Теорема Виета

Франсуа Виет (1540–1603) родился во Франции. Разработал почти всю элементарную алгебру; ввёл в алгебру буквенные обозначения и построил первое буквенное исчисление.

Формулировка

- Если x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения $x^2+px+q=0$, то $x_1+x_2=-p$, а $x_1 \cdot x_2=q$.

С помощью теоремы Виета можно выразить коэффициенты квадратного уравнения через его корни.

Доказательство

- Мы знаем, что при D≥0 корни приведённого квадратного уравнения находятся по формуле

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}.$$

•Теперь выполним алгебраические преобразования – и теорема Виета доказана:

$$x_1 + x_2 = (-\frac{p}{2} + \sqrt{D}) + (-\frac{p}{2} - \sqrt{D}) = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = (-\frac{p}{2} + \sqrt{D})(-\frac{p}{2} - \sqrt{D}) = \frac{p^2}{4} - D = \frac{p^2}{4} - (\frac{p^2}{4} - q) = q.$$

Обратим внимание

- Ещё одно интересное соотношение – дискриминант уравнения равен квадрату разности его корней:

$$D=(x_1-x_2)^2.$$

Посмотрим на теорему Виета в действии

Приведённое квадратное уравнение $x^2-7x+10=0$ имеет корни 2 и 5. Их сумма равна 7, а произведение 10.

Мы видим, что сумма корней равна второму коэффициенту с противоположным знаком, а произведение свободному члену.