$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

a/ sinA = b/ sin B = c/ sinC

Теорема синусов и теорема косинусов

a/ sinA = b/ sin B = c/ sinC

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$.

Учитель Деменская С.А.

a/ sinA = b/ sin B = c/ sinC

Цель урока

- Экскурс в историю
- Сформулировать и доказать теорему синусов
- Сформулировать и доказать теорему косинусов
- Научиться применять данные теоремы к решению задач

Немного из истории

В 10 в. багдадский ученый Мухаммед из Буджана, известный под именем Абу-ль-Вефа сформулировал теорему синусов. Насир-эд-Дин из Туса (1201-1274) систематически рассмотрел все случаи решения косоугольных сферических треугольников и указал ряд новых способов решения. В 12 в. был переведен с арабского на латынь ряд астрономических работ, что позволило ознакомиться с ними европейцам. Но, к сожалению, многое осталось непереведенным, и выдающийся немецкий астроном и математик Иоганн Мюллер (1436 -1476), которого современники знали под именем Региомонтана (именно так переводится на латынь название его родного города Кенигсберга), через 200 лет после Насир-эд-Дина заново открыл его теоремы.

ФРАНСУА ВИЕТ (1540 – 1603)

Виет встал у истоков создания новой науки - тригонометрии. Многие тригонометрические формулы впервые были записаны Виетом.

В 1593 году он первым сформулировал в словесной форме теорему косинусов.

Косинус – это сокращение латинского выражения completelysinus, т. е. “дополнительный синус” (или иначе “синус дополнительной дуги”; cosa = sin(90° - a)).

Современные обозначения синуса и косинуса знаками sin x и cos x были впервые введены в 1739 году И. Бернулли в письме к петербургскому математику Л. Эйлеру. Придя к выводу, что эти обозначения весьма удобны, он стал употреблять их в своих математических работах. Кроме того, Эйлер вводит следующие сокращенные обозначения тригонометрических функций угла x: tang x, cot x, sec x, cosec x.

СФОРМУЛИРУЙТЕ ТЕОРЕМУ О ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

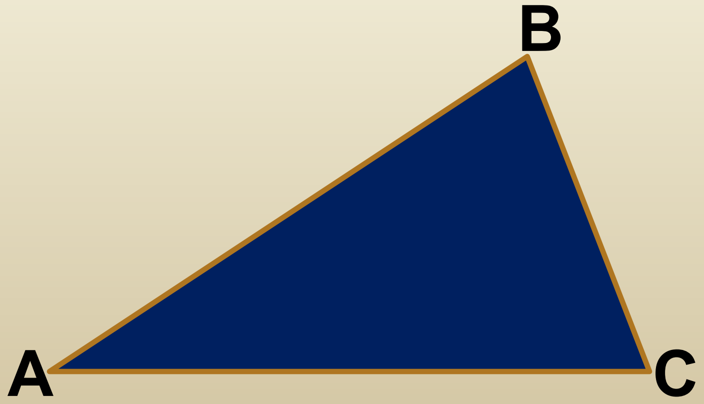
- **Площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.**

Запишите, чему равна площадь треугольника ABC

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \sin B = \frac{1}{2} AC \cdot BC \sin C = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin A$$

$$AB \sin B = AC \sin C$$

$$\boxed{\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}}$$

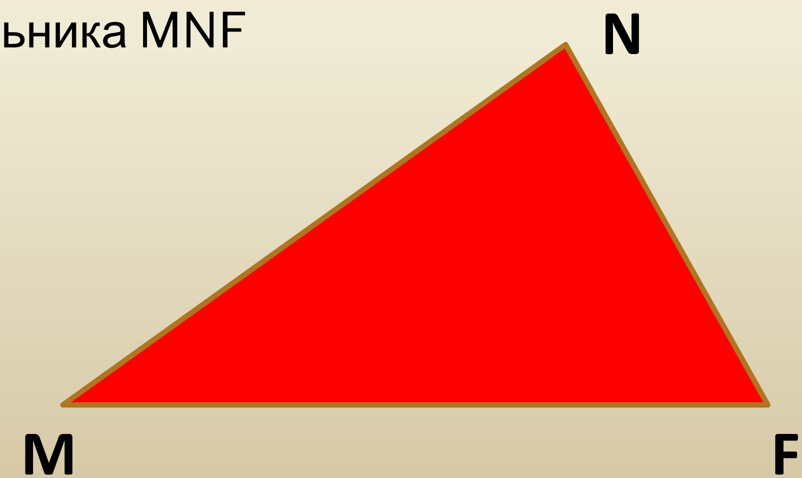


ТЕОРЕМА СИНУСОВ

- Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} = \frac{BC}{\sin A}$$

Запишите теорему синусов для треугольника MNF



$$\frac{MN}{\sin F} = \frac{NF}{\sin M} = \frac{MF}{\sin N}$$

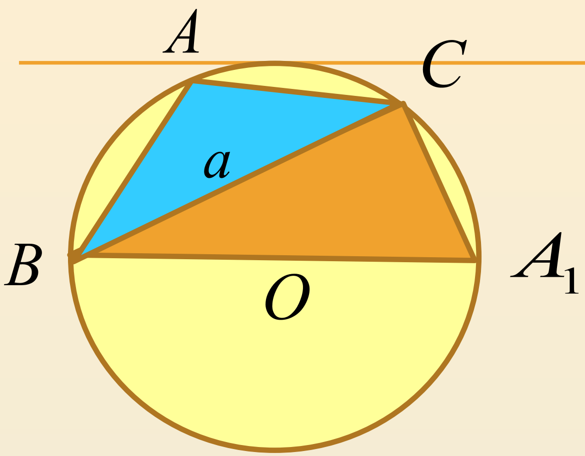
ЗАПИШИТЕ ТЕОРЕМУ СИНУСОВ ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ:

- ABC $$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$$
- KLM $$\frac{KL}{\sin M} = \frac{KM}{\sin L} = \frac{LM}{\sin K}$$
- PQH $$\frac{PQ}{\sin H} = \frac{PH}{\sin Q} = \frac{QH}{\sin P}$$

Замечание

Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру описанной окружности.

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} = 2R = D$$



Дано:

R – радиус описанной окружности, BC = a, BA_1 - диаметр

Доказать:

$\frac{BC}{\sin A} = 2R$ (BC=2RsinA)

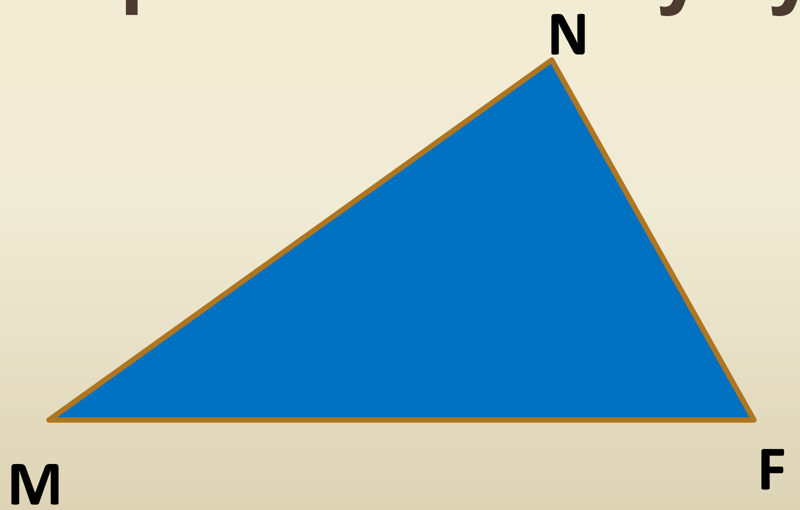
Доказательство:

Проведем диаметр BA_1. Рассмотрим ΔA_1BC, ∠C - прямоугольный =>
BC= BA_1 × sin A_1 Если т. A_1 лежит на дуге BAC, то ∠ A1= ∠A, если на дуге BDC, то ∠A1= 180° - ∠A.
И в том, и в другом случае sin A_1 = sin A => BC= BA_1 *sin A, BC= 2RsinA или

$$\frac{BC}{\sin A} = 2R$$

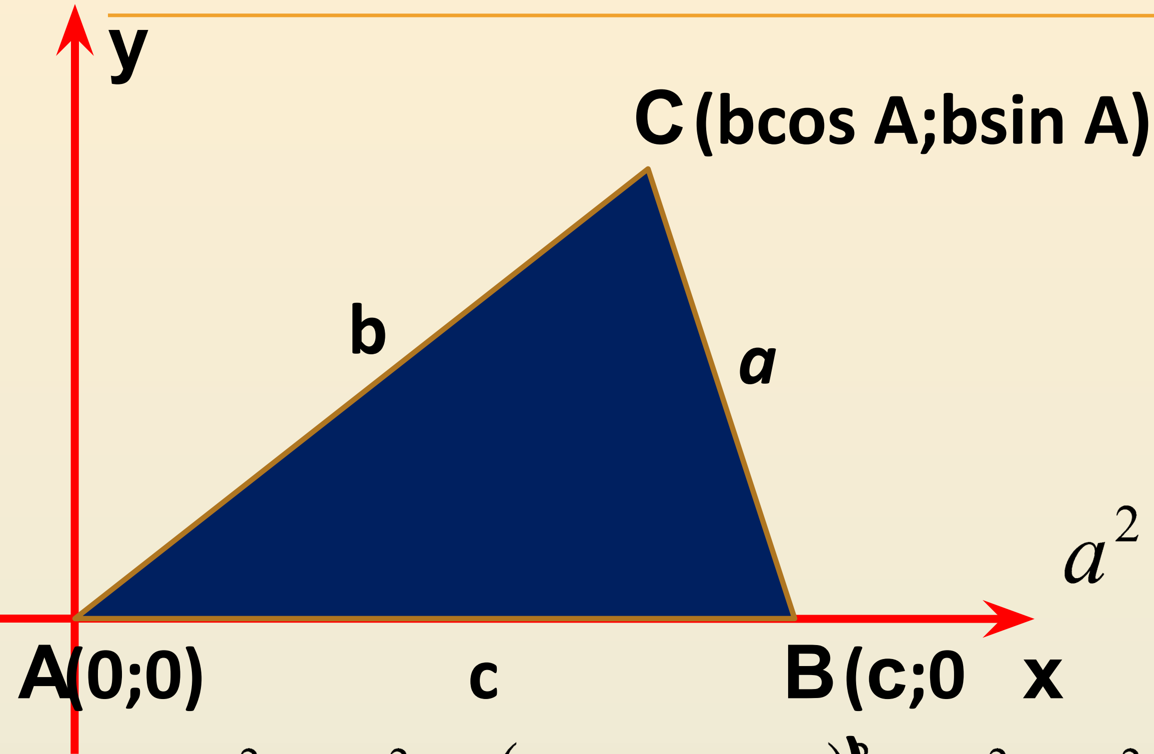
ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

- Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.



$$MN^2 = MF^2 + FN^2 - 2MF \cdot FN \cos\angle F$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:



Дано:

ΔABC

$AB=c$

$AC=b$

$BC=a$

Доказать:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

$$BC^2 = a^2 = (b\cos A - c)^2 + b^2\sin^2 A =$$

$$= b^2\cos^2 A + b^2\sin^2 A - 2bc\cos A + c^2 =$$

$$= b^2(\cos^2 A + \sin^2 A) - 2bc\cos A + c^2 =$$

$$= b^2 + c^2 - 2bc\cos A \Rightarrow \qquad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

ЗАПИШИТЕ ТЕОРЕМУ КОСИНУСОВ ДЛЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ:

- ABC

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC\cos\angle C$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC\cos\angle B$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC\cos\angle A$$

- KLP

$$LK^2 = LM^2 + MK^2 - 2LM \cdot MK\cos\angle M$$

$$LM^2 = LK^2 + KM^2 - 2LK \cdot KM\cos\angle K$$

$$MK^2 = ML^2 + LK^2 - 2ML \cdot LK\cos\angle L$$

ВЫРАЗИМ КОСИНУС УГЛА ИЗ ТЕОРЕМЫ КОСИНУСОВ

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \cdot BC \cos \angle C$$

$$2AC \cdot BC \cos \angle C = AC^2 + BC^2 - AB^2$$

$$\cos \angle C = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2AC \cdot BC}$$

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cos\angle B$$

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos\angle A$$

Выразите $\cos\angle B, \cos\angle A$

Обобщенная теорема Пифагора.

Теорему косинусов называют иногда обобщенной теоремой Пифагора. Такое название объясняется тем, что в теореме косинусов содержится как частный случай теорема Пифагора. В самом деле, если в ΔABC угол A прямой, то cosA = cos 90° = 0 и по теореме косинусов $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$ получаем:

$a^2 = b^2 + c^2$,

т.е. квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катета.

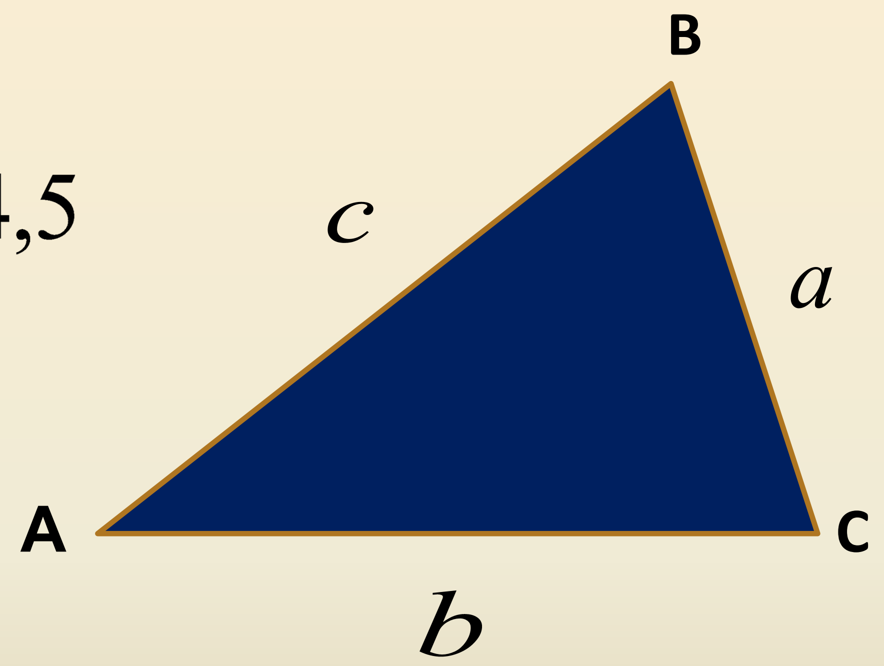
Задача№ 1025 (б)

Дано:

$\angle A = 30^\circ, \angle C = 75^\circ, b = 4,5$

Найти:

$\angle B, a, b$



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- П.97-98
- П.99 законспектировать в тетрадь задачи с 1 по 3
- Выполнить №1025(а,ж,з)

Спасибо за урок