Треугольник, простейший и неисчерпаемый.

Задачи для подготовки к ЕГЭ.

Авторы творческой работы:
Учащиеся 9 «Г» класса МОУ СОШ №96 г. Краснодара
Головнин Александр, Коровин Илья , Воробьев Александр.
Руководитель проекта учитель математики
Сосна Ольга Александровна.

Геометрия полна приключений, потому что за каждой задачей скрывается приключение мысли. Решить задачу – это значит пережить приключение.

В. Произволов

Аннотация к работе.

Цель нашей работы - помочь учащимся подготовиться к итоговой аттестации. Для успешного выполнения экзаменационных заданий необходимы твердые знания основных геометрических фактов и некоторый практический опыт .

Работа может быть полезна учащимся не только 9 класса, но и 8 и 10 классов, которые в будущем будут сдавать ЕГЭ.

Кроме того, надеемся , что наша презентация послужит хорошим подспорьем для учителей математики при проведении уроков по темам , связанным с треугольником.

Текст на слайдах появляется по щелчку мышки, есть время подумать над задачей , проанализировать условие, потом сравнить свое решение с нашим.

Презентация содержит историческую справку о треугольниках и краткий справочный материал.

Содержание.

Задача №1

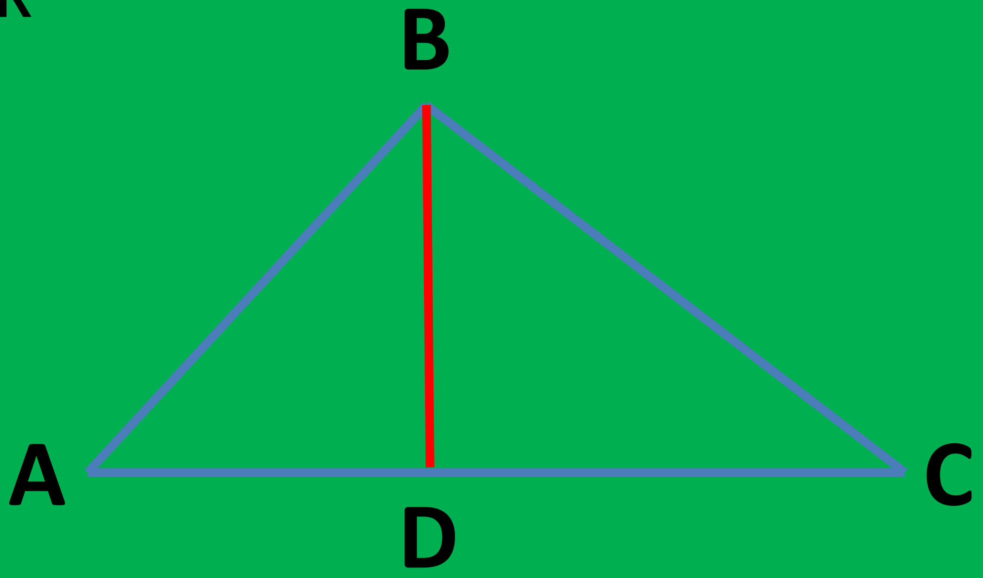
Стороны треугольника равны 12 м., 16 м., и 20 м.. Найдите его высоту, проведенную из вершины большего угла.

Дано:

ABC - треугольник
AB = 12 м.
BC = 16 м.
AC = 20 м.

Найти:

BD = ? м.

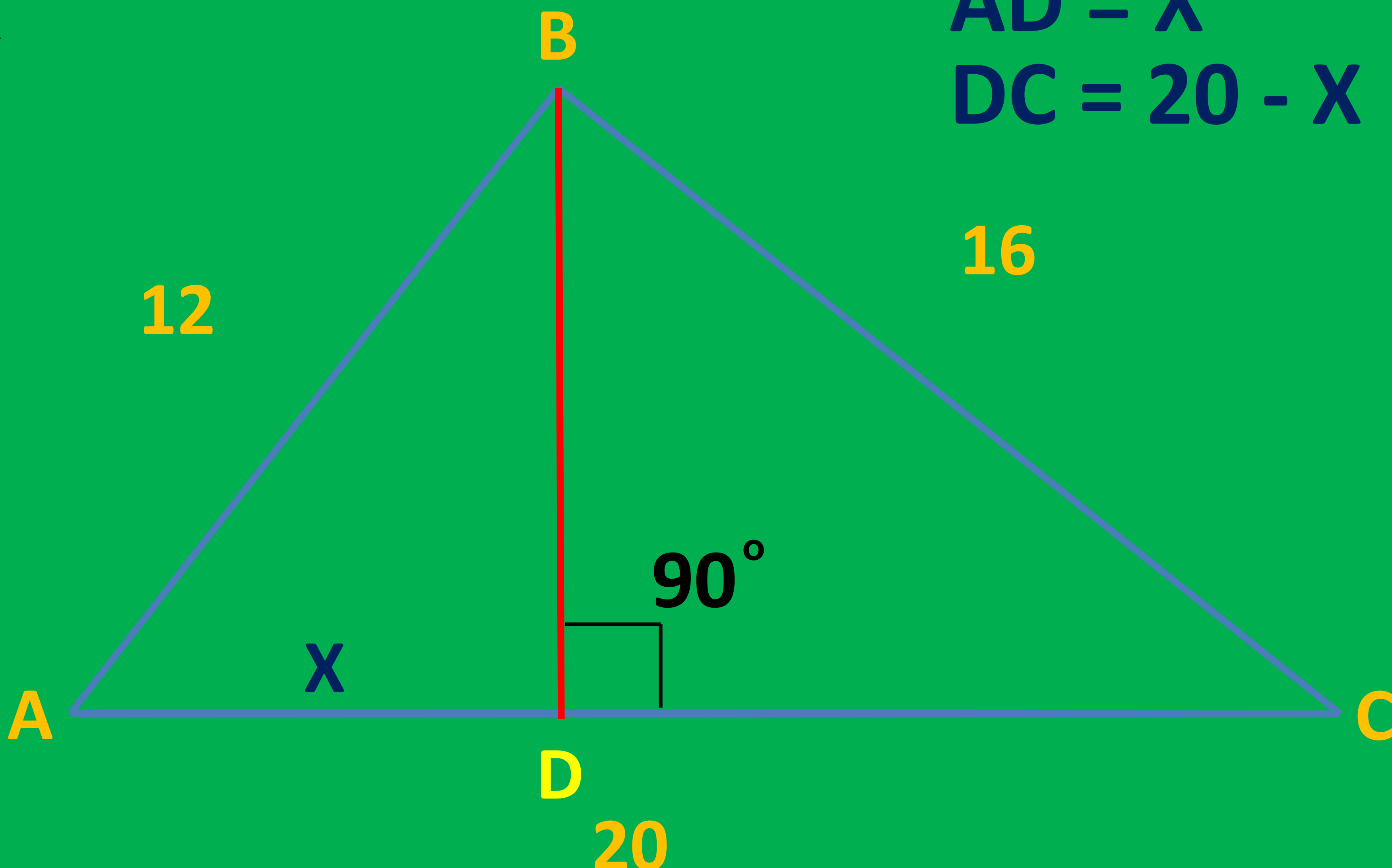


Анализ условия задачи №1:

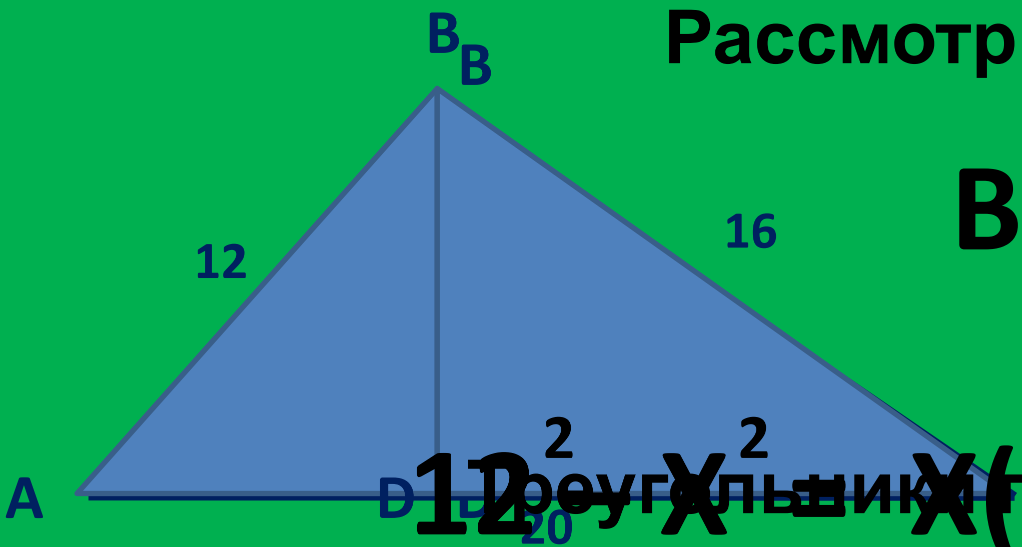
Угол B = 90°, так как $AC^2 = BC^2 + BA^2$

AD = X

DC = 20 - X



Решение задачи №1:



Рассмотрим треугольник ABD

$$BD^2 = 12^2 - X^2$$

$$12^2 - X^2 = X(20 - X)$$

Треугольники подобны

$$BD^2 = X(20 - X)$$

Решение задачи №1:

$12^2 - X^2 = X(20 - X)$

$144 - X^2 = 20X - X^2$

$144 - X^2 - 20X + X^2 = 0$

$144 - 20X = 0$

$7,5 - X = 0$

$X = 7,2$

$BD^2 = 7,2(20 - 7,2) = 92,16$

$BD = 9,6$

Задача №2

Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

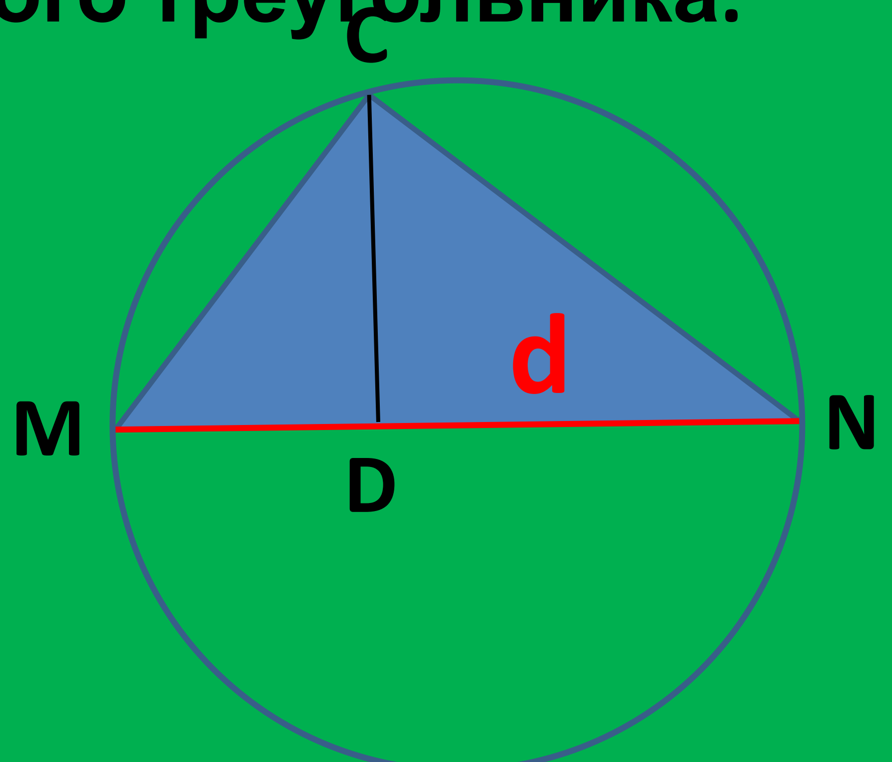
Дано:

MCN – вписанный треугольник

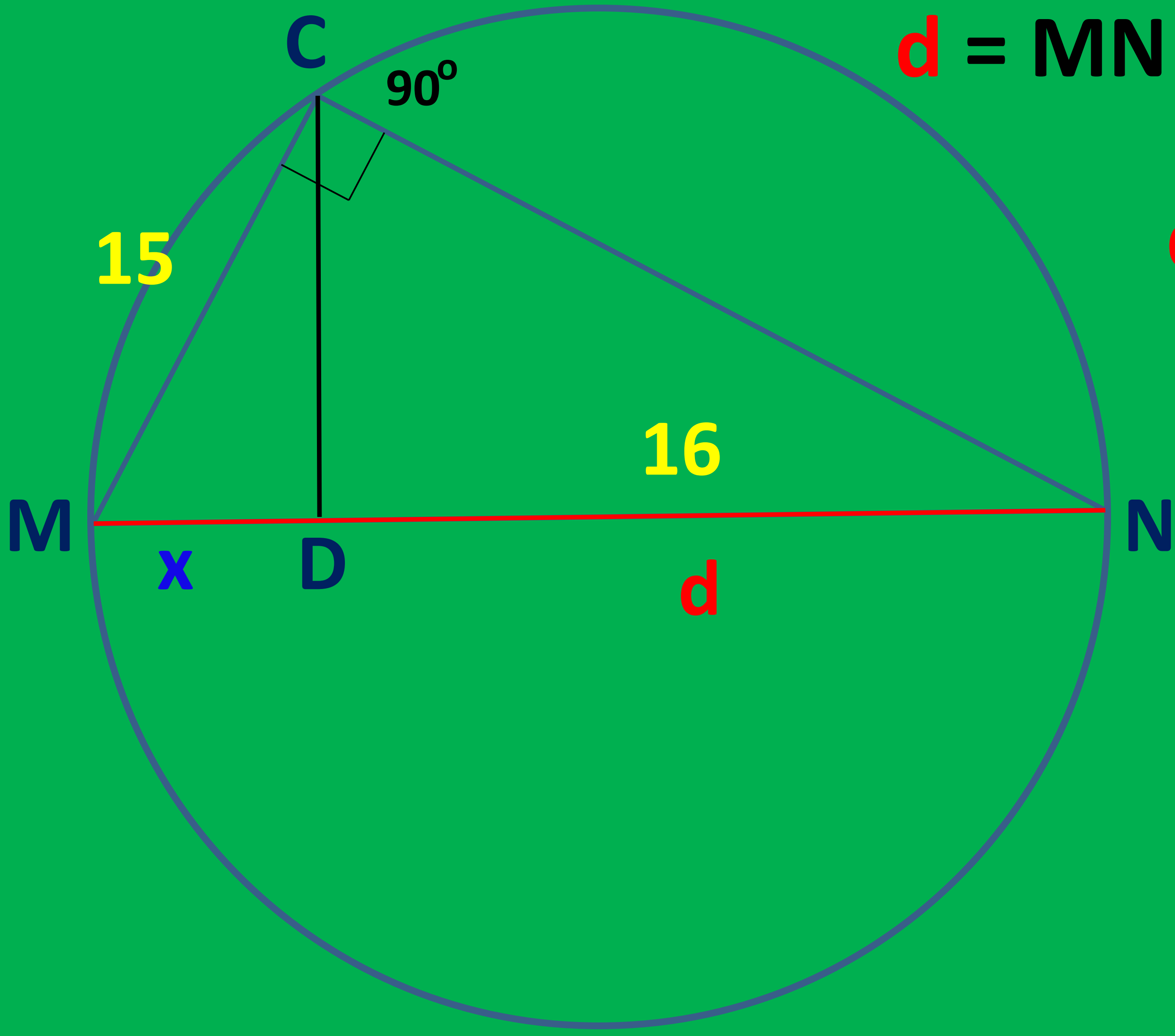
MC = 15

DN = 16

Найти: MN



Решение задачи №2:



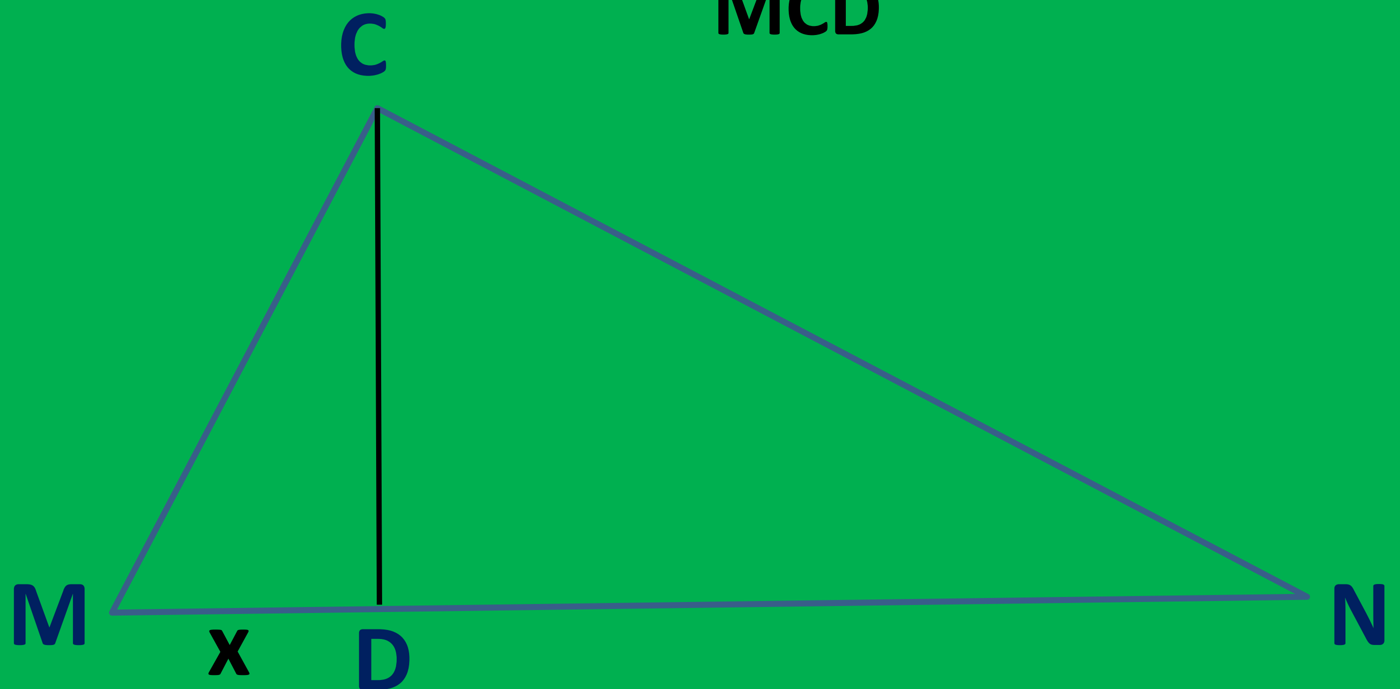
d = MN = MD + DN

MD = x

d = x + DN

Решение задачи №2:

Рассмотрим треугольник MCD



$$CD^2 = MD \times DN = 15^2 - x^2$$

$$CD^2 = MC^2 - MD^2 = x \times 16$$

Решение задачи №2:

$$15^2 - x^2 = x \times 16$$

$$x^2 + 16x - 255 = 0$$

$$D = 256 + 900 = 1156$$

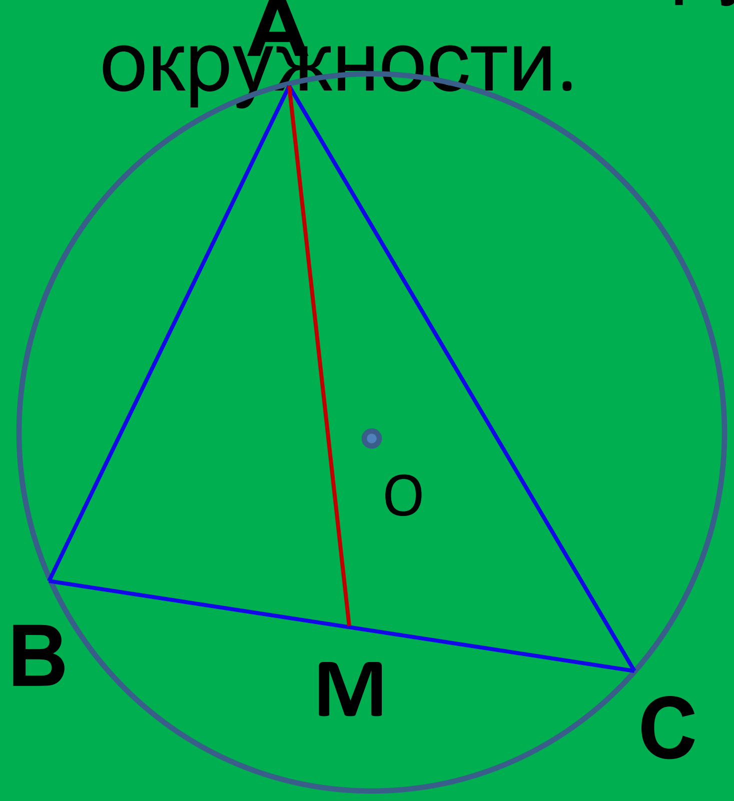
$$x_1 = \frac{-16 - 34}{2} = -25 \qquad x_2 = \frac{-16 + 34}{2} = 9$$

$$d = x + DN$$

$$d = 9 + 16 = 25$$

Задача №3

Биссектриса АМ треугольника АВС делит сторону СВ на отрезки СМ=10 и МВ = 14, АВ=21. Найдите радиус описанной вокруг треугольника АВС окружности.



Дано:

СМ=10, МВ=14,

АВ=21

Найти :

R=?

Решение задачи №3:

1.Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противолежащую сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CM}$$

$$\frac{21}{14} = \frac{AC}{10}$$

AC= 15

2.Радиус описанной окружности найдём по формуле:

$$R = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot S}$$

Где S найдём по формуле Герона

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

Где $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

$$p = \frac{1}{2}(24 + 21 + 15)$$

p= 30

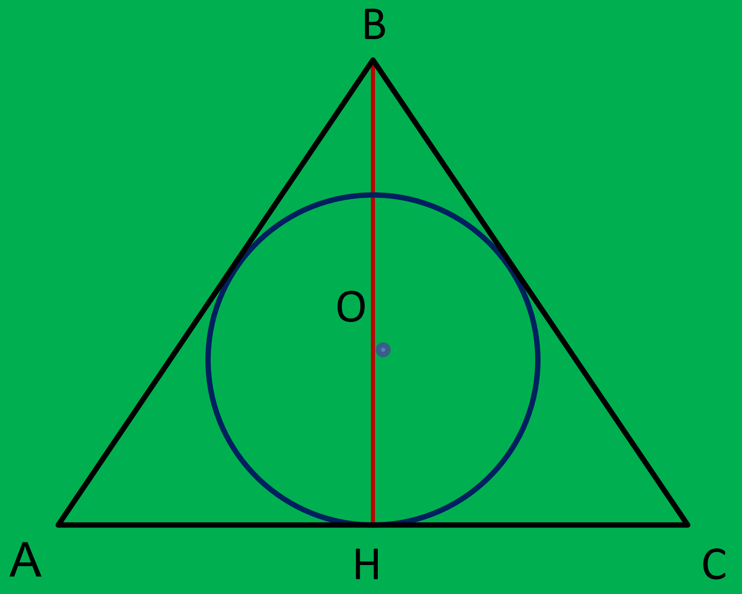
$$S = \sqrt{30 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 6} = 90\sqrt{3}$$

$$R = \frac{21 \cdot 15 \cdot 24}{4 \cdot 90 \cdot \sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$$

Ответ: $R=7\sqrt{3}$

Задача №4:

Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC, если высота BH равна 12 и известно, что $\sin A = \frac{12}{13}$ $\sin C = \frac{4}{5}$



Дано: $\triangle$ **ABC, BH= 12, BH** $\perp$ **AC,**

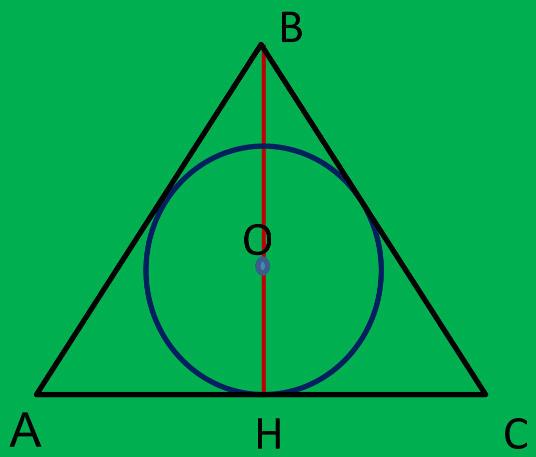
$\sin A = \frac{12}{13}$

$\sin C = \frac{4}{5}$

O – центр , вписанной окружности

Найти: r

Решение задачи №4:



1. $r = \dfrac{S}{p}$

2. По определению синуса из ΔBHC, где $\angle BHC = 90°$
(по условию $BH \perp AC$)

$\sin A = \dfrac{BH}{AB} = \dfrac{12}{13}$

$AB = 12 : \dfrac{12}{13} = 13$

3. $\sin C = \dfrac{BH}{BC} = \dfrac{4}{5}$

$BC = BH : \sin C = 15$

4. $HC^2 = BC^2 - BH^2 = 225 - 144 = 81$

$HC = 9$

5. $AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25$

$AH = 5$

6. $AC = AH + HC = 14$

7. $S\Delta = \dfrac{1}{2}ah = \dfrac{168}{2} = 84$

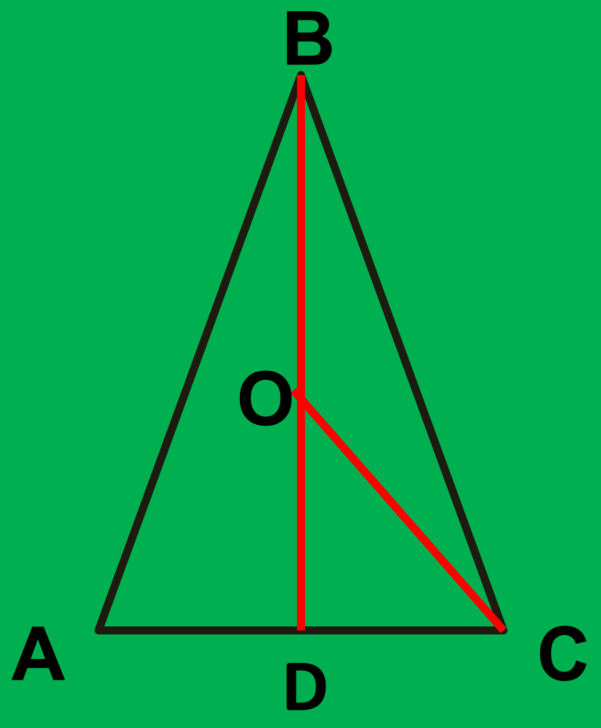
$p = \dfrac{1}{2}(a + b + c) = 21$

$r = \dfrac{84}{21} = 4$

Ответ : r = 4

Задача №5

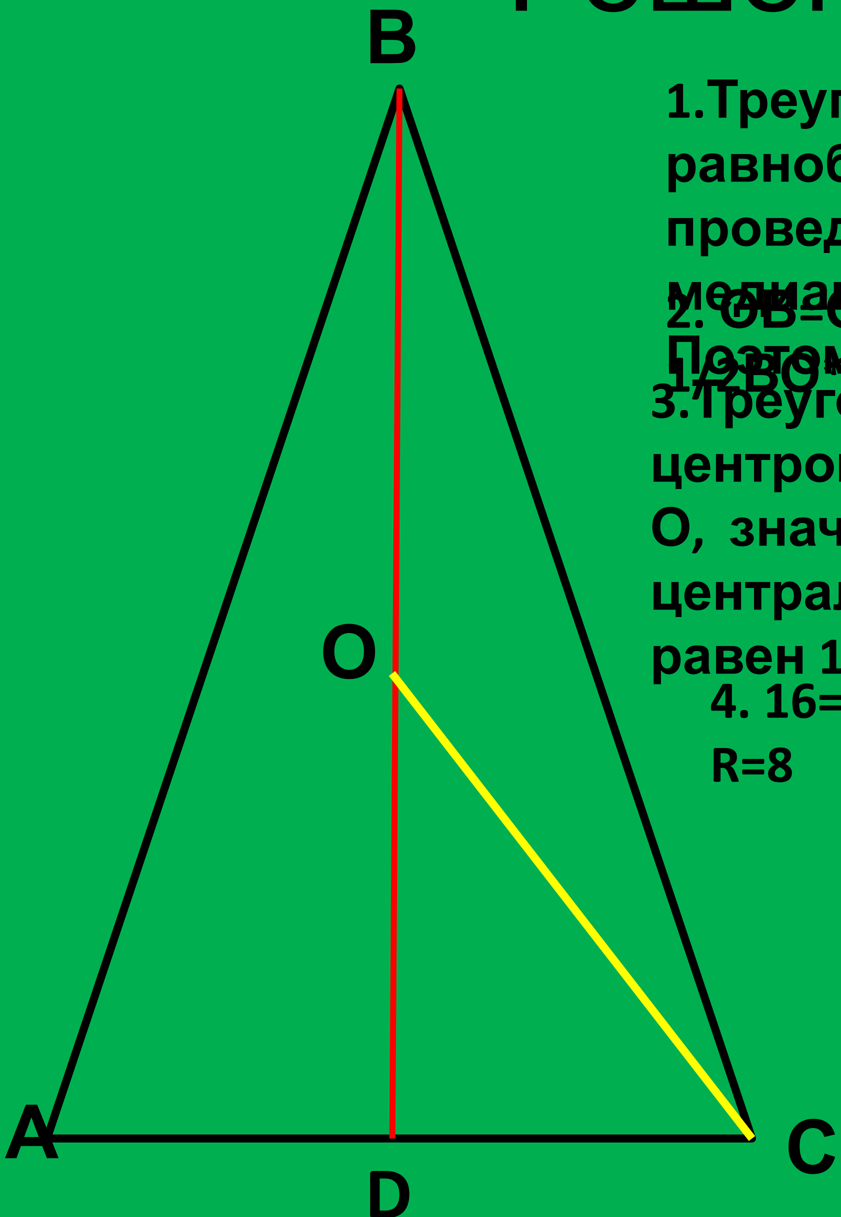
Около равнобедренного треугольника с основанием АС и углом при основании 75˚ описана окружность с центром О. Найдите её радиус, если площадь треугольника ВОС равна 16.



Дано:Δ АВС, АС- основание, ∠ВАС=75°, О – центр описанной окружности, S ΔВОС=16.

Найти: R.

Решение задачи №5



1.Треугольник по условию равнобедренный, проведем высоту BD, она является и медианой. Поэтому точка O принадлежит BD.

2. OB=OC =R, S∆BOC= 1/2BO*OC*sin∠BOC

3.Треугольник вписан в окружность с центром O, значит ∠BOC это соответствующий центральный угол вписанного угла A и равен 150°

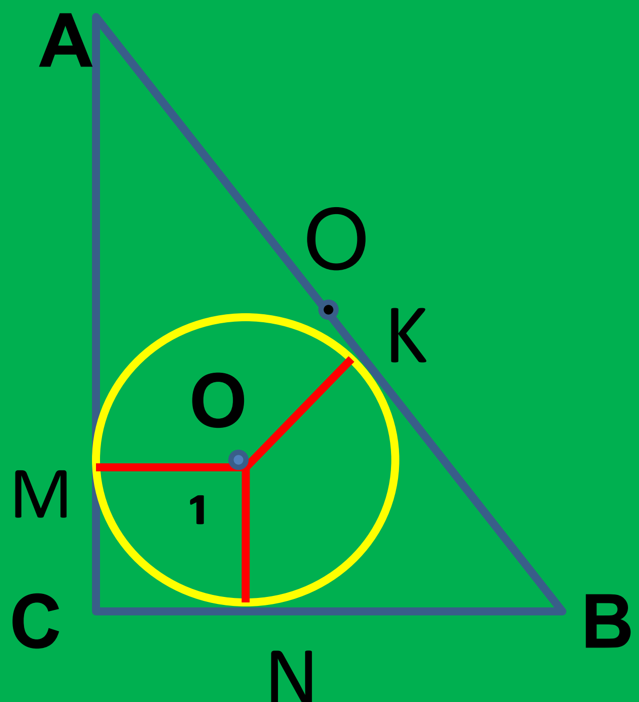
4. 16= 1/2 R*R*sin150°, sin150°=sin30°=1/2

R=8

Ответ: 8

Задача №6

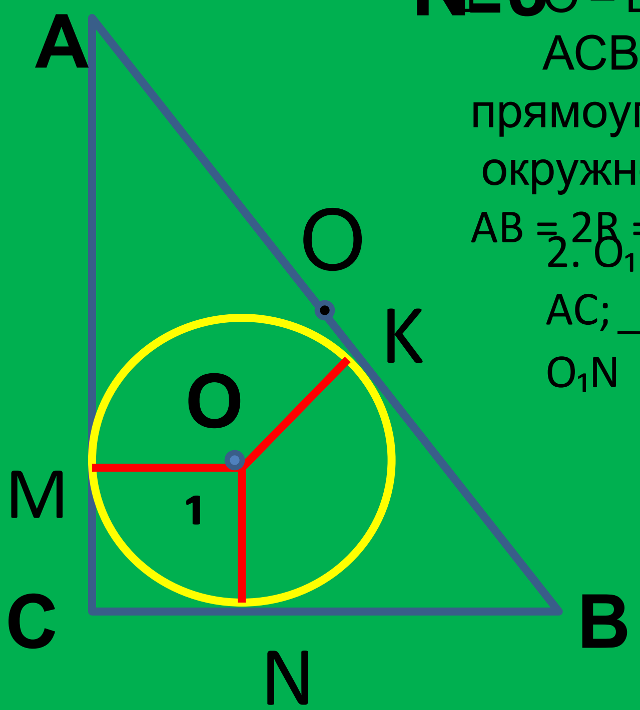
Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник равен 2 м, а радиус описанной окружности равен 5 м. Найдите больший катет треугольника



Дано: Δ ABC, ∠C=90°
r=2 м, R=5м, O$_1$- центр вписанной окружности,

Найти: больший катет

Решение задачи №6



1. O – центр описанной окружности; так как треугольник ACB прямоугольный, то его гипотенуза является диаметром окружности, угол ACB =90° и является вписанным
AB = 2R = 5 · 2 = 10 м.

2. O_1 - центр вписанной окружности: $O_1K \perp AB$; $O_1M \perp AC$; $O_1N \perp CB$; $O_1N = O_1K = O_1M = r = 2$м, CMO_1N – квадрат

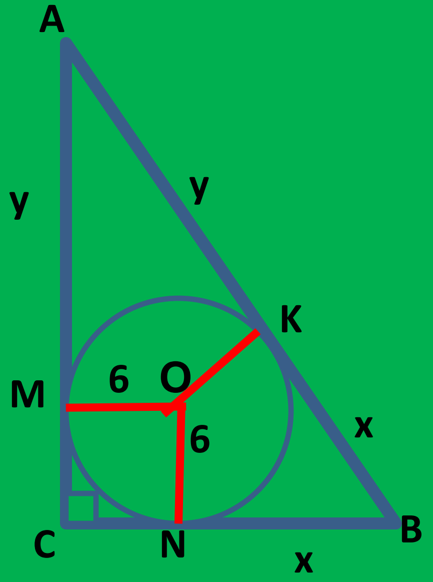
3. Отрезки BK и BN равны как отрезки касательных,
проведенных из одной точки,
аналогично CN = CM;
AM = AK; обозначим BK = BN = x; тогда CB = 2 + x;
AK = AM = 10 – x; AC = 12 – x.

4. По т. Пифагора $AB^2 = CB^2 + AC^2$; $10^2 = (2 + x)^2 + (12 - x)^2$
$2x^2 - 20x + 48 = 0$, $x^2 - 10x = 24 = 0$,
$x_1 = 6$, $x_2 = 4$;
AC = 12- 6 = 6; CB = 2 + 6 = 8м.

Ответ: 8м.

Задача №7

Периметр прямоугольного треугольника равен 72 м, а радиус вписанной в него окружности - 6 м. Найдите диаметр описанной окружности.



Дано:

ABC – треугольник

P=72

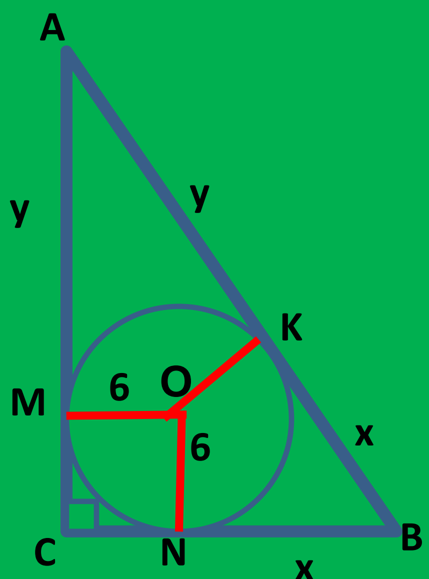
∠C=90⁰

r = 6 м

Найти d описанной окружности.

Решение задачи №7:

1. ΔABC – прямоугольный ; угол C = 90˚,
Значит диаметр описанной окружности совпадает с
гипотенузой т.е. d=AB



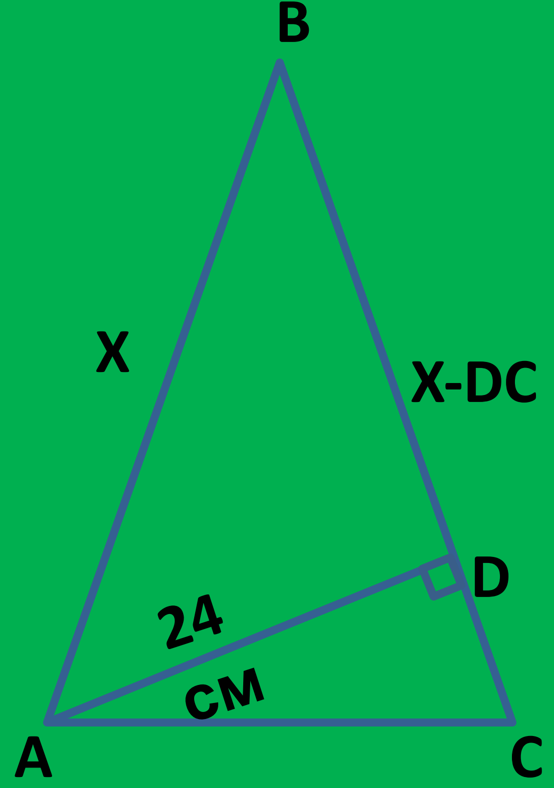
2. O – центр вписанной окружности, ON = OM = r = 6
По свойству касательной ON $\perp$ CB , OM $\perp$ BC ; значит CM=CN, как отрезки касательных к окружности с центром O,
проведенных из одной точки, итак , четырехугольник
CMON – квадрат со стороной OM = 6.

3. Обозначим отрезки BN = BK = x (OK $\perp$ AB)
OK=r , BN=BK как отрезки касательных AM = MK = y
P ΔABC = AC + AB + CB, но
AC = 6+y, AB = x + y CB = 6+x
P ΔABC = 6+y+x+y+6+x = 12+2x+2y = 72 (по условию)
x + y = (72-12) : 2 , x + y = 30 , AB=30

Ответ : 30

Задача № 8

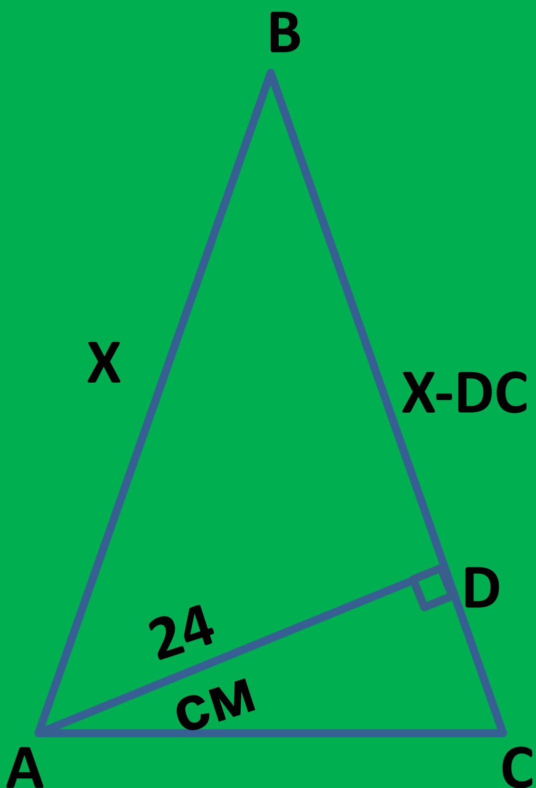
Основание равнобедренного треугольника равно 30 м, а высота, проведённая из вершины основания – 24 м.
Найдите площадь треугольника.



Дано:

ABC – треугольник
AB=BC
AC=3 см
AD ⊥ BC
AD=24 см
Найти: S ABC

Решение задачи №8:



1. S $\triangle ABC = \frac{1}{2} AD \cdot BC$

Найдём BC, обозначим AB = BC = x, тогда DB = x - DC

2. Из $\triangle ABC$ найдём DC

$DC = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{(30 - 24) \cdot (30 + 24)} = 18$

$DB = x - 18$

3. $\triangle ABD$ по т. Пифагора имеем:

$AB^2 = BD^2 + AD^2$; $BD^2 = \sqrt{AB^2 - AD^2}$

$(x - 18)^2 = x^2 - 24^2$

$36x = 324 + 576$

$4x = 100$

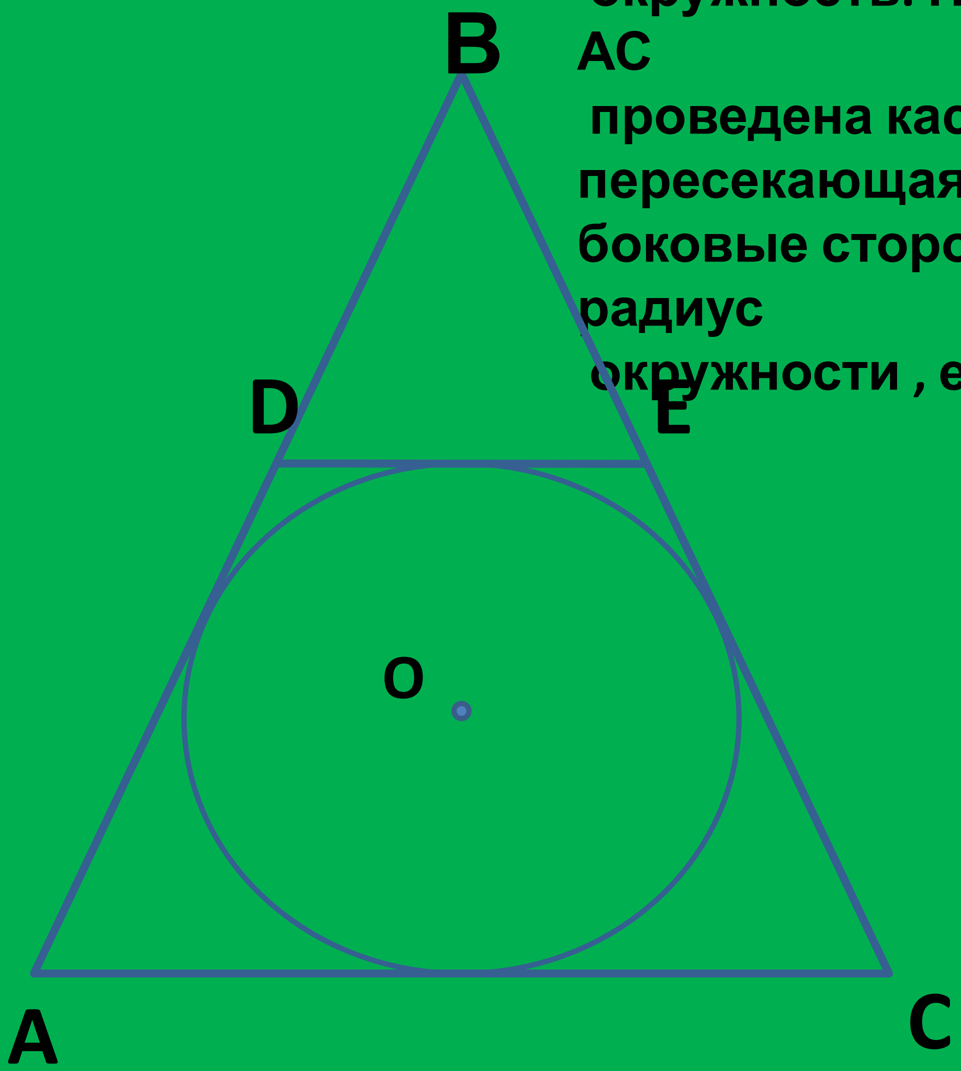
$X = 25$

S $\triangle ABC = \frac{1}{2}\ 24 \cdot 25 = 300$ (м^2)

Ответ: 300 м^2

Задача № 9

В равнобедренный треугольник АВС вписана окружность. Параллельно его основанию АС проведена касательная к окружности, пересекающая боковые стороны в точках D и E. Найдите радиус окружности , если DE = 8, AC = 18.



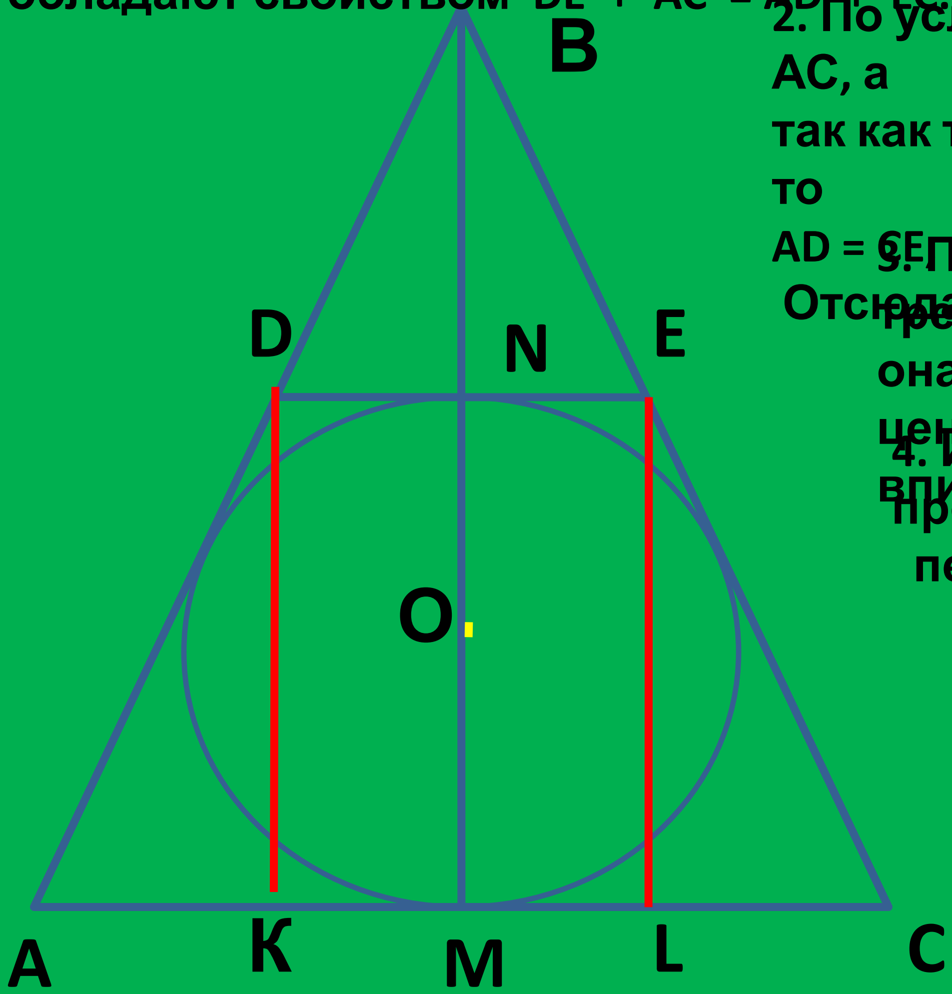
Дано

△ABC- равнобедренный,
О- центр вписанной окружности
DE||AC, DE=8 AC=18

Найти :
r

Решение задачи № 9

1.Четырехугольник ADEC – описанный,
все его стороны касаются окружности с центром O. Стороны такого четырехугольника
обладают свойством DE + AC = AD + EC.



2. По условию отрезок DE параллелен AC, а
так как треугольник равнобедренный , то
AD = CE, значит DE + AC = 2AD.
Отсюда AD= 13.

3. Проведем BM – высоту треугольника,
она является и биссектрисой, значит центр
вписанной окружности O лежит на BM

4. Из вершины D и E проведем
перпендикуляры.

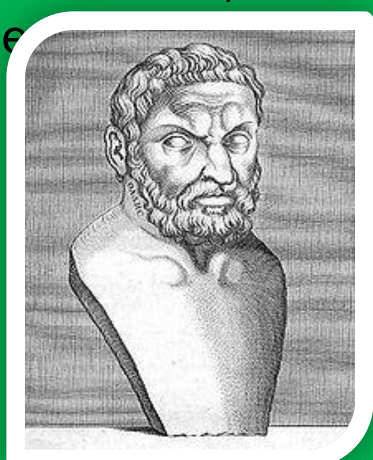
5. NL=DE , AK =LC и AK+LC= 18-8=10
AK = 5.

6. Из треугольника ADK :
DK = 12 , DK=MN =2r ,
r = 6 .

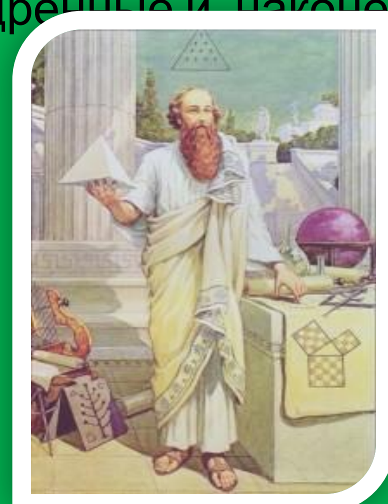
Ответ : 6

Исторические сведения.

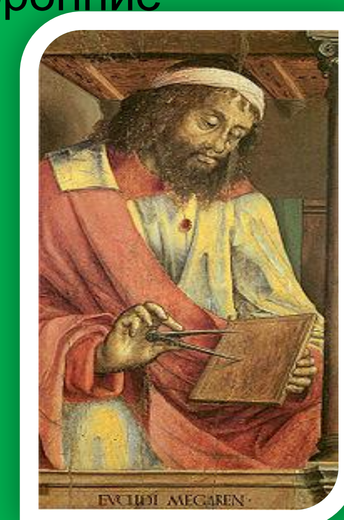
Треугольник - самая простая замкнутая прямолинейная фигура; одна из первых, свойства которой человек узнал еще в глубокой древности, так как эта фигура всегда имела широкое применение в практической жизни. В строительном искусстве испокон веков используется свойство жесткости треугольника для укрепления различных строений и их деталей. Изображения треугольников и задачи на треугольники встречаются в папирусах, в старинных индийских книгах и в других древних документах. В древней Греции учение о треугольниках развивалось в ионийской школе, основанной в VII в. до н. э. **Фалесом,** в школе **Пифагора** и других; оно было затем полностью изложено в первой книге «Начал» **Евклида**. Понятие о треугольнике исторически развивалось, так: сначала рассматривались лишь правильные, затем равнобедренные и, наконец, разносторонние тре



Фалес
640/624 до н. э.



Пифагор
прим. 570 до н. э.



Евклид
II век до н. э.

Справочный материал

- **Проекция катета на гипотенузу**- отрезок (часть гипотенузы) , соединяющий
основание перпендикуляра , опущенного из прямого угла
и конец катета, общий с гипотенузой.
- Окружность, касающаяся всех трех сторон треугольника, называется его
вписанной окружностью
- **Биссектрисой** треугольника, проведенной из данной вершины, называют отрезок, соединяющий эту вершину с точкой на противоположной стороне и делящий угол при данной вершине пополам.
- **Биссектрисы треугольника** пересекаются в одной точке, и эта точка совпадает с **центром вписанной окружности.**
- . Окружность, проходящая через все три вершины треугольника, называется его
описанной окружностью.
- Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в одной
точке, которая совпадает с **центром описанной окружности.**
- В равнобедренном треугольнике би**ссект**риса, медиана и высота, проведенные
к основанию, совпадают.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!