

# Теоретические основы развития пространственного мышления

*«... владение пространственными представлениями и наличие пространственного воображения ... является одним из основных критериев образованности учащихся в области математики»*

А.И. Гибш

## План

1. Содержание понятий «пространственные представления», «пространственное мышление»
2. Общая характеристика и структура пространственного мышления
3. Значение развития пространственных представлений у младших школьников (*самостоятельно*)
4. Роль геометрического материала в развитии пространственных представлений

### Литература

1. Гусев В.А. методика обучения геометрии. - М.: Издательский центр «Академия». 2004
2. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. - М.: Педагогика. 1980

## **Содержание понятий «пространственные представления», «пространственное мышление»**

**Пространственное мышление** – это специфический вид мыслительной деятельности, необходимой при решении задач, требующих ориентации в пространстве (видимом или воображаемом) и основывающейся на анализе пространственных свойств и отношений реальных объектов или их графических изображений.

- **Представление** – это процесс мысленного воссоздания образов предметов и явлений, которые в данный момент не воздействуют на органы чувств человека
- **Пространственные представления** – это представления, в которых находят отражение пространственные отношения предметов (величина, форма, взаимное расположение, движение и преобразование)
- Развитие пространственных представлений и вопросы методики преподавания (Н.Ф. Четверухин, И.С. Якиманская, Р.С. Черкасов, И.Я. Каплунович, А.М. Пышкало, В.А. Гусев, Е.В. Знаменская)

Пространственные представления являются базой для развития пространственного мышления, они отражают соотношения и свойства реальных предметов, т.е. свойства трехмерного видимого или воспринимаемого пространства

**Пространственное мышление** – это специфический вид мыслительной деятельности, необходимой при решении задач, требующих ориентации в пространстве (видимом или воображаемом) и основывающейся на анализе пространственных свойств и отношений реальных объектов или их графических изображений.

- Под пространственными отношениями понимают отношения между объектами пространства или пространственными признаками этих объектов.
- Они выражаются отношениями взаимного расположения, направления (*вперед, назад вверх, вниз, влево, вправо*), протяженности (*длинный, короткий, высокий, низкий, длиннее, короче, выше, ниже*), расстоянию (*близко, далеко, ближе, дальше*) т.п.

## Качественные показатели пространственных представлений

- Тип оперирования пространственными образами
- Широта оперирования с учетом используемой графической основы
- Полнота образа (преимущественное отображение в нем формы, величины, пространственного положения объектов)
- Используемая устойчивая система отсчета (от себя, от произвольной точки)

Типы оперирования пространственными образами выделены и описаны И.С. Якиманской

***Первый тип оперирования*** характеризуется тем, что исходный образ, уже созданный на графической наглядной основе, в процессе решения задачи на движение мысленно видоизменяется в соответствии с условиями задачи.

Эти изменения касаются его пространственного положения и не затрагивают структурных особенностей образа



*Две задачи:*

1. Создание образа.

Дан чертеж в трех видах. Представьте по нему объект и зарисуйте его

2. Преобразование образа.

Посмотрите на рисунок. Мысленно поверните эту модель к себе разными гранями и дайте ответ: какому из видов а), б) или в) соответствует положение модели, повернутой к нам синей гранью?

***Второй тип оперирования*** характеризуется тем, что исходный образ под влиянием задачи преобразуется по структуре

При этом исходный образ или его элементы подвергаются трансформации, существенной мысленной реконструкции путем перегруппировки, перемещения, наложения и т.п.

В результате может получиться образ, мало похожий или вовсе непохожий на исходный

Степень мысленной активности намного выше, чем при первом типе оперирования

*Например,*

*«В трапеции  $ABCD$  точка  $K$  – середина стороны  $AB$  соединена с точкой  $C$ . Представьте, что трапеция разрезана по линии  $KC$ . Треугольник  $CBK$  повернут вокруг точки  $K$  так, что отрезки  $KB$  и  $KA$  совместились. Какая фигура получилась? Нарисуйте ее».*

***При третьем типе оперирования*** исходный образ является лишь первичной основой для создания нового образа, возникающего путем неоднократных преобразований исходного

Создание нового образа по условию задачи – это цепь мыслительных операций по созданию промежуточных образов

**Графические условные изображения** делятся на группы, с различным соотношением наглядных и понятийных элементов

Первая группа – **наглядные** (реалистические) изображения воспроизводят в основном общий вид объекта, как он непосредственно воспринимается нами (картина, фотография, ...)

Вторая группа – **наглядно-знаковые** (условно-схематические) изображения передают не столько внешний облик объекта, сколько его пространственные характеристики (геометрическую форму, величину и т.п.) и являются более обобщенными. Различаются степенью наглядности (методы изображений)

Третья группа – **символические** изображения выражают не отдельные свойства объекта, а присущие ему наиболее общие связи и закономерности

## Характеристика образного мышления школьников

### 1. **Наглядно-действенное мышление**, неотделимое от практических действий

Основная особенность – объектом непосредственных преобразований служит реальная ситуация

Начинают формироваться мыслительные операции:

- анализ условий,
- постановка цели (целеполагание),
- оценка результатов и их соответствия поставленным целям и др.

## 2. Наглядно-образное мышление

## 3. Понятийное мышление

Активно формируется вся система мыслительных операций, в понятиях выделяются общие и частные свойства и признаки, мышление приобретает индуктивно-дедуктивный характер.

И.С. Якиманская: «... не учитывалось, что образное мышление само развивается, что оно является равноценной формой интеллектуальной деятельности, имеет довольно сложные формы проявления и разнообразные функции »

## Этапы функционирования и операции образного мышления

- 1. Создание первичного образа** на уровне чувственного восприятия. При этом в образе фиксируются свойства и признаки объекта в соответствии с условиями задачи, они могут меняться. Образ выступает в качестве динамичного и многоаспектного отражения реальной ситуации.

*Основная мыслительная операция – анализ, структурирование наглядно воспринимаемого объекта, выделение его элементов и связей между ними*



## Этапы функционирования и операции образного мышления

**2. Создание вторичного образа** осуществляется по памяти при отсутствии реального объекта или сознательном отказе от его использования. Вторичный образ обладает большей общностью, отражает свойства и признаки целого класса объектов, приближается к понятию.

*Основная мыслительная операция – обобщение (типизация)*

*С.Л. Рубинштейн: вторичный образ «освобождается от «прикованности» к единичному объекту и может быть обобщенным образом целого класса или категории аналогичных предметов»*

**3. Оперирование образами.** Происходит активное преобразование созданных или воспроизведенных по памяти образов.

*Л.С. Выготский: «Мыслительные операции образного мышления соответствуют основным геометрическим преобразованиям»*

**4. Создание новых образов.** Происходит активная трансформация исходных данных.

Все этапы необходимы для формирования пространственных представлений

## **Роль геометрического материала в развитии пространственных представлений**

Становление пространственного мышления ребенка в онтогенезе происходит через формирование целостных операторных структур:

- топологических
- проективных
- метрических (Ж. Пиаже).

Вычленение пространственных свойств и отношений начинается с определения местоположения объекта, затем фиксируется его форма в зависимости от позиции наблюдения объекта и, наконец, определяется его величина (пропорции)

# Система заданий и упражнений на развитие пространственных представлений

## 1. Задания на создание образа

В геометрии создание образа осуществляется на основе чертежа и предполагает:

- анализ существенных свойств фигуры, ее пространственных и метрических соотношений;
- мысленную группировку отдельных элементов фигуры;
- подведение под понятие;
- актуализация основных свойств фигуры;
- вычленение данных и искомых элементов чертежа.

Возможны следующие задания:

- Перевод словесных данных задачи в графический образ
- Выделение существенных свойств актуализируемого понятия (равны, параллельны, пересекаются и т.п.) и фиксация их на чертеже
- Вычленение искомой (исследуемой) фигуры среди других фигур
- Сравнение фигур на чертеже по заданным параметрам
- Построение по ходу решения задачи недостающих фигур
- Рассмотрение элементов чертежа с разных точек зрения

## 2. Задания на оперирование образами

*Например, «Треугольник ABC повернут вокруг точки C так, что получился новый треугольник, стороны которого являются продолжением сторон данного треугольника. Сделайте чертеж»*

В основе заданий на трансформацию чертежа лежат геометрические преобразования плоскости и пространства:

*параллельный перенос, поворот, центральная симметрия, осевая симметрия, симметрия относительно плоскости, гомотетия, подобие, параллельное проектирование, ортогональное проектирование*

## **Задание для практического занятия**

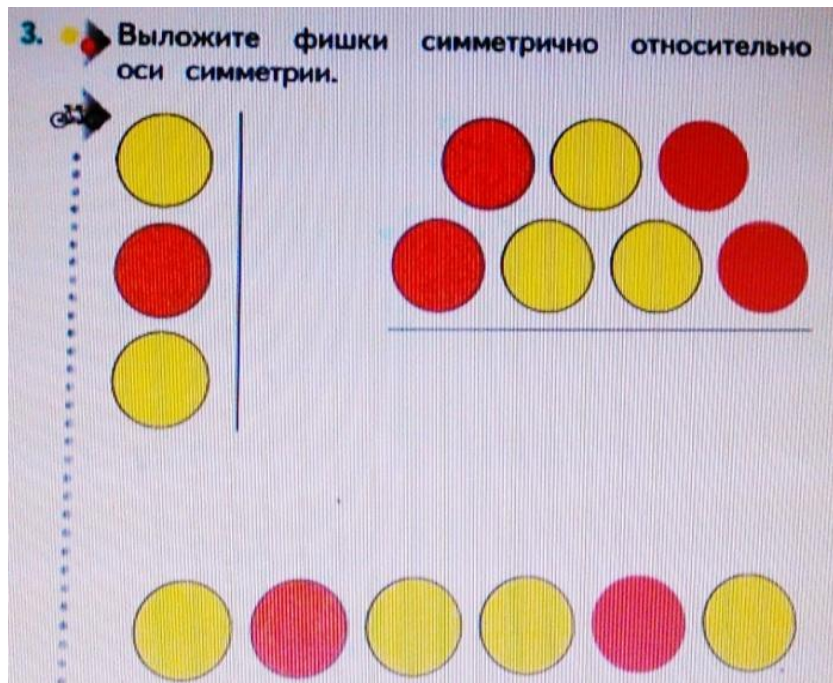
Проанализировать учебники математики для  
начальной школы

и

выписать задания, направленные на формирование и  
развитие пространственных представлений у  
школьников

# Понятия симметричных фигур и фигуры, имеющей ось симметрии

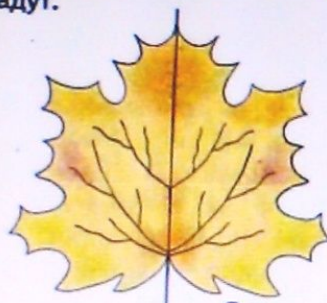
3. Выложите фишки симметрично относительно оси симметрии.



The activity shows a vertical dashed line as an axis of symmetry. To the left of the axis, three circles are arranged vertically: a yellow one at the top, a red one in the middle, and a yellow one at the bottom. To the right of the axis, a horizontal line serves as a base, with two rows of circles above it. The top row consists of a red circle, a yellow circle, and a red circle. The bottom row consists of a red circle, a yellow circle, a yellow circle, and a red circle. Below the main activity, a row of six circles is shown: yellow, red, yellow, yellow, red, yellow.

## Оси симметрии фигуры

Лист клёна имеет единственную ось симметрии. Если его перегнуть по этой оси, то обе части листа совпадут.



← Ось симметрии

Зелёная фигура имеет две оси симметрии, а красная — три.



The green figure is a horizontal figure-eight shape with two axes of symmetry: a vertical one (labeled 1) and a horizontal one (labeled 2). The red figure is an equilateral triangle with three axes of symmetry: a vertical one (labeled 1) and two diagonal ones (labeled 2 and 3).



## Задание

Найди центр круга перегибанием

## Задачи на построение с помощью циркуля и линейки

- Построение угла, равного данному, с помощью циркуля и линейки
- Построение треугольника, равного данному по двум сторонам и углу между ними
- Построение треугольника, равного данному по стороне и двум прилежащим к ней углам
- Построение правильного шестиугольника

## Изображение фигур в параллельной проекции

- Куб и его изображение
- Многогранник (куб, тетраэдр, прямоугольный параллелепипед, пирамида и их изображение)