

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ В ЗАДАНИЯХ ЕГЭ

*Учитель математики ГБОУ гимназии  
№1 г. Похвистнево Антонова Г.В.*

1. В чемпионате мира участвуют 16 команд. С помощью жребия их нужно разделить на четыре группы по четыре команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп: 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда России окажется во второй группе?

**Решение:** Обозначим через  $A$  событие «команда России во второй группе». Тогда количество благоприятных событий  $m = 4$  (четыре карточки с номером 2), а общее число равновозможных событий  $n = 16$  (16 карточек). Тогда, по определению, вероятность

$$P(A) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ: 0,25.**

2. В чемпионате мира участвуют 15 команд. С помощью жребия их нужно разделить на пять групп по три команды в каждой. В ящике вперемешку лежат карточки с номерами групп:

1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5. Капитаны команд тянут по одной карточке. Какова вероятность того, что команда Италии окажется в третьей группе?

*Решение:* Обозначим через  $A$  событие «команда Италии в третьей группе». Тогда количество благоприятных событий  $m = 3$  (три карточки с номером 3), а общее число равновозможных событий  $n = 15$  (15 карточек). Согласно определению вероятности

$$P(A) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

*Ответ: 0,2.*

3. Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 20 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

**Решение:** Общее число случаев (число всех выступлений)  $n = 80$ . Число благоприятных случаев (число выступлений в третий день)  $m = \frac{80-20}{3} = 20$ .

Согласно определению вероятности

$$P = \frac{20}{80} = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ: 0,25.**



4. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов – первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

**Решение:** Общее число случаев (число всех докладов)  $n = 75$ .  
Число благоприятных случаев (число докладов в последний день конференции)  $m = \frac{75 - 17 \cdot 3}{2} = 12$ .

Согласно определению вероятности

$$P = \frac{12}{75} = \frac{4}{25} = 0,16.$$

**Ответ: 0,16.**

5. Конкурс исполнителей проводится в 5 дней. Всего заявлено 80 выступлений – по одному от каждой страны. В первый день 8 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность того, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

**Решение:** Общее число случаев (число всех выступлений)  $n = 80$ . Число благоприятных случаев (число выступлений в третий день конкурса)  $m = \frac{80-8}{4} = 18$ .

Согласно определению вероятности

$$P = \frac{18}{80} = 0,225.$$

**Ответ: 0,225.**

6. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 50 спортсменов, среди них 5 прыгунов из Испании и 3 прыгуна из Бразилии. Порядок выступлений определяется жребием. Найдите вероятность того, что сорок вторым будет выступать прыгун из Испании.

**Решение:** Общее число случаев (сорок вторым может выступать любой из прыгунов)  $n = 50$ . Число благоприятных случаев (число прыгунов из Испании)  $m = 5$ .

Согласно определению вероятности

$$P = \frac{5}{50} = 0,1.$$

**Ответ: 0,1.**

7. В классе 21 шестиклассник, среди них два друга – Митя и Петя. Класс случайным образом делят на три группы, по 7 человек в каждой. Найдите вероятность того, что Митя и Петя окажутся в одной и той же группе.

*Решение:* В каждой группе 7 человек. Будем считать, что Митя уже занял место в одной группе. Обозначим через  $A$  событие «Петя оказался в той же группе». Для Пети останется  $n = 20$  свободных мест, из них  $m = 6$  мест.

Вычисляем вероятность

$$P(A) = \frac{6}{20} = 0,3.$$

*Ответ: 0,3.*



8. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России. (число участников, исключая самого Руслана Орлова)  $n = 26 - 1 = 25$ .

Число благоприятных случаев (число участников из России, исключая самого Руслана Орлова)

$$m = 10 - 1 = 9.$$

По определению вероятности  $P = \frac{9}{25} = 0,36$ .

*Ответ: 0,36.*

9. Стрелок стреляет по мишени один раз. В случае промаха стрелок делает второй выстрел по той же мишени. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена (одним из выстрелов).

**Решение:** У стрелка есть две возможности: поразить мишень при первом выстреле, либо поразить мишень при втором выстреле (при неудачном первом выстреле). Вероятность поражения мишени при первом выстреле  $P_1 = 0,6$ . Вероятность того, что первым выстрелом мишень не будет поражена  $P_{21} = 1 - 0,6 = 0,4$ .

Вероятность поражения мишени при втором выстреле  $P_{22} = 0,6$ . Согласно теореме умножения вероятностей, вероятность того, что первый выстрел будет неудачным, но мишень будет поражена при втором выстреле  $P_2 = P_{21} \cdot P_{22} = 0,4 \cdot 0,6 = 0,24$ .

### **(продолжение решения 6 задачи)**

Согласно теореме сложения вероятностей, вероятность того, что мишень будет поражена  $P = P_1 + P_2 = 0,6 + 0,24 = 0,84$ .

### **Второй способ решения задачи:**

Вероятность поражения при одном выстреле равна  $P(A) = 0,6$ . Вероятность непопадания  $P(\bar{A}) = 1 - 0,6 = 0,4$ . Согласно теореме умножения вероятностей вероятность промахнуться равна  $P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,4 \cdot 0,4 = 0,16$ . Тогда вероятность поражения (одним из выстрелов)  $P = 1 - 0,16 = 0,84$ .

**Ответ: 0,84.**



10. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 25% этих стёкол, вторая – 75%. Первая фабрика выпускает 4% бракованных стёкол, а вторая – 2%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

**Решение:** Если обозначить всё количество стёкол для автомобильных фар за  $x$ , то первая фабрика выпускает  $0,25x$  стёкол, а вторая –  $0,75x$ . Количество выпуска бракованных стёкол первой фабрикой равно  $0,04 \cdot 0,25x$ , второй –  $0,02 \cdot 0,75x$ . Следовательно, количество всех бракованных стёкол равно  $(0,04 \cdot 0,25x + 0,02 \cdot 0,75x) = 0,025x$ .

По определению вероятности  $P = \frac{0,025x}{x} = 0,025$ .

**Ответ:**  $0,025$ .



11. Два завода выпускают одинаковые автомобильные предохранители. Первый завод выпускает 40% предохранителей, второй – 60%. Первый завод выпускает 4% предохранителей, а второй – 3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранный в магазине предохранитель окажется бракованным.

**Решение:** Если обозначить всё количество предохранителей за  $x$ , то первый завод выпускает  $0,4x$  предохранителей, а второй –  $0,6x$ . Количество выпуска бракованных предохранителей первым заводом равно  $0,04 \cdot 0,4x$ , вторым –  $0,03 \cdot 0,6x$ . Следовательно, количество всех бракованных стёкол равно  $(0,04 \cdot 0,4x + 0,03 \cdot 0,6x) = 0,034x$ .

По определению вероятности  $P = \frac{0,034x}{x} = 0,034$ .

**Ответ:**  $0,034$ .

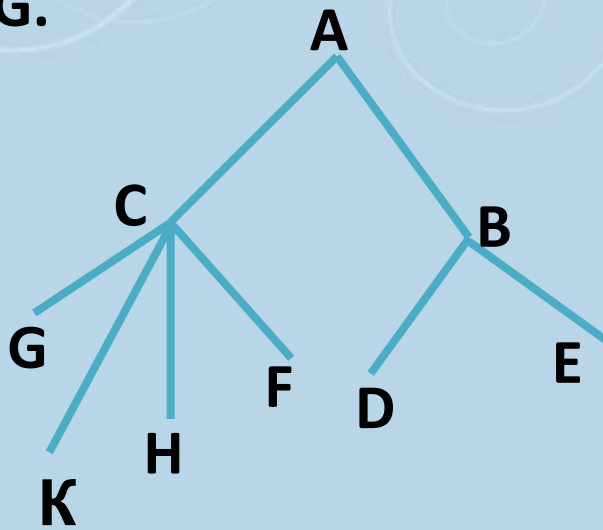
12. На соревнования по метанию ядра приехали 5 спортсменов из Сербии, 7 из Хорватии и 3 из Норвегии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым будет выступать спортсмен из Норвегии

**Решение:** Общее число случаев (число всех спортсменов)  $n = 15$ . Число благоприятных случаев (число спортсменов из Норвегии)  $m = 3$ .

Согласно определению вероятности  $P = \frac{3}{15} = 0,2$ .

**Ответ:** 0,2.

13. Павел Иванович совершает прогулку из точки А по дорожкам парка. На каждой развилке он наудачу выбирает следующую дорожку, не возвращаясь обратно. Схема дорожек показана на рисунке. Найдите вероятность того, что Павел Иванович попадѣт в точку G.



**Решение:** Для того чтобы пенсионер пришѣл в точку G, должны произойти два события: на первой развилке он должен направиться из точки А в точку С (с вероятностью  $p_1 = \frac{1}{2}$ ), на второй развилке – из точки С в точку G (с вероятностью  $p_2 = \frac{1}{4}$ ).

Тогда, согласно теореме умножения вероятностей, маршрут А-С-G пенсионер выберет с вероятностью  $p = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0,125$ .

**Ответ:** 0,125.

14. Вася, Петя, Коля и Лёша бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет Петя.

**Решение:** Обозначим через  $A$  событие «начинает игру Петя». Тогда количество благоприятствующих исходов  $m = 1$ , а общее число равновозможных исходов  $n$  (начинает игру Петя, начинает игру Вася, начинает игру Коля, начинает игру Лёша)

$$\text{Вероятность } P(A) = \frac{1}{4} = 0,25.$$

**Ответ:** 0,125.



15. Катя дважды бросает игральный кубик. В сумме у неё выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что при одном из бросков выпало 5 очков.

*Решение:*

Общее число случаев  $n = 5$  ((1,5); (5,1); (2,4); (4,2); (3,3)). Число благоприятных случаев (комбинации (1,5); (5,1))  $m = 2$ .

Согласно определению вероятности  $P = \frac{2}{5} = 0,4$ .

*Ответ: 0,4.*

16. Люда дважды бросает игральный кубик. В сумме у неё выпало 9 очков. Найдите вероятность того, что при первом броске выпало 5 очков.

**Решение:** Общее число случаев  $n = 4$  ((3,6); (4,5); (5,4); (6,3)). Число благоприятных случаев  $m = 1$  (комбинация (5,4)). По определению вероятности  $P = \frac{1}{4} = 0,25$ .

**Ответ:** 0,25.

17. Таня и Нина играют в кости. Они бросают кость по одному разу. Выигрывает тот, кто выбросил больше очков. Если очков выпало поровну, то наступает ничья. В сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что Таня выиграла.

**Решение:** Общее число случаев  $n = 5$  ((1,5); (2,4); (3,3); (4,2); (5,1)). Число благоприятных случаев  $m = 2$  (комбинации (1,5); (2,4) или (4,2); (5,1)).

По определению вероятности  $P = \frac{2}{5} = 0,4$ .

**Ответ:** 0,4.

18. Найдите вероятность того, что при бросании двух кубиков на каждом выпадет менее 4 очков.

**Решение:** Общее число случаев  $n = 6 \cdot 6 = 36$ . Число благоприятных случаев  $m = 3 \cdot 3$ . Согласно определению вероятности  $P = \frac{9}{36} = 0,25$ . **Ответ: 0,25.**

19. При двукратном бросании игрального кубика в сумме выпало 6 очков. Найдите вероятность того, что в первый раз выпало меньше 3 очков.

**Решение:** Общее число случаев  $n = 5$  (комбинации (1,5); (5,1); (2,4); (4,2); (3,3)). Число благоприятных случаев (комбинации (1,5); (2,4))  $m = 2$ .

Согласно определению вероятности  $P = \frac{2}{5} = 0,4$ .

**Ответ: 0,4.**

20. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда «Меркурий» по очереди играет с командами «Марс», «Юпитер» и «Уран». Найдите вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом выиграет команда «Меркурий».

**Решение: 1 способ.** Обозначим ситуацию, когда в матче первая владеет мячом команда «Меркурий» за «1», обратную ситуацию за «0». Всего будет сыграно 3 матча. Общее число случаев (комбинации 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111)  $n = 8$ . Число благоприятных случаев (комбинация 100)  $m = 1$ .

Согласно определению вероятности  $P = \frac{1}{8} = 0,125$ .

**Ответ: 0,125.**



## ***2 способ решения:***

Обозначим через  $A$  событие «команда «Меркурий» начинает игру первой», тогда противоположное событие  $\bar{A}$  означает «команда «Меркурий» не начинает игру первой». Из условия задачи следует, что вероятность  $P(A) = 0,5$ ,

тогда  $P(\bar{A}) = 1 - 0,5$ . Событие  $C$  «команда «Меркурий» будет начинать игру во всех матчах» является произведением независимых событий  $C = A \cdot A \cdot A$ . По формуле умножения вероятностей независимых событий имеем:  $P(C) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125$ .

***Ответ: 0,125.***

21. Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первой владеть мячом. Команда «Хуторянка» по очереди играет с командами «Радуга», «Дружба», «Заря» и «Воля». Найдите вероятность того, что команда «Хуторянка» будет первой владеть мячом

**Решение.** В первых двух играх событие «команда «Хуторянка» начинает игру первой», тогда противоположное событие  $\bar{A}$  означает «команда «Хуторянка» не начинает игру первой». Из условия задачи следует, что вероятность  $P(A) = 0,5$ ,

тогда  $P(\bar{A}) = 1 - 0,5$ . Событие  $C$  «команда «Хуторянка» будет первой владеть мячом только в первых двух играх» является произведением независимых событий  $C = A \cdot A \cdot \bar{A} \cdot \bar{A}$ . По **формуле** умножения вероятностей независимых событий имеем:  $P(C) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,0625$ .

**Ответ: 0,0625.**

22. Перед началом матча по водному поло судья устанавливает мяч в центр бассейна, и от каждой команды к мячу плывёт игрок, чтобы первым завладеть мячом. Вероятность выиграть мяч у игроков равны. Команда «Русалочка» по очереди играет с командами «Наяда», «Ундины» и «Ариэль». Найдите вероятность того, что во втором матче команда «Русалочка» выигрывает мяч в начале игры, а в двух других матчах проигрывает.

Решение: Обозначим через  $A$  событие «команда «Русалочка» первой завладеет мячом», тогда противоположное событие  $\bar{A}$  означает «команда «Русалочка» не завладеет мячом». Из условия задачи следует, что вероятность  $P(A) = 0,5$ , тогда  $P(\bar{A}) = 1 - 0,5$ .

Событие  $C = A \cdot A \cdot \bar{A}$ . По [формуле](#) умножения вероятностей независимых событий имеем:

$$P(C) = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5 = 0,125.$$

**Ответ: 0,125.**

**23. В некоторой местности утро в июле может быть либо ясным, либо пасмурным. Наблюдения показали:**

**1) Если июльское утро ясное, то вероятность дождя в этот день 0,1.**

**2) Если июльское утро пасмурное, то вероятность дождя в течение дня равна 0,5.**

**3) Вероятность того, что утро в июле будет пасмурным, равна 0,2.**

**Найдите вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет.**



**Решение:** 1) Июльское утро может быть либо ясным ( $P_{11} = 1 - 0,2 = 0,8$ ), либо пасмурным (с вероятностью  $P_{21} = 0,2$ ). Согласно теореме умножения вероятностей, вероятность  $P_1$  того, что июльское утро будет ясным и дождя не будет, равна произведению вероятностей  $P_{11} = 0,8$  и  $P_{12} = 1 - 0,1 = 0,9$  (дождя не будет при ясном утре):  $P_1 = P_{11} \cdot P_{12} = 0,8 \cdot 0,9 = 0,72$ .

2) Вероятность того, что июльское утро будет пасмурным и дождя не будет, равна произведению вероятностей  $P_{21} = 0,2$  (утро будет пасмурным) и  $P_{22} = 1 - 0,5 = 0,5$  (дождя не будет при пасмурном утре):  $P_2 = P_{21} \cdot P_{22} = 0,2 \cdot 0,5 = 0,1$ .

3) Согласно теореме сложения вероятностей, вероятность того, что в случайно взятый июльский день дождя не будет  $P = P_1 + P_2 = 0,72 + 0,1 = 0,82$ .

**Ответ: 0,82.**

24. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

**Решение. Перевы способ.** Обозначим через  $A$  событие «кофе закончится в первом автомате», через  $B$  событие «кофе закончится во втором автомате». Событие  $C$  «кофе закончится хотя бы в одном автомате» является их суммой  $C = A + B$ .

Из условия задачи известны вероятности  $P(A) = P(B) = 0,3$  и  $P(A \cdot B) = 0,12$ . По формуле сложения вероятностей имеем:

$$P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Значит, вероятность противоположного события  $\bar{C}$  «кофе останется в обоих автоматах» равна  $1 - 0,48 = 0,52$ .

## ***Решение: Второй способ решения задачи***

Вероятность того, что кофе <sup>16</sup>останется в первом автомате, равна  $P(\bar{A}) = 1 - 0,3 = 0,7$ . Вероятность того, что кофе останется во втором автомате, равна  $P(\bar{B}) = 1 - 0,3 = 0,7$ .

Вероятность того, что кофе останется в первом или во втором автомате равна  $P(\bar{C}) = 1 - 0,12 = 0,88$ . Поскольку

$$P(\bar{C}) = P(\bar{A} + \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cdot \bar{B}),$$

то имеем:  $0,88 = 0,7 + 0,7 - x$ , откуда искомая вероятность  $x = 0,52$ .

***Ответ: 0,52.***

25. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 7 из них встречается вопрос о производной. Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не встретится вопрос о производной.

**Решение.** Общее число случаев (всего билетов)  $n = 20$ . Число благоприятных случаев (количество билетов, в которых не встречается вопрос о производной)  $m = 20 - 7 = 13$ .

Согласно определению вероятности  $P = \frac{13}{20} = 0,65$ .

**Ответ: 0,65.**



26. В классе 7 мальчиков и 14 девочек. 1 сентября случайным образом определяют двух дежурных на 2 сентября, которые должны приготовить класс к занятиям. Найдите вероятность того, что будут дежурить два мальчика

$(n = 21, m = 7) P_1 = \frac{7}{21} = \frac{1}{3}.$

Вероятность выбрать второго мальчика-дежурного

$(n = 20, m = 6) P_2 = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}.$

Вероятность того, что будут дежурить два мальчика, равна

$P = P_1 \cdot P_2 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10} = 0,1.$

**Ответ: 0,1.**

27. Валя выбирает случайное трёхзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 51.

**Решение:** Общее число случаев (количество всех трёхзначных чисел)  $n = 999 - 100 + 1 = 900$ . Первое трёхзначное число, которое делится на 51, равно  $102 = 51 \cdot 2$ .

Последнее трёхзначное число, которое делится на 51, равно  $969 = 51 \cdot 19$ .

Тогда число благоприятных случаев  $m = 19 - 2 + 1 = 18$ . Согласно определению вероятности

$$P = \frac{18}{900} = 0,02.$$

**Ответ:**  
**0,02.**

# Формула классической вероятности

Вероятность – есть число, характеризующее возможность наступления события.

**Определение.** Вероятностью  $P$  события  $A$  называют отношение числа  $m$  исходов, благоприятных этому событию, к общему числу  $n$  исходов  $P(A) = \frac{m}{n}$

Сумма вероятностей всех элементарных событий случайного эксперимента равна 1.



# Несовместные события. Формула сложения вероятностей

**Определение.** События называют несовместными, если они не могут происходить одновременно в одном и том же испытанию

Например, выигрыш, ничейный исход и проигрыш одного игрока в одной партии в шахматы – три несовместных события.

**Теорема.** Вероятность суммы двух несовместных событий  $A$  и  $B$  (появление хотя бы одного события) равна сумме вероятностей этих событий:  $P(A+B) = P(A) + P(B)$

**Теорема (обобщается на любое число попарно несовместных событий)**

**Следствие.**

Сумма вероятностей противоположных событий

$$A \text{ и } \bar{A} \text{ равна } 1: P(A) + P(\bar{A}) = 1$$





## **Совместные события. Формула сложения вероятностей (формула для вероятности суммы двух событий в общем случае (не обязательно несовместных))**

**Определение.** События называют совместными, если они могут происходить одновременно. Например, при бросании двух монет выпадение решки на одной не исключает появление решки на другой монете.

**Теорема.** Вероятность суммы двух совместных событий  $A$  и  $B$  (появление хотя бы одного события) равна сумме их вероятностей без вероятности их совместного появления, то есть  $P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$ .



## **Независимые события. Формула умножения вероятностей**

**Определение.** Два случайных события называют *независимыми*, если наступление одного из них не изменяет вероятность наступления другого. В противном случае события называют *зависимыми*.

**Теорема.** Вероятность произведения (совместного появления) двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:  $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$ .



## ***Использованная литература:***

1. **ЕГЭ-2014: Математика: самое полное издание типовых вариантов заданий/ авт.-сост. И.В.Яценко, И.Р. Высоцкий; под ред. А.Л.Семёнова, И.В.Яценко.- Москва: АСТ: Астрель, 2014.**
2. **А.Г.Корянов , Н.В.Надежкина. Задача В10. ЕГЭ. Математика, 2014. Элементы теории вероятностей (интернет-ресурс <http://alexlarin.net/ege/2014/b102014.html>)**
3. **ЕГЭ: 3000 задач с ответами по математике. Все задания группы В/А.Л.Семёнов, И.В.Яценко и др.; под ред. А.Л.Семёнова, И.В.Яценко. – М.: Издательство «Экзамен», 2014.**
4. **Источник шаблона презентации : <http://pedsovet.su/load/321-1-0-32889>**