

Теоретические основы развития пространственного мышления

«... владение пространственными представлениями и наличие пространственного воображения ... является одним из основных критериев образованности учащихся в области математики»

А.И. Гибш

План

1. Содержание понятий «пространственные представления», «пространственное мышление»
2. Общая характеристика и структура пространственного мышления
3. Значение развития пространственных представлений у младших школьников (*самостоятельно*)
4. Роль геометрического материала в развитии пространственных представлений

Литература

1. Гусев В.А. методика обучения геометрии. - М.: Издательский центр «Академия». 2004
2. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. - М.: Педагогика. 1980

Содержание понятий «пространственные представления», «пространственное мышление»

Пространственное мышление – это специфический вид мыслительной деятельности, необходимой при решении задач, требующих ориентации в пространстве (видимом или воображаемом) и основывающейся на анализе пространственных свойств и отношений реальных объектов или их графических изображений.

- **Представление** – это процесс мысленного воссоздания образов предметов и явлений, которые в данный момент не воздействуют на органы чувств человека
- **Пространственные представления** – это представления, в которых находят отражение пространственные отношения предметов (величина, форма, взаимное расположение, движение и преобразование)
- Развитие пространственных представлений и вопросы методики преподавания (Н.Ф. Четверухин, И.С. Якиманская, Р.С. Черкасов, И.Я. Каплунович, А.М. Пышкало, В.А. Гусев, Е.В. Знаменская)

Пространственные представления являются базой для развития пространственного мышления, они отражают соотношения и свойства реальных предметов, т.е. свойства трехмерного видимого или воспринимаемого пространства

Пространственное мышление – это специфический вид мыслительной деятельности, необходимой при решении задач, требующих ориентации в пространстве (видимом или воображаемом) и основывающейся на анализе пространственных свойств и отношений реальных объектов или их графических изображений.

- Под пространственными отношениями понимают отношения между объектами пространства или пространственными признаками этих объектов.
- Они выражаются отношениями взаимного расположения, направления (*вперед, назад вверх, вниз, влево, вправо*), протяженности (*длинный, короткий, высокий, низкий, длиннее, короче, выше, ниже*), расстоянию (*близко, далеко, ближе, дальше*) т.п.

Качественные показатели пространственных представлений

- Тип оперирования пространственными образами
- Широта оперирования с учетом используемой графической основы
- Полнота образа (преимущественное отображение в нем формы, величины, пространственного положения объектов)
- Используемая устойчивая система отсчета (от себя, от произвольной точки)

Типы оперирования пространственными образами выделены и описаны И.С. Якиманской

Первый тип оперирования характеризуется тем, что исходный образ, уже созданный на графической наглядной основе, в процессе решения задачи на движение мысленно видоизменяется в соответствии с условиями задачи.

Эти изменения касаются его пространственного положения и не затрагивают структурных особенностей образа

Две задачи:

1. Создание образа.

Дан чертеж в трех видах. Представьте по нему объект и зарисуйте его

2. Преобразование образа.

Посмотрите на рисунок. Мысленно поверните эту модель к себе разными гранями и дайте ответ: какому из видов а), б) или в) соответствует положение модели, повернутой к нам синей гранью?

Второй тип оперирования характеризуется тем, что исходный образ под влиянием задачи преобразуется по структуре

При этом исходный образ или его элементы подвергаются трансформации, существенной мысленной реконструкции путем перегруппировки, перемещения, наложения и т.п.

В результате может получиться образ, мало похожий или вовсе непохожий на исходный

Степень мысленной активности намного выше, чем при первом типе оперирования

Например,

«В трапеции $ABCD$ точка K – середина стороны AB соединена с точкой C . Представьте, что трапеция разрезана по линии KC . Треугольник CBK повернут вокруг точки K так, что отрезки KB и KA совместились. Какая фигура получилась? Нарисуйте ее».

При третьем типе оперирования исходный образ является лишь первичной основой для создания нового образа, возникающего путем неоднократных преобразований исходного

Создание нового образа по условию задачи – это цепь мыслительных операций по созданию промежуточных образов

Графические условные изображения делятся на группы, с различным соотношением наглядных и понятийных элементов

Первая группа – **наглядные** (реалистические) изображения воспроизводят в основном общий вид объекта, как он непосредственно воспринимается нами (картина, фотография, ...)

Вторая группа – **наглядно-знаковые** (условно-схематические) изображения передают не столько внешний облик объекта, сколько его пространственные характеристики (геометрическую форму, величину и т.п.) и являются более обобщенными. Различаются степенью наглядности (методы изображений)

Третья группа – **символические** изображения выражают не отдельные свойства объекта, а присущие ему наиболее общие связи и закономерности

Характеристика образного мышления школьников

1. Наглядно-действенное мышление, неотделимое от практических действий

Основная особенность – объектом непосредственных преобразований служит реальная ситуация

Начинают формироваться мыслительные операции:

- анализ условий,
- постановка цели (целеполагание),
- оценка результатов и их соответствия поставленным целям и др.

2. Наглядно-образное мышление

3. Понятийное мышление

Активно формируется вся система мыслительных операций, в понятиях выделяются общие и частные свойства и признаки, мышление приобретает индуктивно-дедуктивный характер.

И.С. Якиманская: «... не учитывалось, что образное мышление само развивается, что оно является равноценной формой интеллектуальной деятельности, имеет довольно сложные формы проявления и разнообразные функции »

Этапы функционирования и операции образного мышления

- 1. Создание первичного образа на уровне чувственного восприятия.** При этом в образе фиксируются свойства и признаки объекта в соответствии с условиями задачи, они могут меняться. Образ выступает в качестве динамичного и многоаспектного отражения реальной ситуации.

Основная мыслительная операция – анализ, структурирование наглядно воспринимаемого объекта, выделение его элементов и связей между ними

Этапы функционирования и операции образного мышления

2. Создание вторичного образа осуществляется по памяти при отсутствии реального объекта или сознательном отказе от его использования. Вторичный образ обладает большей общностью, отражает свойства и признаки целого класса объектов, приближается к понятию.

Основная мыслительная операция – обобщение (типизация)

С.Л. Рубинштейн: вторичный образ «освобождается от «прикованности» к единичному объекту и может быть обобщенным образом целого класса или категории аналогичных предметов»

3. Оперирование образами. Происходит активное преобразование созданных или воспроизведенных по памяти образов.

Л.С. Выготский: «Мыслительные операции образного мышления соответствуют основным геометрическим преобразованиям»

4. Создание новых образов. Происходит активная трансформация исходных данных.

Все этапы необходимы для формирования пространственных представлений

Роль геометрического материала в развитии пространственных представлений

Становление пространственного мышления ребенка в онтогенезе происходит через формирование целостных операторных структур:

- топологических
- проективных
- метрических (Ж. Пиаже).

Вычленение пространственных свойств и отношений начинается с определения местоположения объекта, затем фиксируется его форма в зависимости от позиции наблюдения объекта и, наконец, определяется его величина (пропорции)

Система заданий и упражнений на развитие пространственных представлений

1. Задания на создание образа

В геометрии создание образа осуществляется на основе чертежа и предполагает:

- анализ существенных свойств фигуры, ее пространственных и метрических соотношений;
- мысленную группировку отдельных элементов фигуры;
- подведение под понятие;
- актуализация основных свойств фигуры;
- вычленение данных и искомых элементов чертежа.

Возможны следующие задания:

- Перевод словесных данных задачи в графический образ
- Выделение существенных свойств актуализируемого понятия (равны, параллельны, пересекаются и т.п.) и фиксация их на чертеже
- Вычленение искомой (исследуемой) фигуры среди других фигур
- Сравнение фигур на чертеже по заданным параметрам
- Построение по ходу решения задачи недостающих фигур
- Рассмотрение элементов чертежа с разных точек зрения

2. Задания на оперирование образами

Например, «Треугольник ABC повернут вокруг точки C так, что получился новый треугольник, стороны которого являются продолжением сторон данного треугольника. Сделайте чертеж»

В основе заданий на трансформацию чертежа лежат геометрические преобразования плоскости и пространства:

параллельный перенос, поворот, центральная симметрия, осевая симметрия, симметрия относительно плоскости, гомотетия, подобие, параллельное проектирование, ортогональное проектирование

Задание для практического занятия

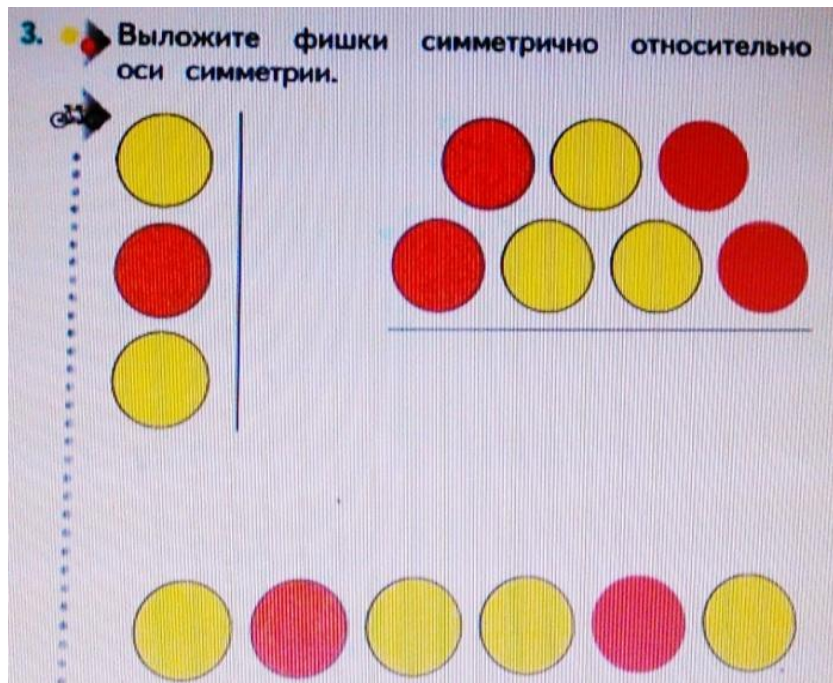
Проанализировать учебники математики для
начальной школы

и

выписать задания, направленные на формирование и
развитие пространственных представлений у
школьников

Понятия симметричных фигур и фигуры, имеющей ось симметрии

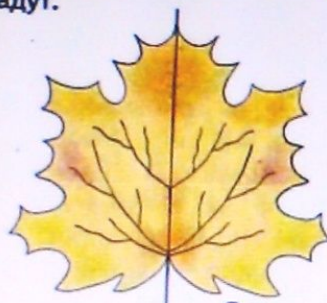
3. Выложите фишки симметрично относительно оси симметрии.



The image shows a worksheet for a symmetry activity. On the left, there is a vertical dashed line representing an axis of symmetry. To its left, three colored circles are arranged vertically: a yellow one at the top, a red one in the middle, and a yellow one at the bottom. To the right of the axis, a larger arrangement of six circles is shown, also arranged vertically: a red circle at the top, followed by a yellow one, then another red one, then a yellow one, then another yellow one, and finally a red one at the bottom. Below this, a row of six circles is shown, alternating in color from left to right: yellow, red, yellow, yellow, red, yellow.

Оси симметрии фигуры

Лист клёна имеет единственную ось симметрии. Если его перегнуть по этой оси, то обе части листа совпадут.



← Ось симметрии

Зелёная фигура имеет две оси симметрии, а красная — три.



The image is a page from a book titled 'Узнаем новое' (Learn something new). It discusses axes of symmetry. It features a drawing of a yellow maple leaf with a vertical line through its center labeled 'Ось симметрии' (Axis of symmetry). Below this, it states that a green figure has two axes of symmetry and a red figure has three. The green figure is a figure-eight shape with two axes of symmetry shown (one vertical, one horizontal). The red figure is an equilateral triangle with three axes of symmetry shown (one vertical, and two diagonal).

Задание

Найди центр круга перегибанием

Задачи на построение с помощью циркуля и линейки

- Построение угла, равного данному, с помощью циркуля и линейки
- Построение треугольника, равного данному по двум сторонам и углу между ними
- Построение треугольника, равного данному по стороне и двум прилежащим к ней углам
- Построение правильного шестиугольника

Изображение фигур в параллельной проекции

- Куб и его изображение
- Многогранник (куб, тетраэдр, прямоугольный параллелепипед, пирамида и их изображение)