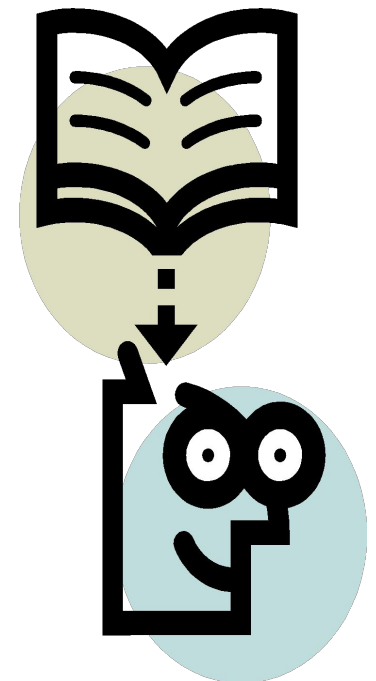


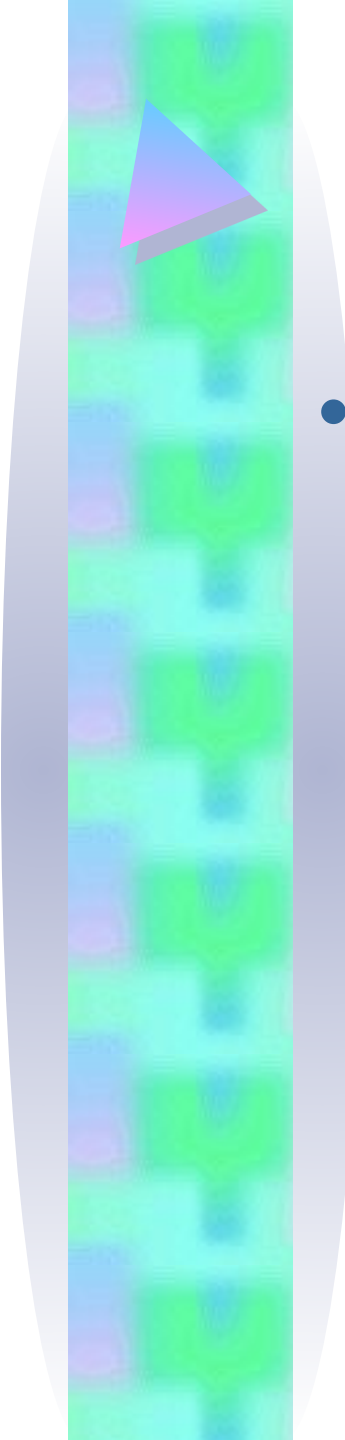
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ВОКРУГ НАС.






Введение в комбинаторику.

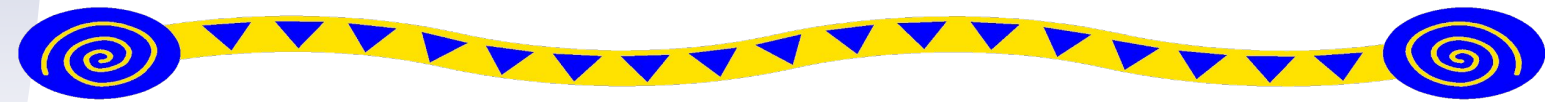


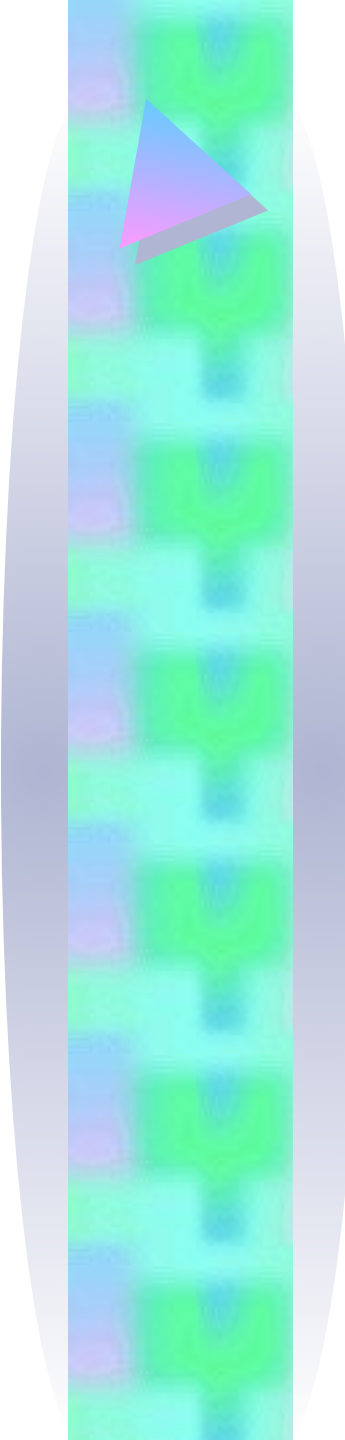
- 
- В математике существует немало задач, в которых требуется из имеющихся элементов составить различные наборы, подсчитать количество возможных вариантов. Такие задачи называют комбинаторными, а раздел математики - комбинаторикой.



Некоторые комбинаторные задачи
Решали ещё в Древнем Китае, а
позднее – в Римской империи.

Однако как самостоятельный раздел
математики комбинаторика
оформилась в Европе лишь в 18
веке в связи с развитием теории
вероятностей.

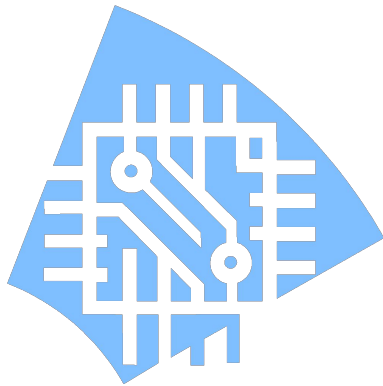




Исторические комбинаторные задачи.

Фигурные числа.

В древности для облегчения вычислений часто использовали палочки, узелки, чаще камушки.



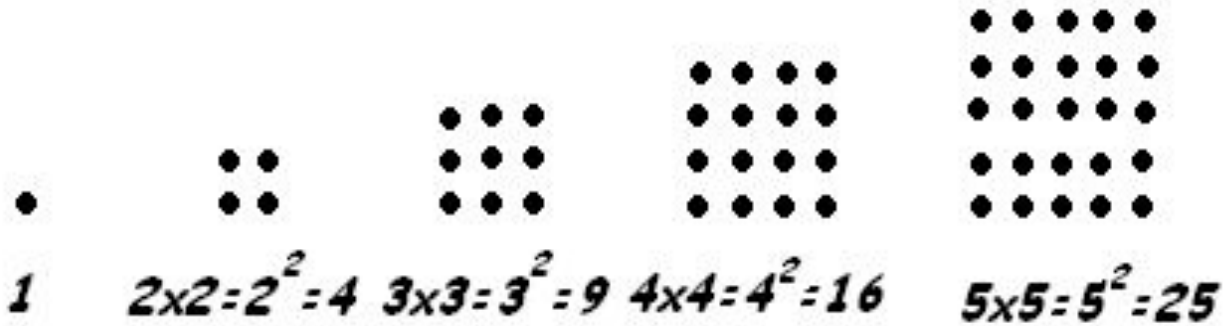
Особое внимание уделялось числу камешков, которые можно разложить в виде правильной фигуры.

Так появились числа: квадратные, треугольные, пятиугольные.

Квадратные числа.

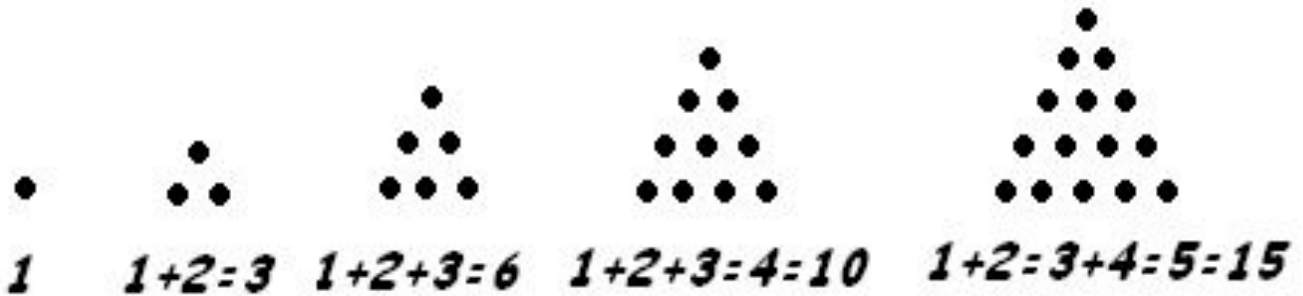
2

$$N=n^2$$



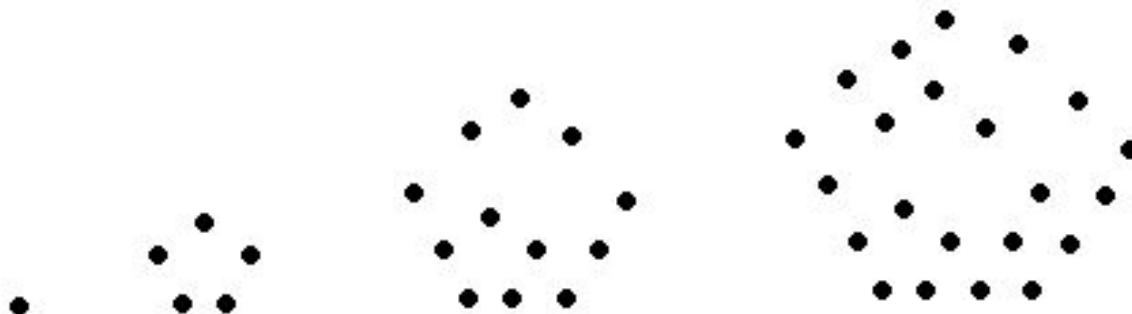
Треугольные числа.

$$N = n(n+1)/2$$



Пятиугольные числа.

$$N = n+3 \times n(n-1)/2$$





Простые и составные числа

в древние времена представлялись по-разному:

Простые – камушки выкладывались в прямую линию;

Составные – камушки выкладывались в виде прямоугольников (числа называли прямоугольными).



5



12



Посчитаем?!

1. Записать квадратное число:

-пятое; восьмое; тридцать первое.

2. Записать треугольное число:

- шестое; десятое;

двадцать первое.

3. Изобразить в древних традициях с

помощью камешков (кружков)

составное число: 6, 8, 18, 20.



Магические квадраты - ещё одна задача древности.

6	1	8
7	5	3
2	9	4



Продолжите составление
магических квадратов(от 1 до 9):

	5	
4	3	

4	9	
	5	




Латинские квадраты.

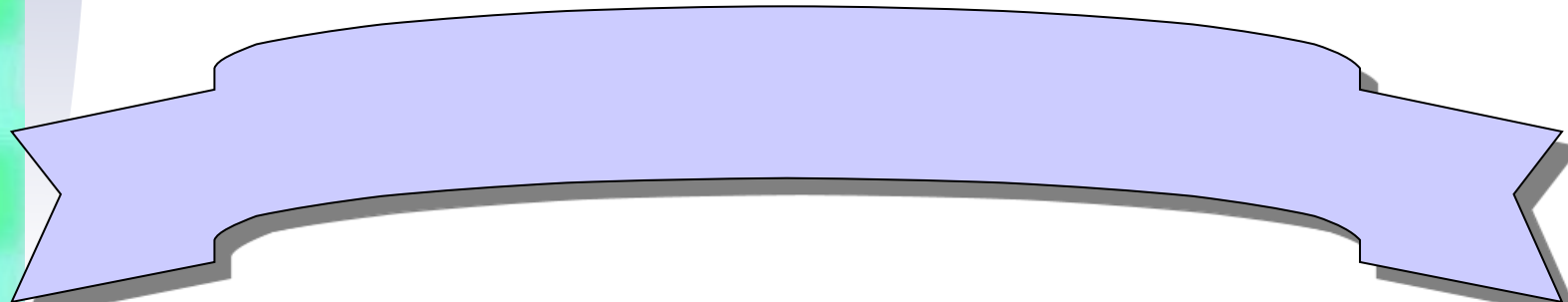
Разновидностью магических квадратов являются латинские квадраты. Это квадраты

$n \times n$ клеток, в которых записаны натуральные числа от 1 до n , причём таким образом, что в каждой строке и в каждом столбце встречаются все эти числа по одному разу.

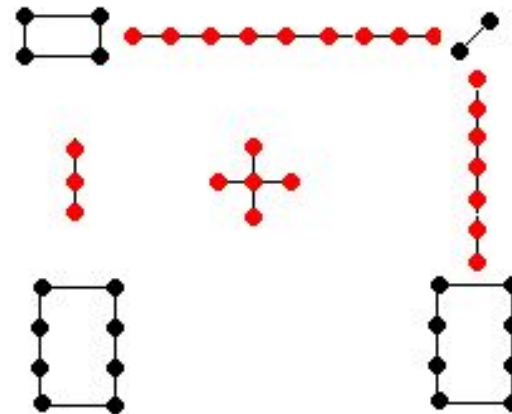
1	2	3	4
2	1	4	3
3	4	1	2
4	3	2	1



Впервые задачу построения латинских квадратов сформулировал Л.Эйлер (1707-1783), причём в такой форме: «Среди 36 офицеров 6 улан, 6 драгун, 6 гусар, 6 кирасир, 6 кавалергардов и 6 гренадёров и, кроме того, среди них поровну генералов, полковников, майоров, поручиков и подпоручиков. При этом каждый род войск представлен офицерами всех 6 рангов. Можно ли этих офицеров выстроить в каре 6×6 так, чтобы в любой колонне и в любой шеренге были офицеры всех рангов?» Эйлер не смог решить эту задачу, а позднее, в 1901г., математики доказали, что латинских квадратов 6×6 не существует. Но с помощью ЭВМ (1959г.) доказано, что существует любой другой квадрат $n \times n$.



- В одной из древнейших рукописей 11 тысячелетия до нашей эры помещена фигура, изображённая на рисунке. Это старейший, так называемый, магический
- (волшебный) квадрат. В далёком прошлом люди считали все эти необычные свойства таинственными, отсюда название «магические» квадраты. Через посредничество арабов магические квадраты попали из Индии в Европу, ими стали заниматься видные учёные, среди которых был Пьер Ферма.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

Так выглядел талисман, который носили в Древнем Китае и который на самом деле является магическим квадратом. Такие талисманы использовали при заклинаниях.





Комбинаторные задачи в жизни.

Нередко в жизни возникают ситуации, когда задача имеет не одно, а несколько решений, среди которых нужно выбрать одно наиболее подходящее.

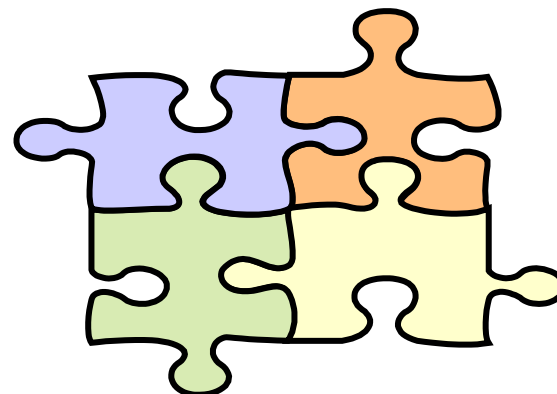
Например, в столовой при рассмотрении меню обеда человек мысленно составляет комбинации из первых, вторых и третьих блюд для своего обеда. Оказывается в это время он решает комбинаторную задачу.

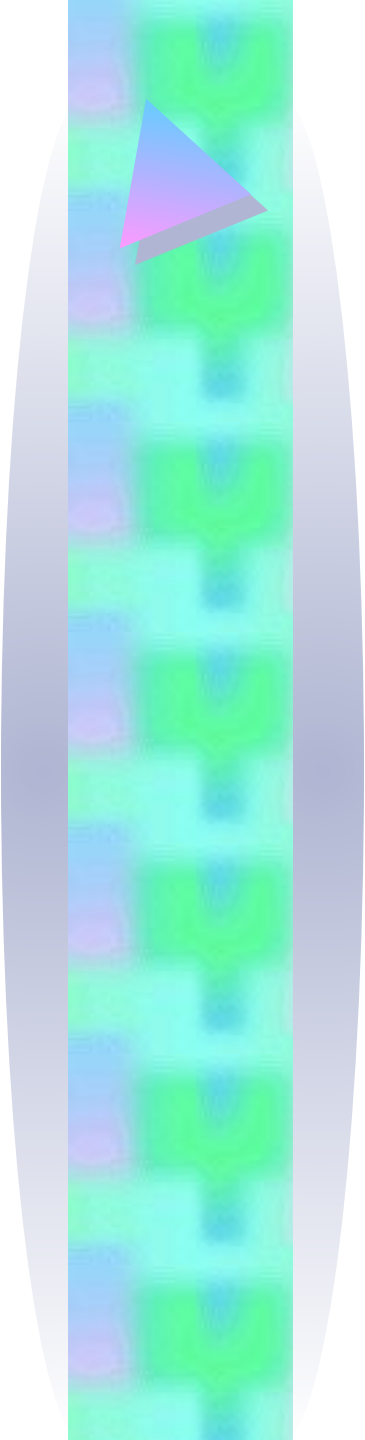
Вспомним основные методы решения:

- таблица вариантов,
- правило произведения,
- подсчёт вариантов с помощью графа.

Посчитаем:

1. У Светланы 5 кофт и 3 юбки, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций из юбок и кофт имеется у Светланы?
2. Перечислить все двузначные числа, записанные с помощью цифр: 3, 4, 5. Сколько их?
3. Андрей, Илья, Александр и Дмитрий, уезжая из лагеря подарили друг другу свои фотографии. Причём каждый подарил каждому по одной фотографии. Сколько всего фотографий было подарено?
4. Вычислить: а) $5!$; б) $13!/11!$; в) $6! - 5!$.





СОБЫТІЯ





События

Невозможные

Достоверные

Случайные



Подумаем:(какое это событие)

- Вода в реке замёрзла при температуре $+30$ градусов;
- После среды наступил четверг;
- При бросании игральной кости выпало 3 очка;
- Два человека в классе справляют день рождения 31 февраля;
- Два человека в классе справляют день рождения 15 января;
- При нахождении суммы углов треугольника получили 213 градусов.



События

Совместные

Несовместные

Какие это события:

- Вера и Ваня играли в шашки, Вера выиграла и Ваня выиграл;
- Наступило лето, идёт дождь;
- Бросили 2 игральные кости, выпало чётное число очков на обеих костях;
- Решали пример по действиям, в первом действии получили положительное число, во втором – отрицательное;
- На небе нет ни облачка, идёт – дождь.





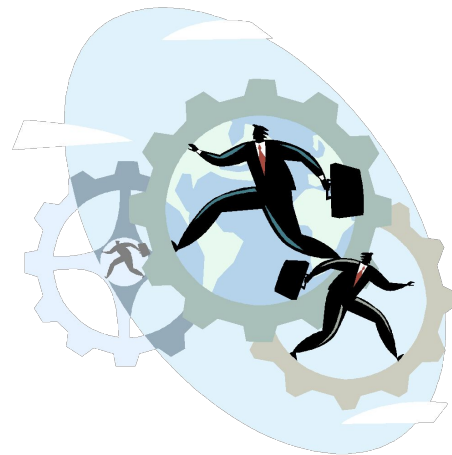
События

Равновозможные

Неравновозможные

Равновозможны ли события?

- Появление орла и решки при одном бросании монеты;
- Падение бутерброда маслом вверх и маслом вниз;
- Из колоды в 36 карт вынута случайным образом карта красной масти и карта чёрной масти.



Вероятность события.



Встречаясь в жизни с различными событиями, мы часто даём оценку их достоверности или вероятности, восклицая при этом:

«Это невероятно», «Шансы 50 на 50», «Я уверен – это произойдёт».

Вопрос о возможности измерения степени достоверности наступления какого-либо события задавали себе ещё в 17 веке французские учёные Блэз Паскаль и Пьер Ферма. С тех пор выведено множество формул, но классическое определение вероятности остаётся неизменным:

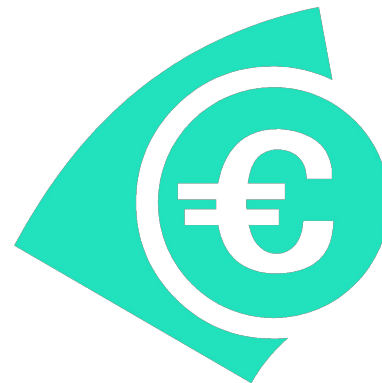
$$P(A) = M/n.$$



Посчитаем:



- Студент не выучил 1 билет из 25 предложенных для экзамена. Какова вероятность того, что ему достанется выученный билет?
- В лотерее 1000 билетов, из них 20 выигрышных. Приобретается один билет. Какова вероятность того, что этот билет выигрышный.
- В ящике 2 белых и 4 чёрных шара. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что этот шар:
1) белый, 2) чёрный, 3) красный 4) белый или чёрный?





Задумайтесь:

Оказывается, владеть теорией вероятностей очень полезно. Ведь тогда вы сможете вычислить вероятность события невероятного на первый взгляд. А так же вас труднее «поймать на удочку» различных розыгрышей и лотерей.