

Подготовили  
Ученицы 9 класса Б  
Камаретдинова Карина  
Семёнова Алина



# Презентация по теме: «Треугольники»



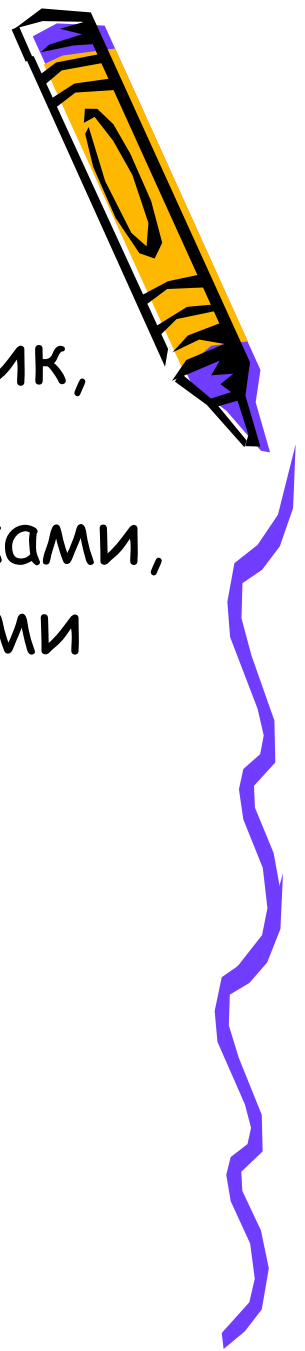
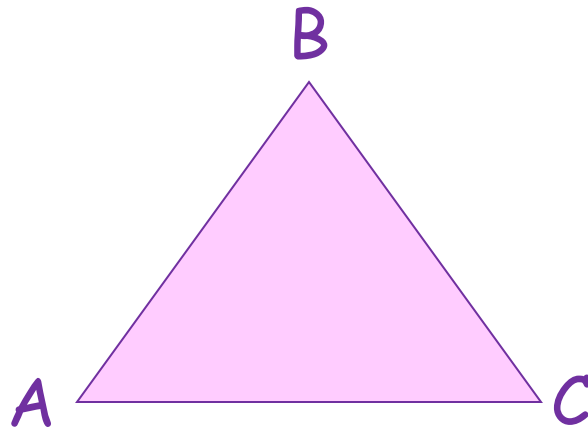


ALLDAY.RU



# Треугольники

**Треугольник** — простейший многоугольник, имеющий 3 вершины (угла) и 3 стороны; часть плоскости, ограниченная тремя точками, и тремя отрезками, попарно соединяющими эти точки



# Равносторонний -



это правильный многоугольник с тремя сторонами, первый из правильных многоугольников.

Все стороны правильного треугольника равны между собой, а все углы равны  $60^\circ$ .

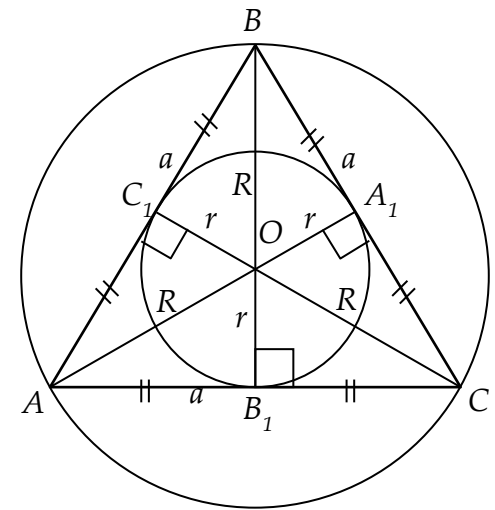
Радиус вписанной окружности  $r = \frac{\sqrt{3}}{6} a$

Радиус описанной окружности  $R = \frac{\sqrt{3}}{3} a$

Периметр  $P = 3a = 3\sqrt{3}R = 6\sqrt{3}r$

Высота  $h = \frac{\sqrt{3}}{2} a$

Площадь  $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 = \frac{3\sqrt{3}}{4} R^2 = 3\sqrt{3} r^2$



# Равнобедренный

Треугольник, в котором две стороны равны между собой называется **равнобедренным**.

Равные стороны называются **боковыми**, а последняя - **основанием**

**Площадь треугольника**  $S = \frac{1}{2}a^2 \sin \beta = \frac{1}{2}ab \sin \alpha = \frac{b^2}{2 \cos \frac{\beta}{2}} = \frac{1}{2}b \sqrt{\left(a + \frac{1}{2}b\right)\left(a - \frac{1}{2}b\right)}$

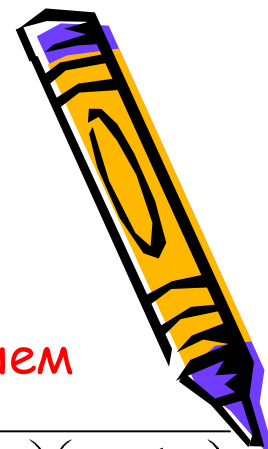
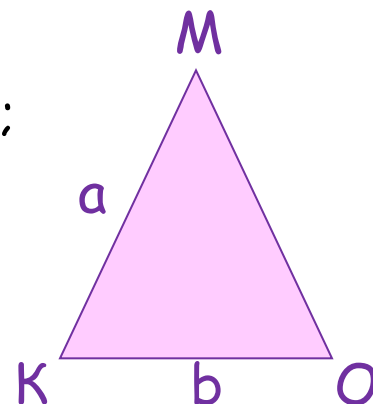
**Теорема косинусов**  $a = \frac{b}{2 \cos \alpha} \quad b = a \sqrt{2(1 - \cos \beta)}$

**Теорема синусов**  $b = 2a \sin \frac{\beta}{2} \quad \alpha = \arcsin \frac{a}{2R} \quad \beta = \arcsin \frac{b}{2R}$

**Периметр**  $P = 2a + b$  (по определению);

$$P = 2R(2 \sin \alpha + \sin \beta)$$

(следствие теоремы синусов)



# Прямоугольный

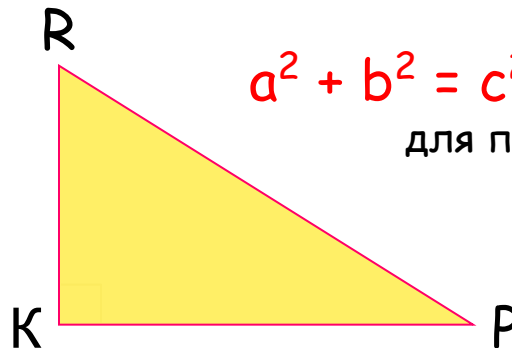


## Свойства:

- Сумма двух острых углов п/у треугольника равна  $90^\circ$ .
- Катет п/у треугольника, лежащий против угла в  $30^\circ$ , равен половине гипотенузы.
- Если катет п/у треугольника равен половине гипотенузы, то угол, лежащий против этого катета, равен  $30^\circ$ .

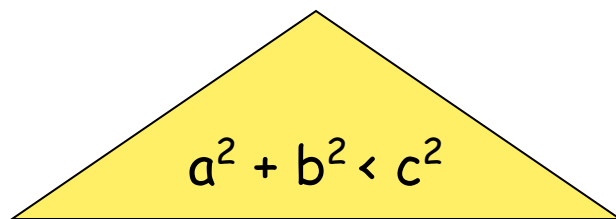
## Признаки равенства п/у треугольников:

- Если катеты одного п/у треугольника соответственно равны катетам другого, то такие треугольники равны.
- Если катет и прилежащий к нему острый угол одного п/у треугольника соответственно равны катету и прилежащему к нему острому углу другого, то такие треугольники равны.
- Если гипотенуза и острый угол одного п/у треугольника соответственно равны гипотенузе и острому углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
- Если гипотенуза и катет одного п/у треугольника соответственно равны гипотенузе и катету другого, то такие треугольники равны.

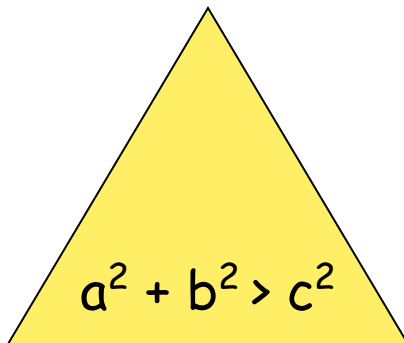


$a^2 + b^2 = c^2$  - теорема Пифагора  
для п/у треугольника

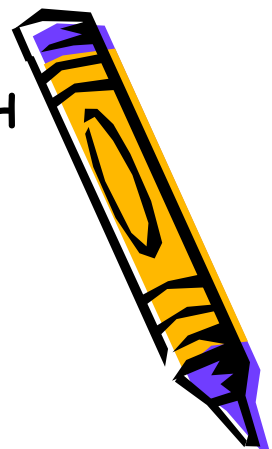
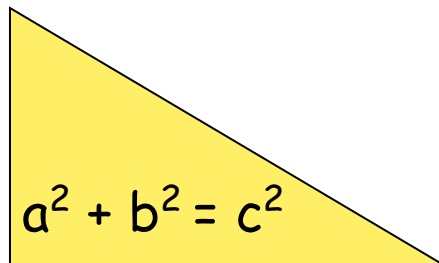
**Тупоугольный** - это треугольник у которого один из углов тупой



**Остроугольный** - треугольник у которого все углы острые.



**Прямоугольный** - треугольник у которого один из углов равен  $90^\circ$



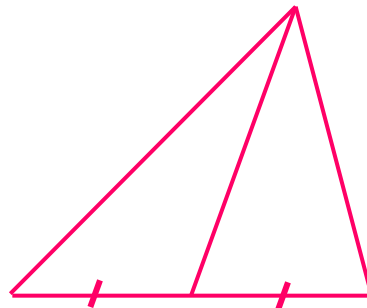
# Медиана



**Медиана** треугольника — это отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны этого треугольника.

**Свойства медиан треугольника:**

- Медиана разбивает треугольник на два треугольника одинаковой площади.
- Медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины. Эта точка называется **центром тяжести** треугольника.
- Весь треугольник разделяется своими медианами на шесть равновеликих треугольников.



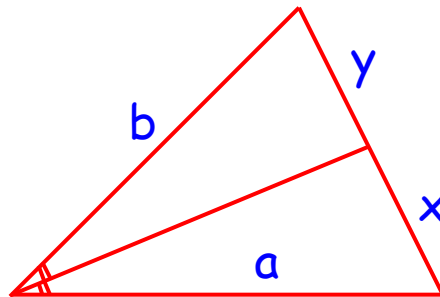


# Биссектриса

**Биссектриса угла** — это луч, который исходит из его вершины, проходит между его сторонами и делит данный угол пополам. **Биссектрисой треугольника** называется отрезок биссектрисы угла треугольника, соединяющий вершину с точкой на противоположащей стороне этого треугольника.

**Свойства биссектрис треугольника:**

- Биссектриса угла — это геометрическое место точек, равноудаленных от сторон этого угла.
- Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположащую сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам.
- Точка пересечения биссектрис треугольника является центром окружности, вписанной в этот треугольник.

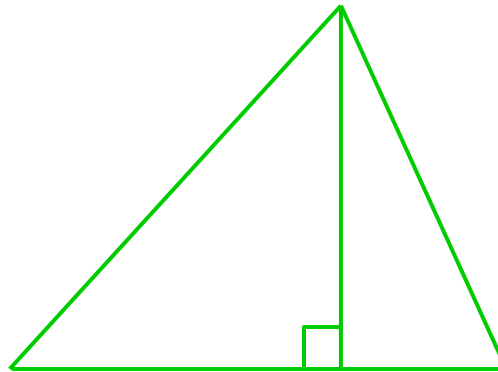


# Высота

**Высотой** треугольника называется перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника к прямой, содержащей противоположную сторону этого треугольника.

## Свойства высот треугольника:

- В прямоугольном треугольнике высота, проведенная из вершины прямого угла, разбивает его на два треугольника, подобные исходному.
- В остроугольном треугольнике две его высоты отсекают от него подобные треугольники.

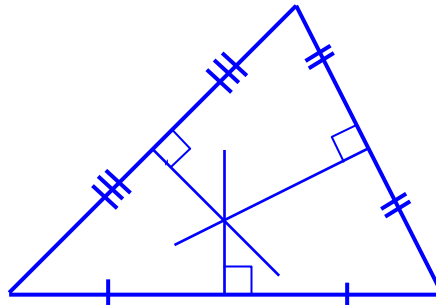


# Серединный перпендикуляр

Прямую, проходящую через середину отрезка  
Перпендикулярно к нему, называют **серединным перпендикуляром** к отрезку.

## Свойства серединных перпендикуляров треугольника:

- Каждая точка серединного перпендикуляра к отрезку равноудалена от концов этого отрезка. Верно и обратное утверждение: каждая точка, равноудаленная от концов отрезка, лежит на серединном перпендикуляре к нему.
- Точка пересечения серединных перпендикуляров, проведенных к сторонам треугольника, является центром окружности, описанной около этого треугольника.

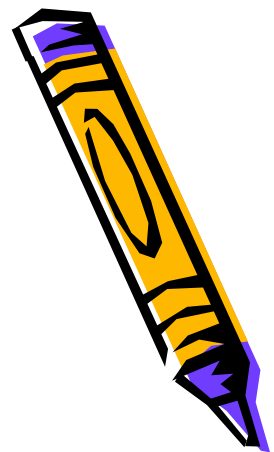
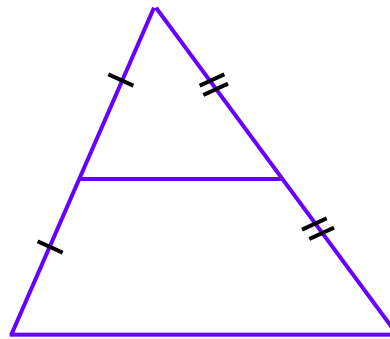


# Средняя линия

**Средней линией треугольника** называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.

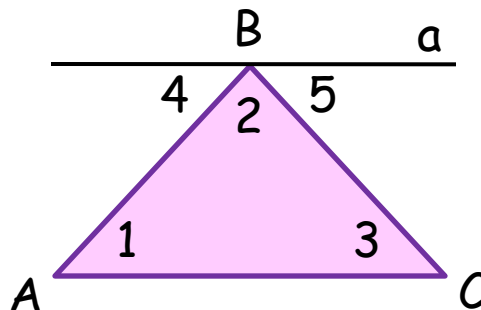
## Свойство средней линии треугольника

- Средняя линия треугольника параллельна одной из его сторон и равна половине этой стороны.



# Сумма углов треугольника

**Теорема:** Сумма углов треугольника равна  $180^\circ$ .



Доказательство:

Рассмотрим треугольник ABC и докажем, что  $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$ .

Проведем через вершину B прямую a, параллельную стороне AC.

Углы  $\angle 1$  и  $\angle 4$  являются накрест лежащими углами при пересечении параллельных прямых a и AC секущей AB, а углы  $\angle 3$  и  $\angle 5$  - накрест лежащими углами при пересечении тех же параллельных прямых секущей BC. Поэтому  $\angle 4 = \angle 1$ ,  $\angle 5 = \angle 3$ . Очевидно, сумма углов  $\angle 4$ ,  $\angle 2$  и  $\angle 5$  равна развернутому углу с вершиной B, т. е.

$$\angle 4 + \angle 2 + \angle 5 = 180^\circ, \text{ или}$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

Теорема доказана.

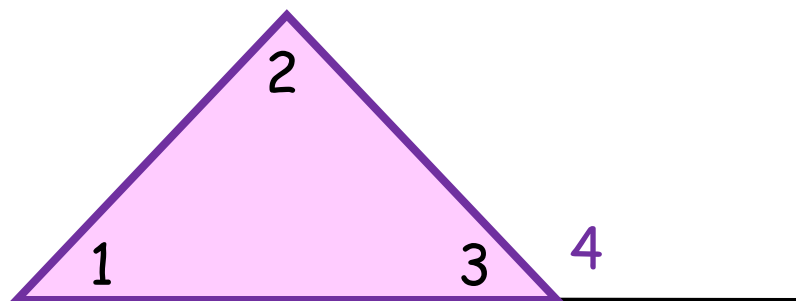


# Внешний угол



**Внешним углом** треугольника называется угол, смежный с каким-нибудь углом этого треугольника.

**Теорема:** внешний угол треугольника равен сумме двух углов треугольника, не смежных с ним



Доказательство:

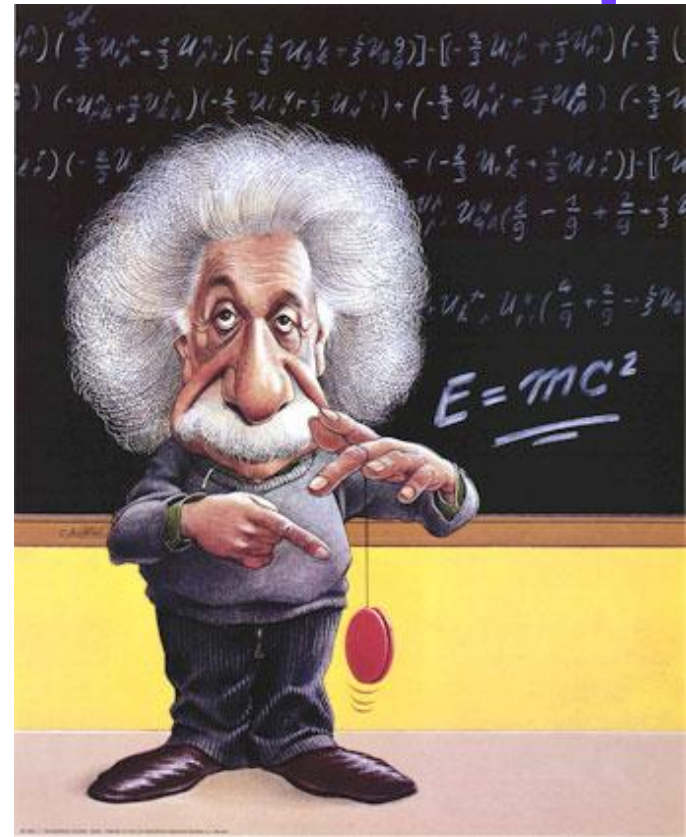
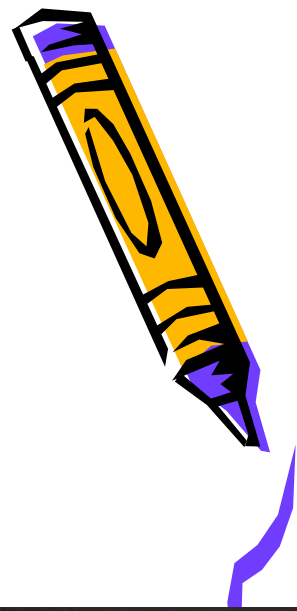
угол 4 - внешний угол, смежный с углом 3 данного треугольника.

Т.к.  $\angle 4 + \angle 3 = 180^\circ$ , а по теореме о сумме углов треугольника  $(\angle 1 + \angle 2) + \angle 3 = 180^\circ$ , то  $\angle 4 = \angle 1 + \angle 2$ , что и требовалось доказать.



# Соотношение между сторонами и углами треугольника

- В треугольнике против большей стороны лежит больший угол.
- В треугольнике против большего угла лежит большая сторона.
- В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.
- Если два угла треугольника равны, то треугольник равнобедренный



# Неравенство треугольника

- Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
- Для любых точек  $A$ ,  $B$  и  $C$ , не лежащих на одной прямой, справедливы неравенства:

$$AB < AC + CB$$

$$AC < AB + BC$$

$$BC < BA + AC$$

Каждое из этих неравенств называется **неравенством треугольника**

