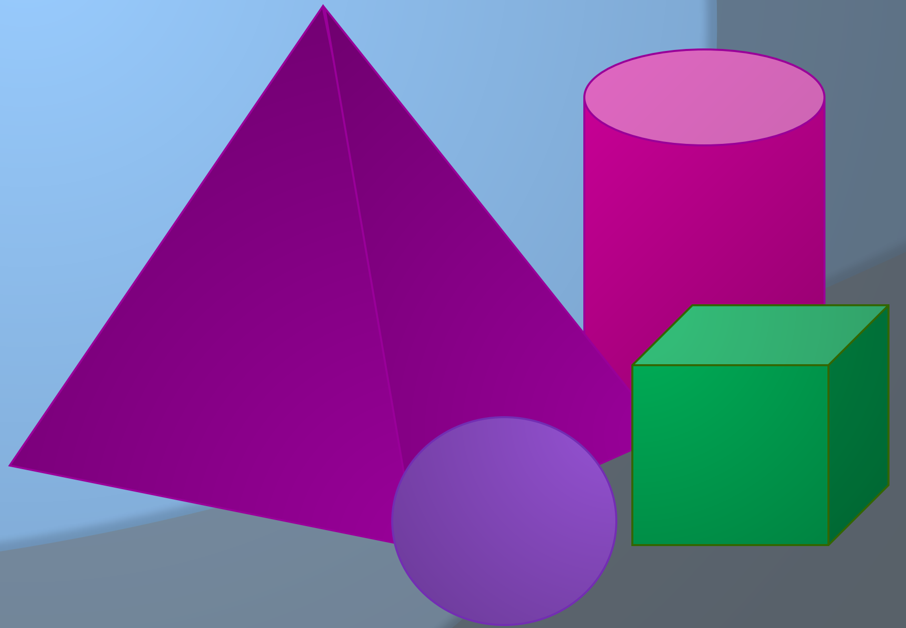
Педальный треугольник.



Опорные знания

1.Центр описанной около треугольника окружности лежит на пересечении

серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

2. Точка пересечения высот –

ортоцентр.

3.Соединяя основания высот треугольника получим-

ортотреугольник.

Опорные знания

4.Теорема синусов :«Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.»

5.Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

Педальный треугольн

1.Рассмотрим произвольный треугольник ABC.

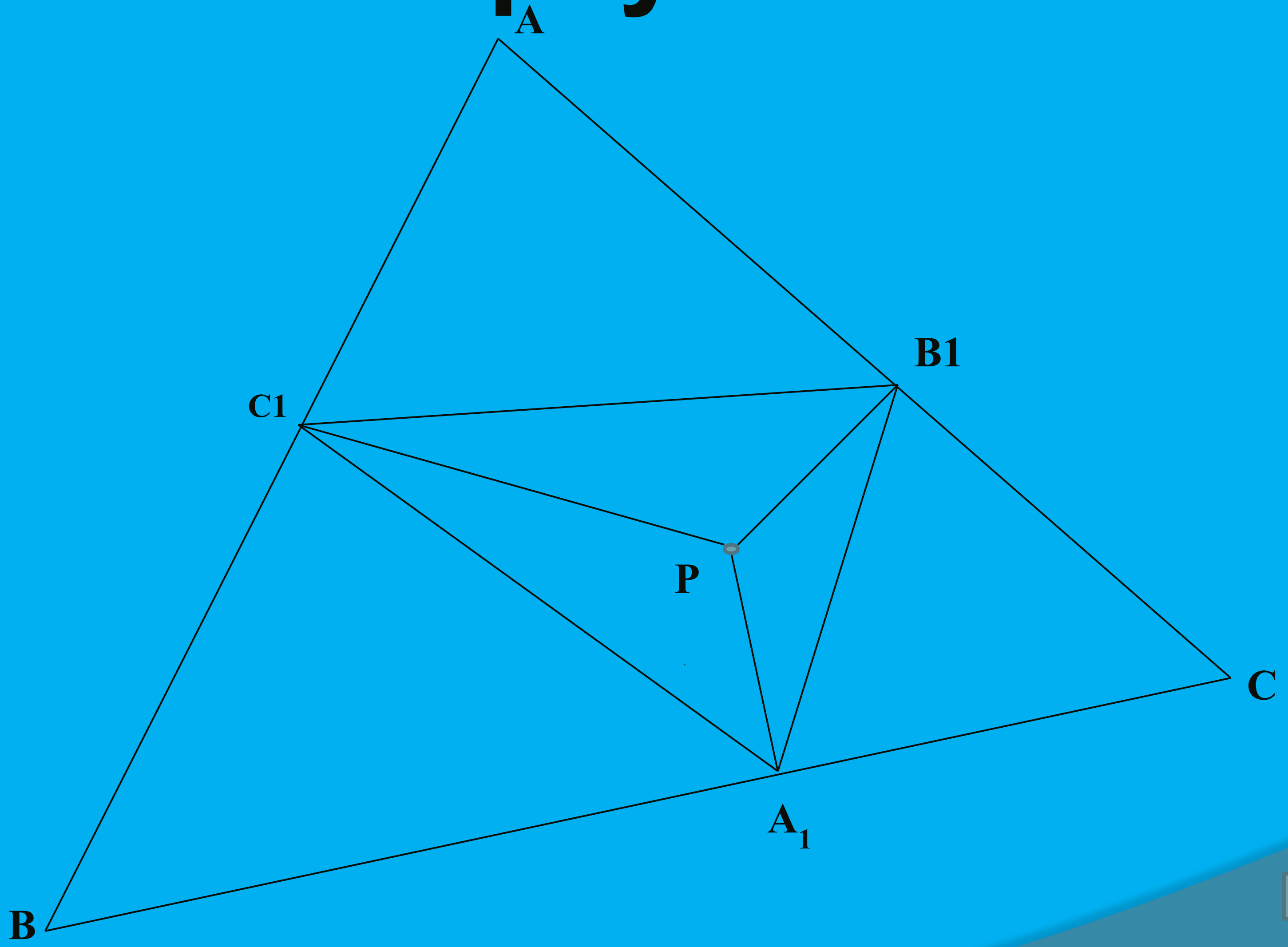
2.Выберим любую точку P внутри нашего треугольника.

3.Опустим перпендикуляры из точки P на стороны AB,BC,AC.

4.Получаем PC_1, PB_1, PA_1

5.Треугольник $C_1B_1A_1$ вершинами которого являются основания этих перпендикуляров, называется **Педальным треугольником** треугольника ABC для «педальной» точки P.

Педальный треугольник



Эвристическая бесед

*1.*Рассмотрим произвольный треугольник ABC и углы

AC_1P и AB_1P.Чему они равняются?

*2.*На какой отрезок опираются данные углы?

*3.*Исходя из этого, какую теорему вы вспоминаете?

*4.*Чем является AP?

*5.*Можно ли описать около треугольника AB_1C_1 окружность?

*6.*Будут лежать точки P,B C на этой окружности?

Эвристическая бесе

7. Рассмотрим произвольный треугольник AB_1C_1 . Какая существует зависимость между углами и сторонами этого треугольника?

8. Как записать данную теорему?

$$\frac{a}{SinA} = \frac{b}{SinB} = \frac{c}{SinC} = 2R$$

9. Примен … ольнику AB_1C_1.

$$\frac{B_1C_1}{SinA} = \frac{B_1A}{SinC_1} = \frac{C_1A}{SinB_1}$$

Эвристическая бесе

*10.*Можно ли записать подобные равенства для треугольников A_1C_1B и A_1B_1C?

$$\frac{C_1A_1}{SinB} = \frac{A_1B}{SinC_1} = \frac{C_1B}{SinA_1}$$

$$\frac{B_1A_1}{SinC} = \frac{B_1C}{SinA_1} = \frac{A_1C}{SinB_1} = 2R$$

Эвристическая бесе

11. Так как мы незнаем чему равны синусы углов, то выразим их из основной теоремы синусов:

$$\frac{a}{SinA} = 2R \to SinA = \frac{a}{2R}$$

$$\frac{b}{SinB} = 2R \to SinB = \frac{b}{2R}$$

$$\frac{c}{SinC} = 2R \to SinC = \frac{c}{2R}$$

Эвристическая бесед

12.Следовательно получаем:

$$B_1C_1 = \frac{aAP}{2R}$$

$$C_1A_1 = \frac{bBP}{2R}$$

$$A_1B_1 = \frac{cCP}{2R}$$

Эвристическая бесе

13. Если нам даны следующие условия:

1. Дан произвольный треугольник.
2. Расстояние от педальной точки до вершин треугольника равны x, y, z.

Теорема: « Если расстояние от педальной точки до вершин треугольника равны x, y, z, то длины сторон педального треугольни

$$\frac{ax}{2R};\frac{by}{2R};\frac{cz}{2R}$$

План.

1. $PC_1B_1 \in \omega$ с диаметром AP .

2. $B_1C_1 = AP\dfrac{a}{2R} = \dfrac{a\,AP}{2R}$

$C_1A_1 = \dfrac{bBP}{2R}$

$A_1B_1 = \dfrac{cCP}{2R}$

Доказательство.

Рассмотрим произвольный треугольник ABC треугольник AB_1C_1.

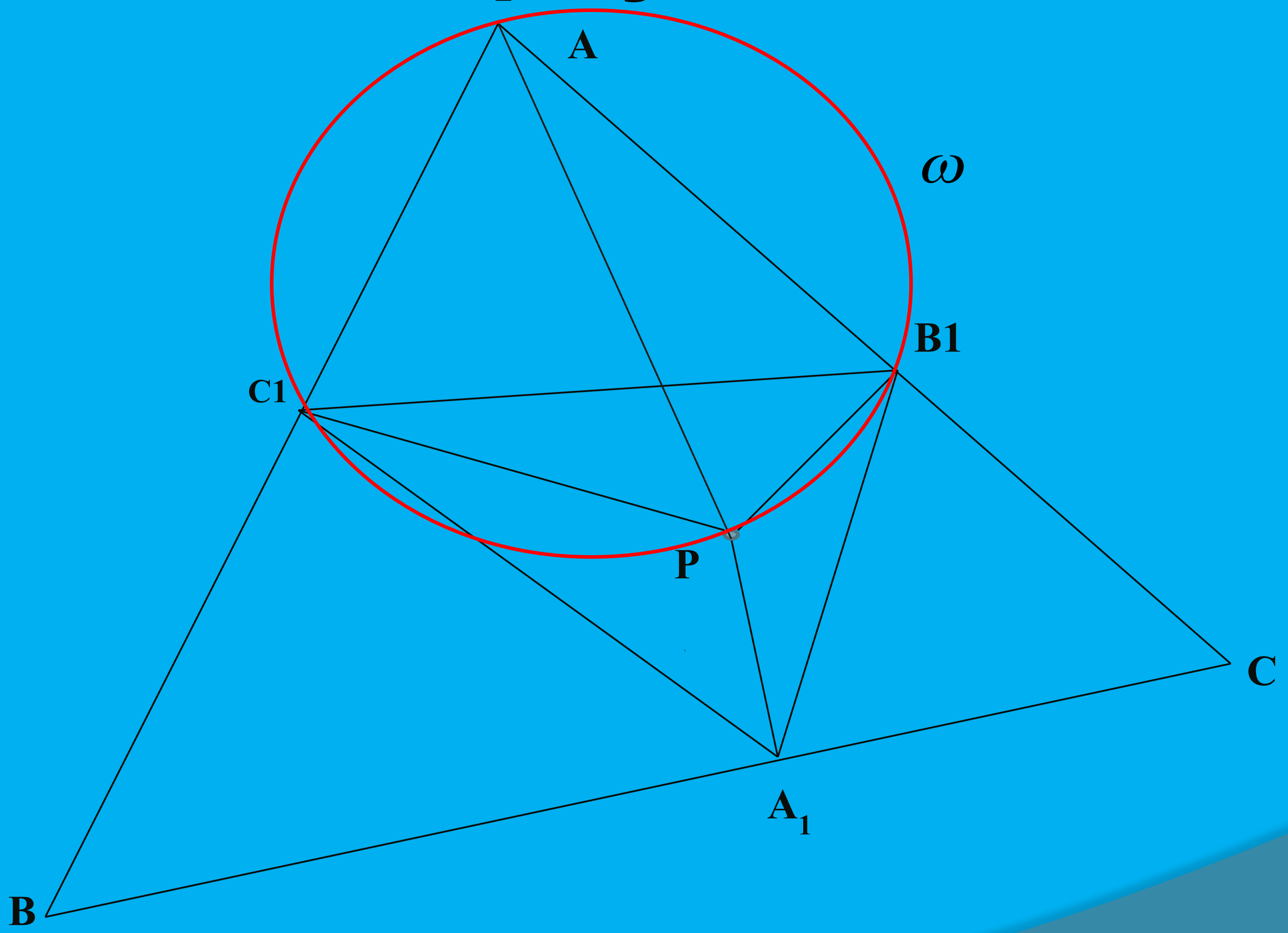
$\angle AC_1B = \angle AB_1P = 90^{\circ}$

По теореме об угле опирающемся на диаметр окружности следует, что $P, C_1 \in, B_1$ окружности ω

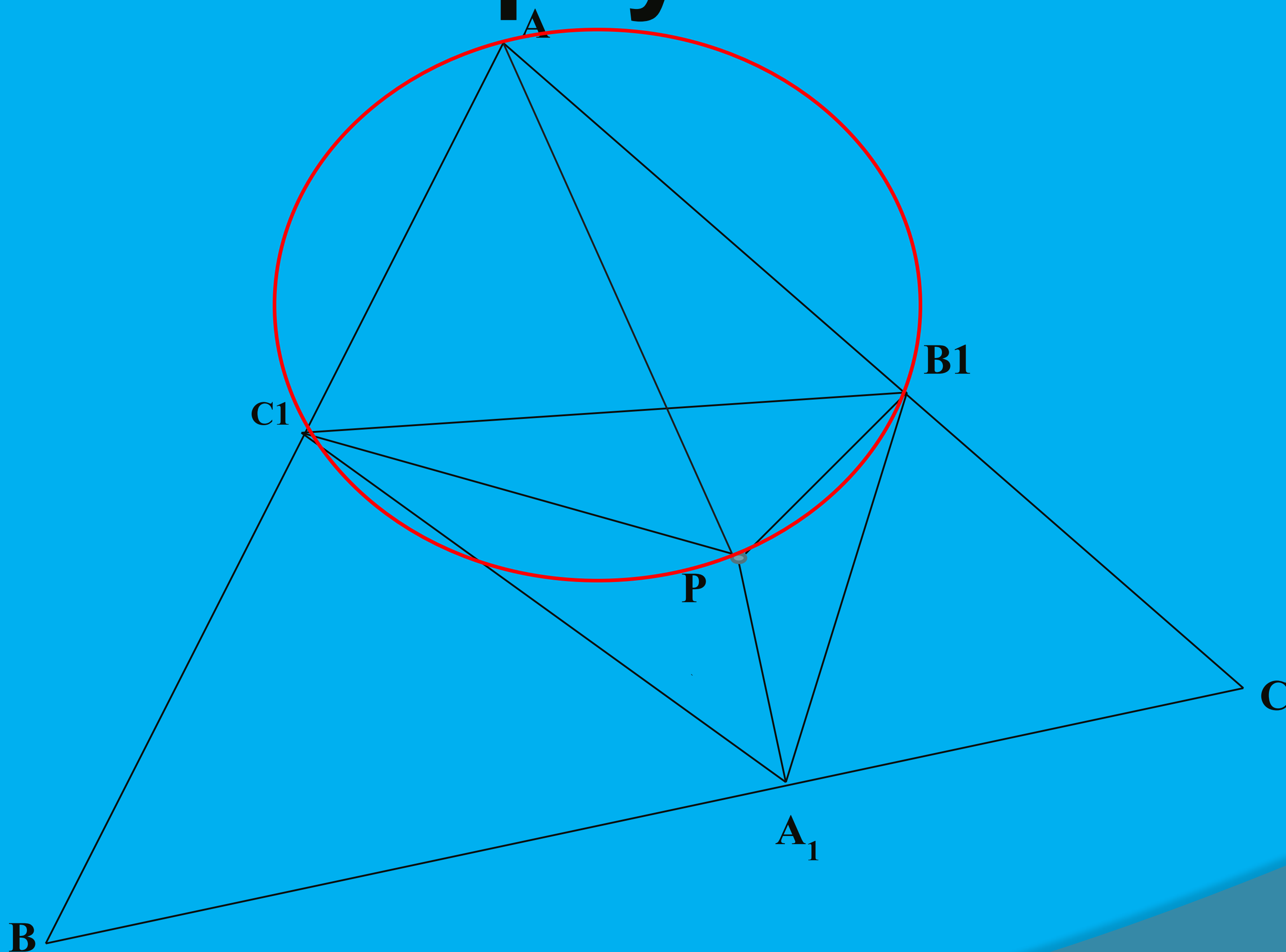
$. \ \omega$

Где – описанная окружность около треугольника AC_1B_1.

Педальный треугольник



Педальный треугольник



Педальный треугольник