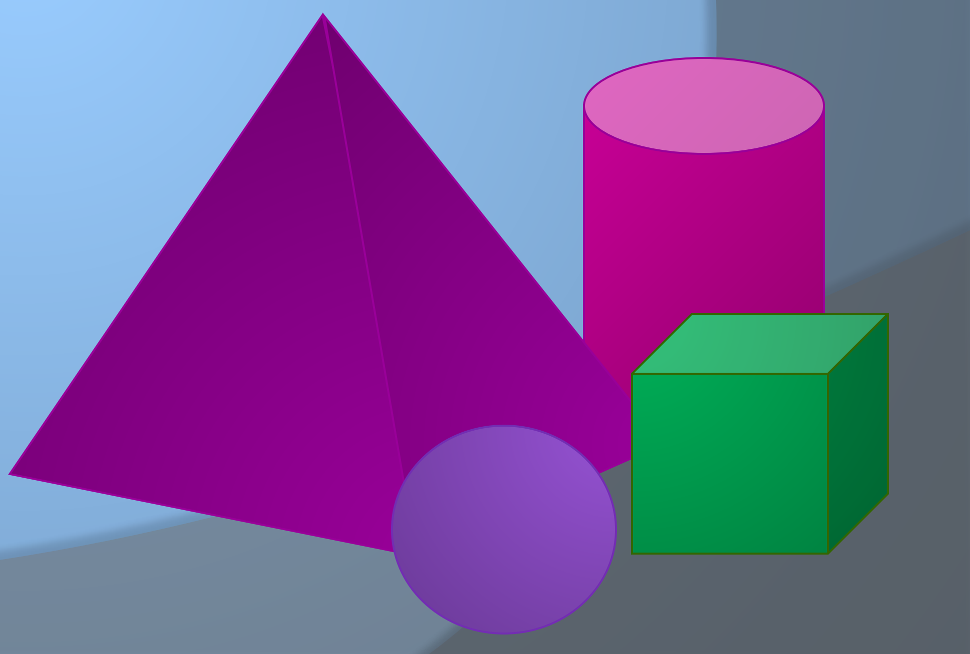
Педальный треугольник.



Опорные знания

*1.*Центр описанной около треугольника окружности лежит на пересечении

серединных перпендикуляров к сторонам треугольника.

2. Точка пересечения высот –

ортоцентр.

*3.*Соединяя основания высот треугольника получим-

ортотреугольник.

Опорные знания

4.Теорема синусов :«Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.»

5.Вписанный угол, опирающийся на полуокружность, - прямой.

Педальный треугольн

*1.*Рассмотрим произвольный треугольник ABC.

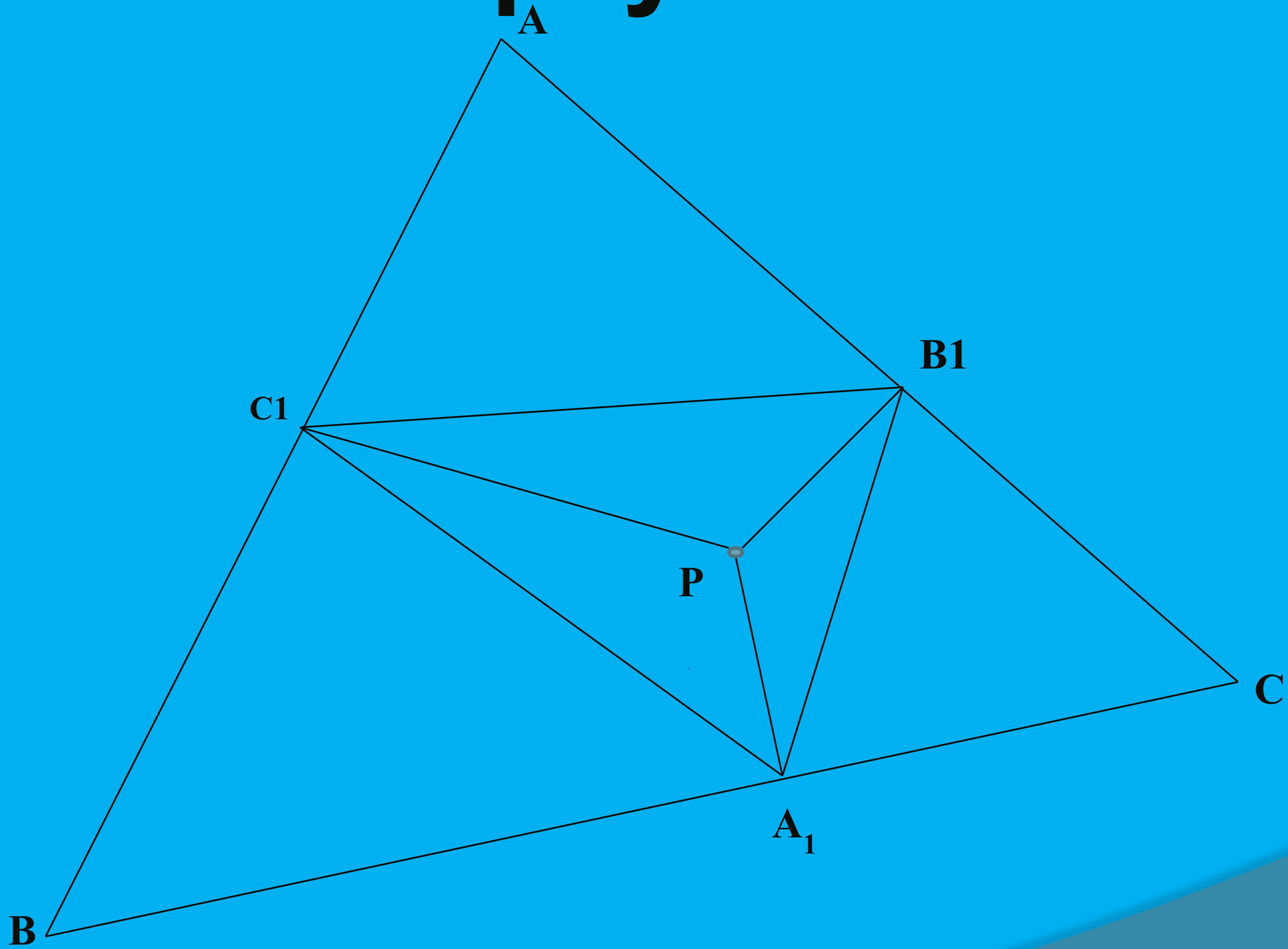
*2.*Выберим любую точку P внутри нашего треугольника.

*3.*Опустим перпендикуляры из точки P на стороны AB,BC,AC.

*4.*Получаем PC_1, PB_1, PA_1

*5.*Треугольник $C_1B_1A_1$ вершинами которого являются основания этих перпендикуляров, называется **Педальным треугольником** треугольника ABC для «педальной» точки P.

Педальный треугольник



Эвристическая бесе

1. Рассмотрим произвольный треугольник ABC и углы AC_1P и AB_1P. Чему они равняются?
2. На какой отрезок опираются данные углы?
3. Исходя из этого, какую теорему вы вспоминаете?
4. Чем является AP?
5. Можно ли описать около треугольника AB_1C_1 окружность?
6. Будут лежать точки P,B C на этой окружности?

Эвристическая бесе

7.Рассмотрим произвольный треугольник AB_1C_1 . Какая существует зависимость между углами и сторонами этого треугольника?

8.Как записать данную теорему?

$$\frac{a}{SinA}=\frac{b}{SinB}=\frac{c}{SinC}=2R$$

9.Примен … ольнику AB_1C_1.

$$\frac{B_1C_1}{SinA}=\frac{B_1A}{SinC_1}=\frac{C_1A}{SinB_1}$$

Эвристическая беседа

*10.*Можно ли записать подобные равенства для треугольников A_1C_1B и A_1B_1C*?*

$$\frac{C_1A_1}{\sin B}=\frac{A_1B}{\sin C_1}=\frac{C_1B}{\sin A_1}$$

$$\frac{B_1A_1}{\sin C}=\frac{B_1C}{\sin A_1}=\frac{A_1C}{\sin B_1}=2R$$

Эвристическая бесе

11. Так как мы незнаем чему равны синусы углов, то выразим их из основной теоремы синусов:

$$\frac{a}{SinA} = 2R \rightarrow SinA = \frac{a}{2R}$$

$$\frac{b}{SinB} = 2R \rightarrow SinB = \frac{b}{2R}$$

$$\frac{c}{SinC} = 2R \rightarrow SinC = \frac{c}{2R}$$

Эвристическая бесе

12.Следовательно получаем:

$$B_1C_1 = \frac{aAP}{2R}$$

$$C_1A_1 = \frac{bBP}{2R}$$

$$A_1B_1 = \frac{cCP}{2R}$$

Эвристическая бесе

13. Если нам даны следующие условия:

1. Дан произвольный треугольник.
2. Расстояние от педальной точки до вершин треугольника равны x, y, z.

Теорема: « Если расстояние от педальной точки до вершин треугольника равны x, y, z, то длины сторон педального треугольни

$$\frac{ax}{2R};\frac{by}{2R};\frac{cz}{2R}$$

План.

1. $PC_1B_1 \in \omega$ с диаметром AP .

2. $B_1C_1 = AP\frac{a}{2R} = \frac{a\,AP}{2R}$

$C_1A_1 = \frac{bBP}{2R}$

$A_1B_1 = \frac{cCP}{2R}$

Доказательство.

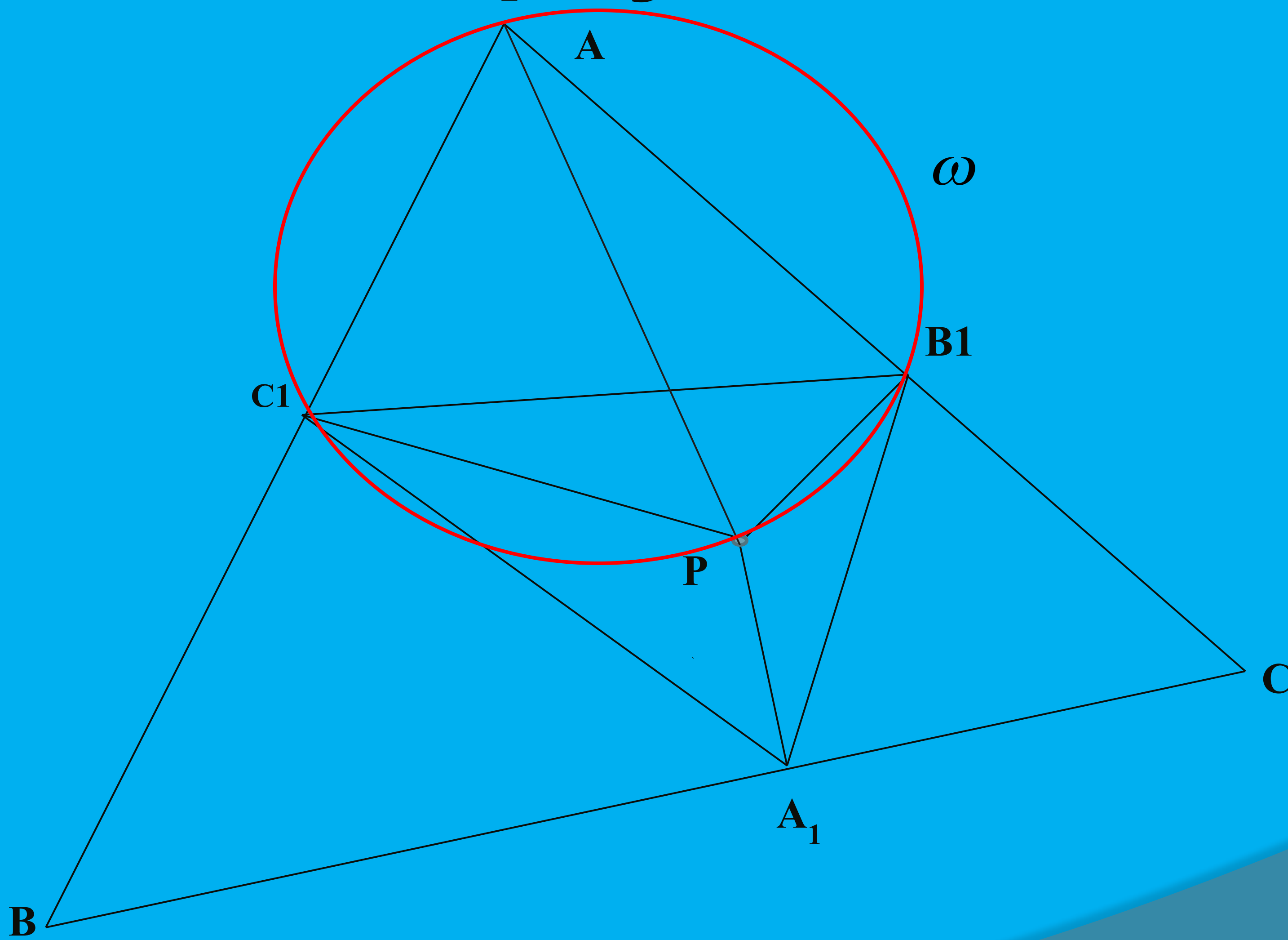
Рассмотрим произвольный треугольник ABC треугольник AB_1C_1.

$\angle AC_1B = \angle AB_1P = 90$

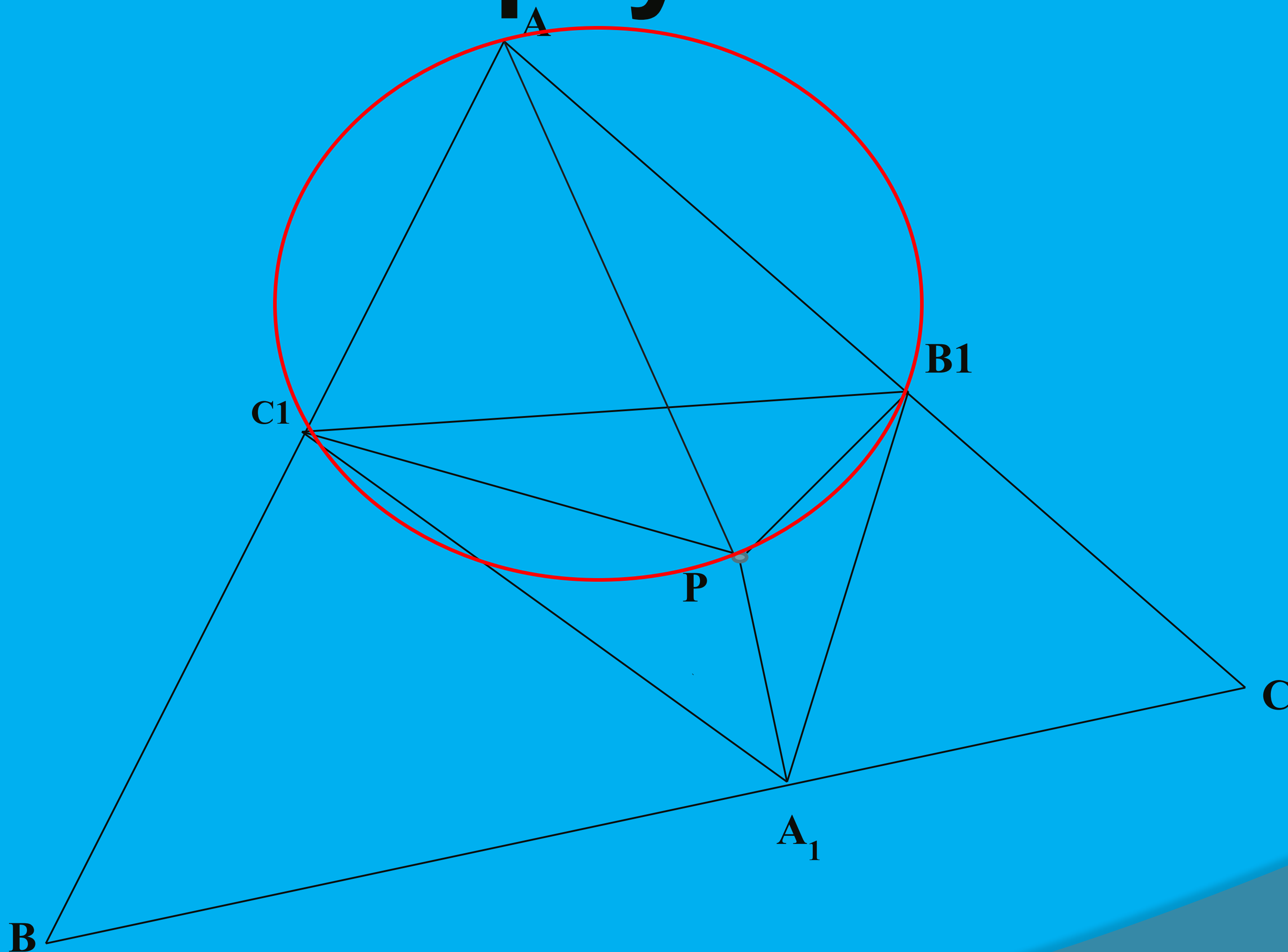
По теореме об угле опирающемся на диаметр окружности следует, что $P, C_1, B_1 \in$ окружности ω.

Где ω – описанная окружность около треугольника AC_1B_1.

Педальный треугольник



Педальный треугольник



Педальный треугольник