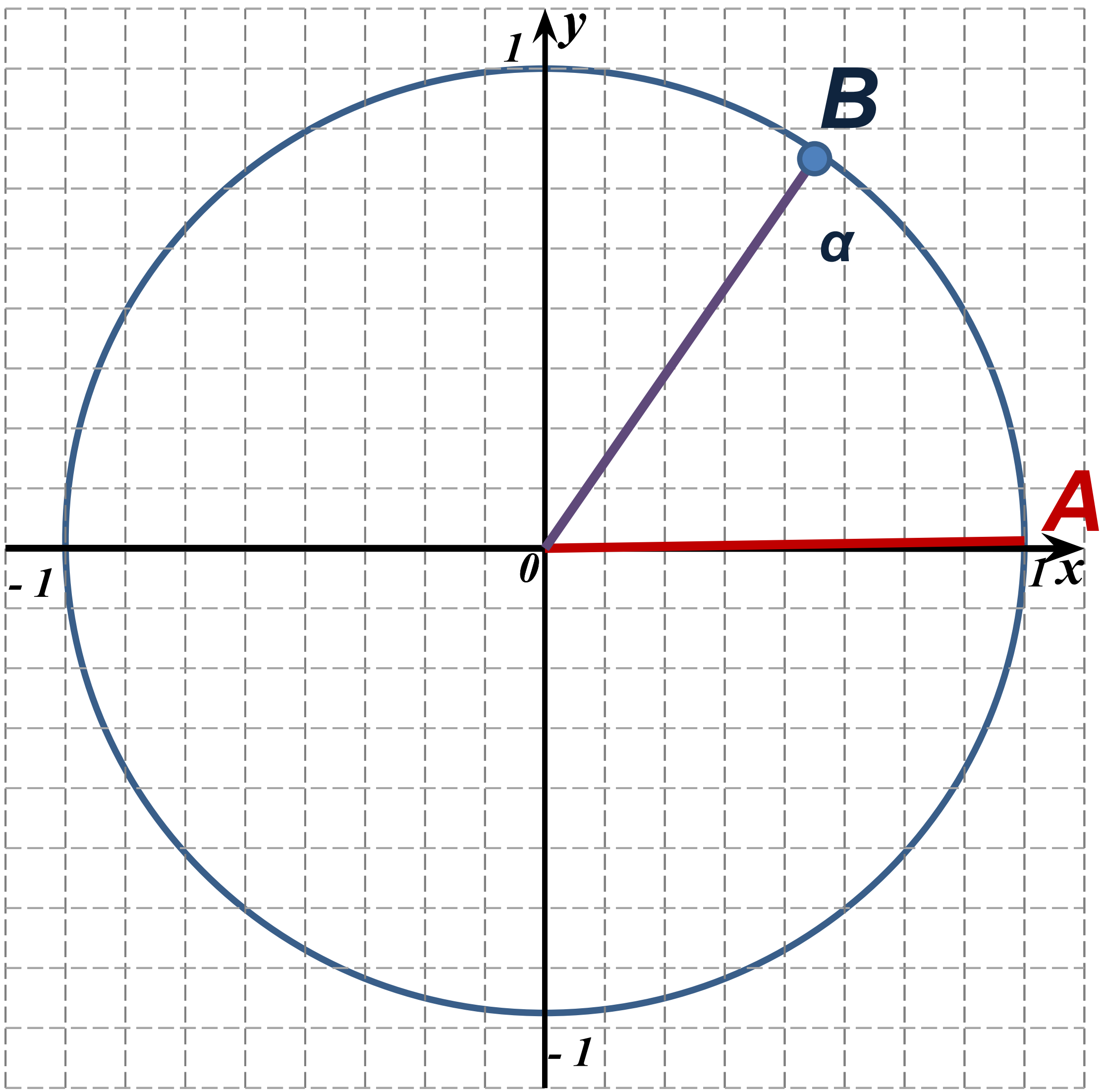
Тригонометрическая окружность

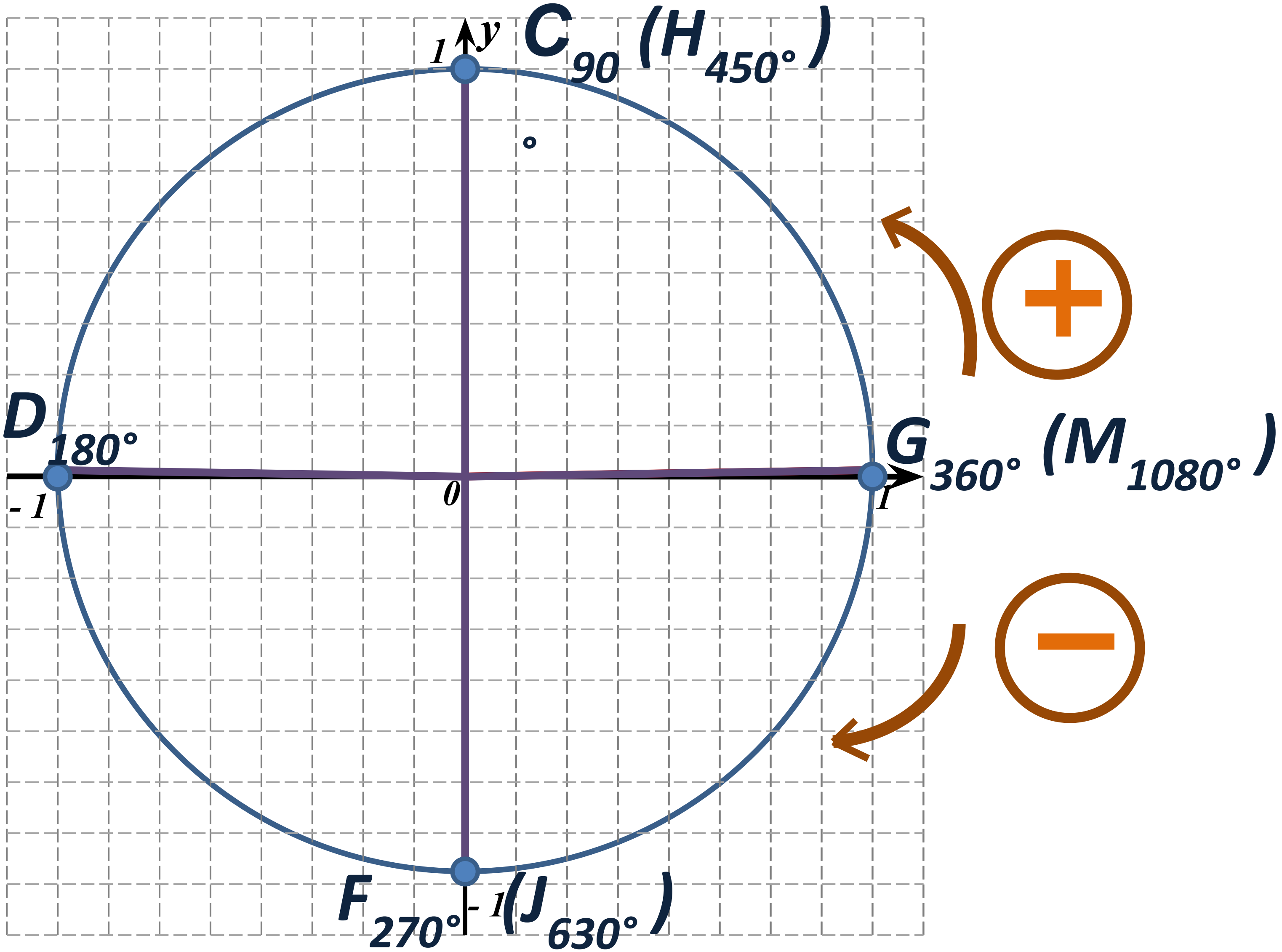


Изобразим в системе координат окружность единичного радиуса.

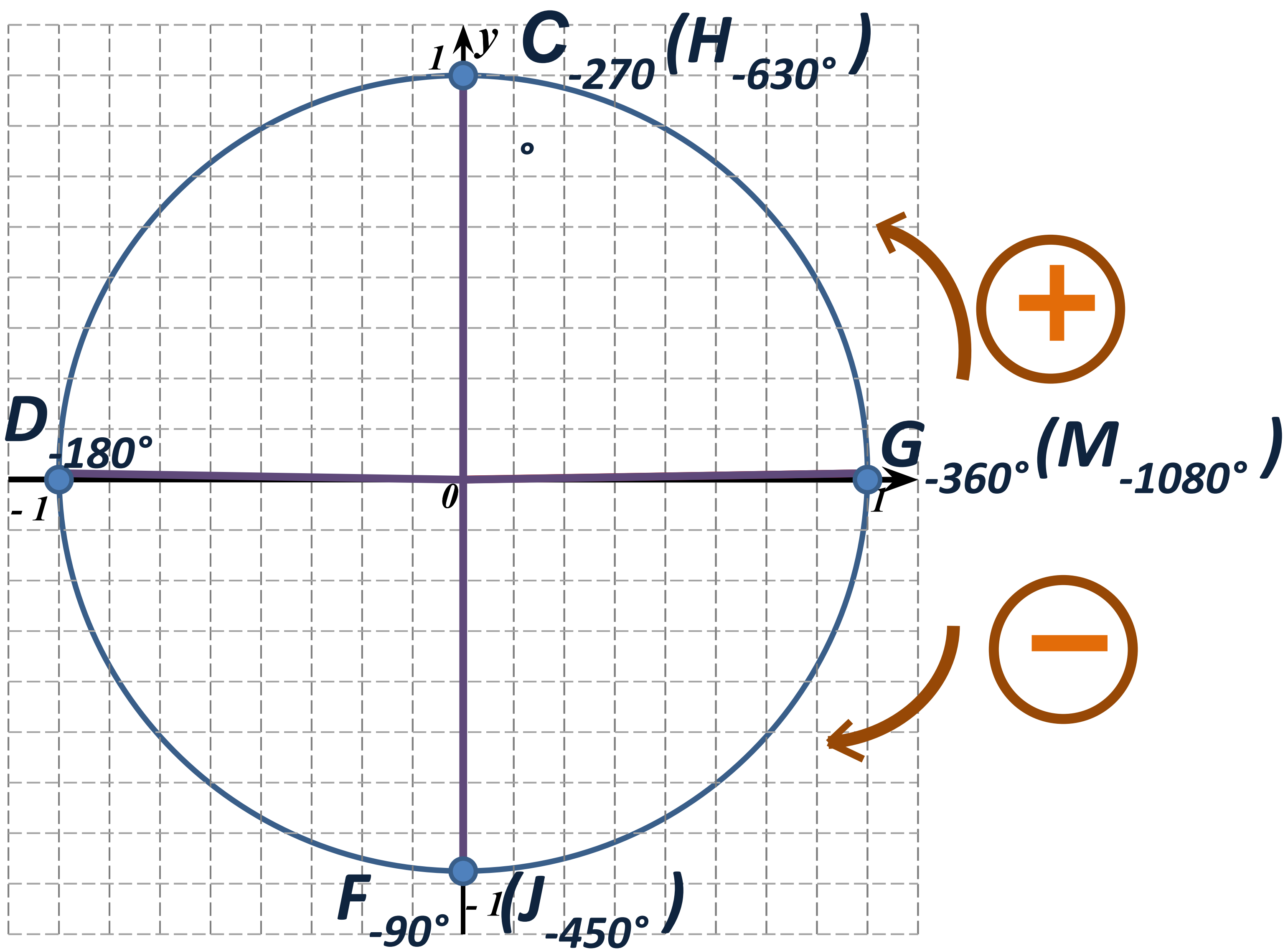
Построим радиус ОА, лежащий на положительной полуоси ОХ.

От начального радиуса против часовой стрелки отложим угол α, на пересечении с окружностью получим точку B_α.

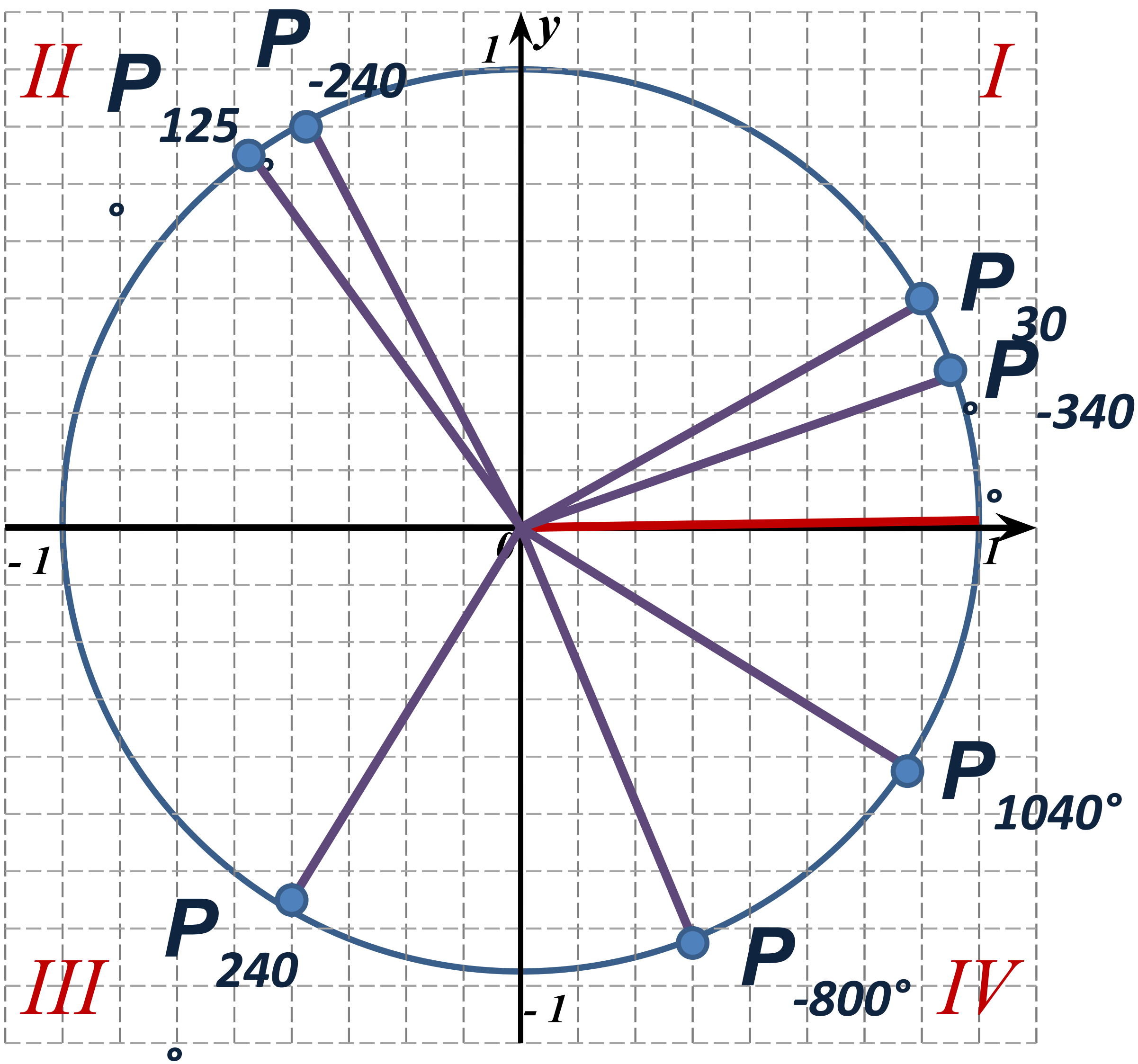
Тригонометрическая окружность



Тригонометрическая окружность



Какой четверти принадлежит точка?



а) $P_{30°}$ I четверти

б) $P_{240°}$ III четверти

в) $P_{-240°} \in$ II четверти

г) $P_{125°} \in$ II четверти

д) $P_{-340°} \in$ I четверти

е) $P_{1040°} \in$ IV четверти

ж) $P_{-800°} \in$ IV четверти

1.1.4 На окружности отметьте точки, соответствующие углам:

а) -540^0;

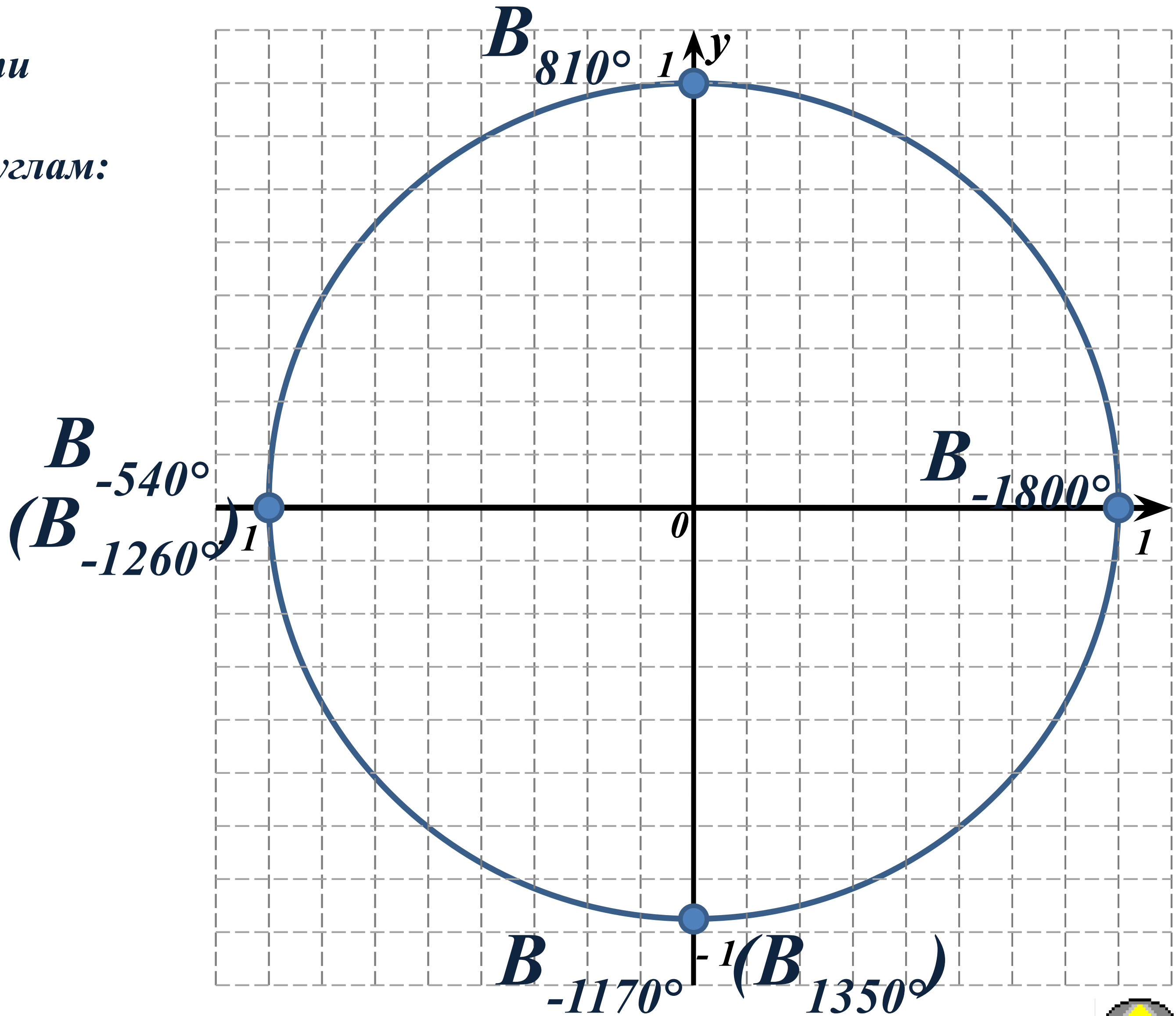
б) 810^0;

в) -1170^0;

г) 1350^0;

д) -1260^0;

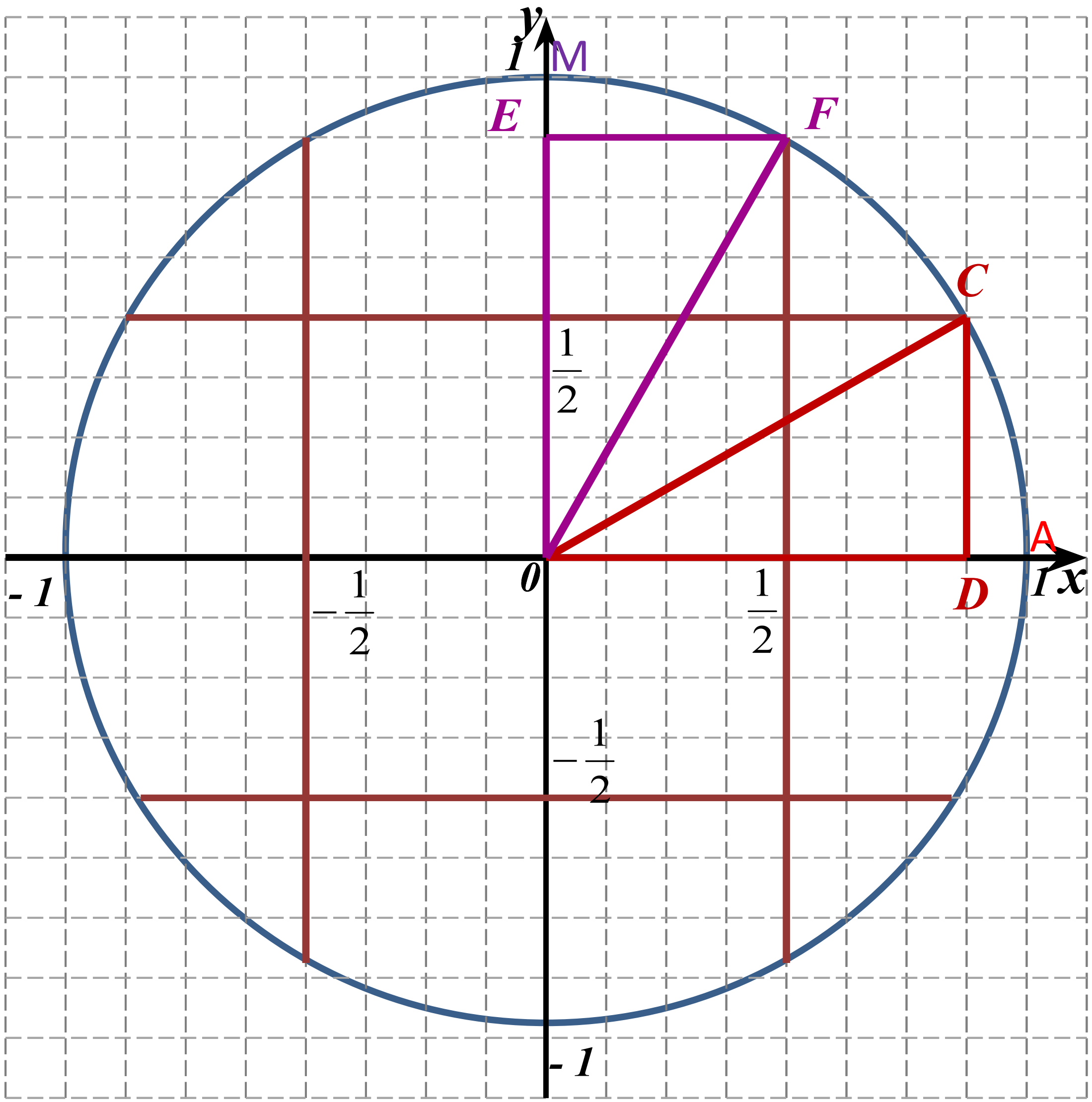
е) -1800^0



1.1.5 В какой четверти будет лежать точка:

а) $P_{30°}$ ∈ I четв.;
б) $P_{-230°}$ ∈ III четв.;
в) $P_{-560°}$ ∈ II четв.;
г) $P_{130°}$ ∈ II четв.;
д) $P_{-228°}$ ∈ II четв.;
ж) $P_{1254°}$ ∈ II четв.;
з) $P_{-1347°}$ ∈ II четв.;
и) $P_{-730°}$ ∈ IV четв.;
к) $P_{-50°}$ ∈ IV четв.;

Изображение на тригонометрической окружности некоторых углов



Возьмем тригонометрическую окружность и проведем через середины единичных отрезков прямые, параллельные соответствующим осям.

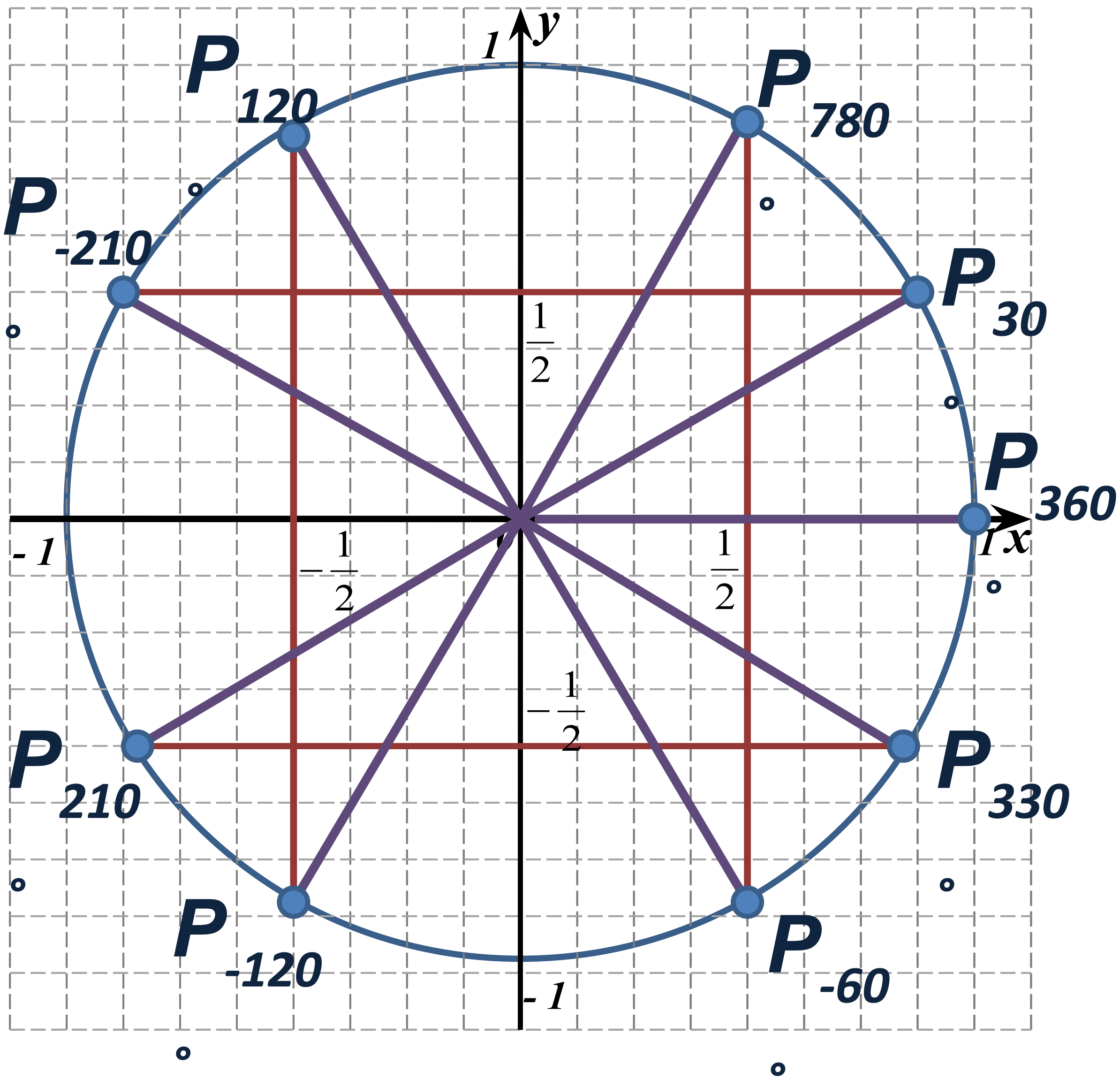
Рассмотрим прямоугольные треугольники OCD и OFE.

Δ OCD = Δ OFE (по катету и гипотенузе)

Следовательно дуги AC, CF и FM равны между собой и равны 30^0.

Вся окружность оказалась поделена на двенадцать равных между собой дуг, с градусной мерой 30^0.

Изображение на тригонометрической окружности углов, градусная мера которых кратна 30^0.



№ 1.1.6

а) 30^0

б) 120^0

в) 210^0

г) 330^0

д) 780^0

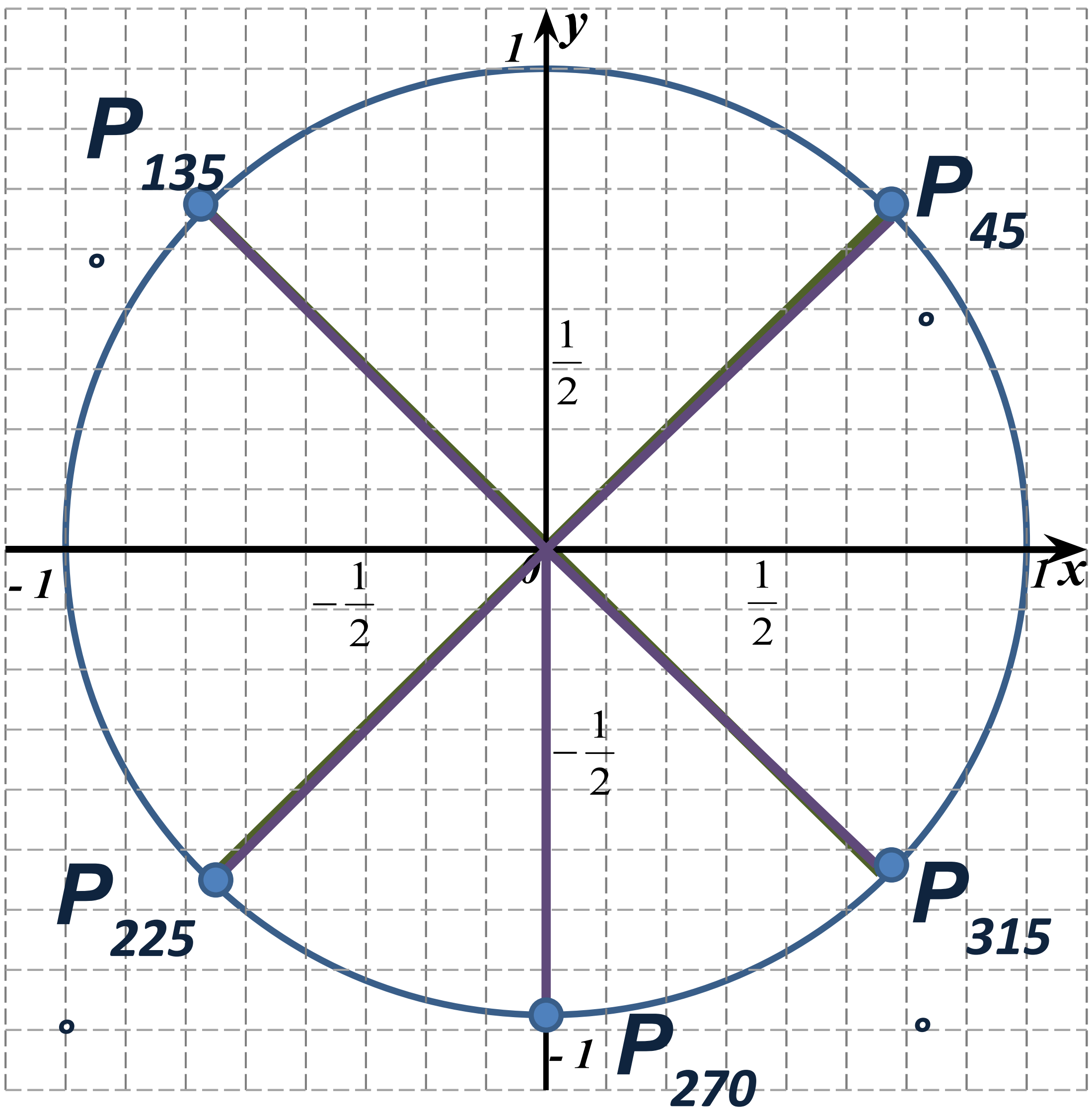
е) $- 60^0$

ж) $- 120^0$

з) $- 210^0$

и) $- 360^0$

Изображение на тригонометрической окружности углов, градусная мера которых кратна 45⁰.



№ 1.1.7

а) 45^0

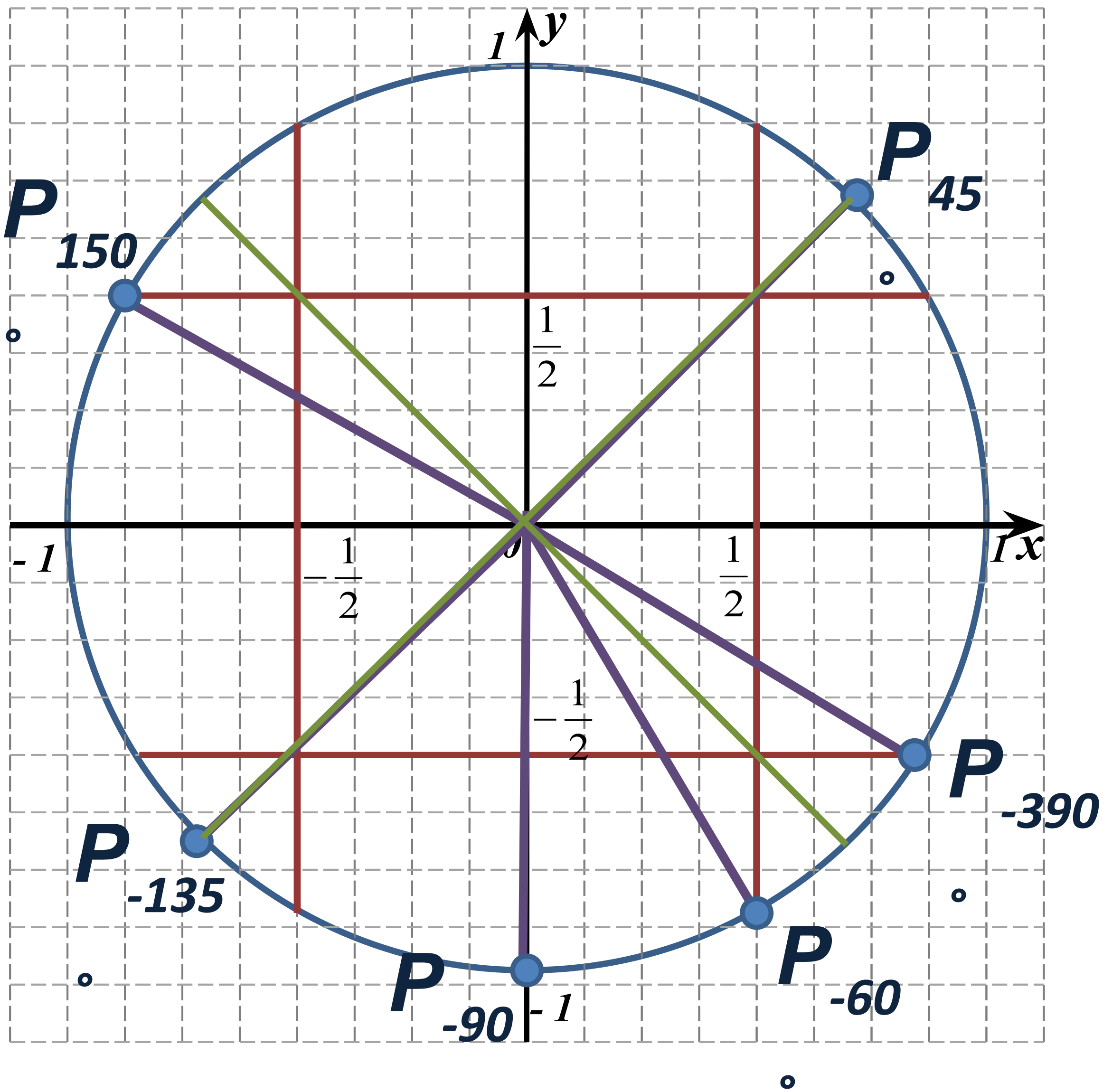
б) 135^0

в) 225^0

г) 315^0

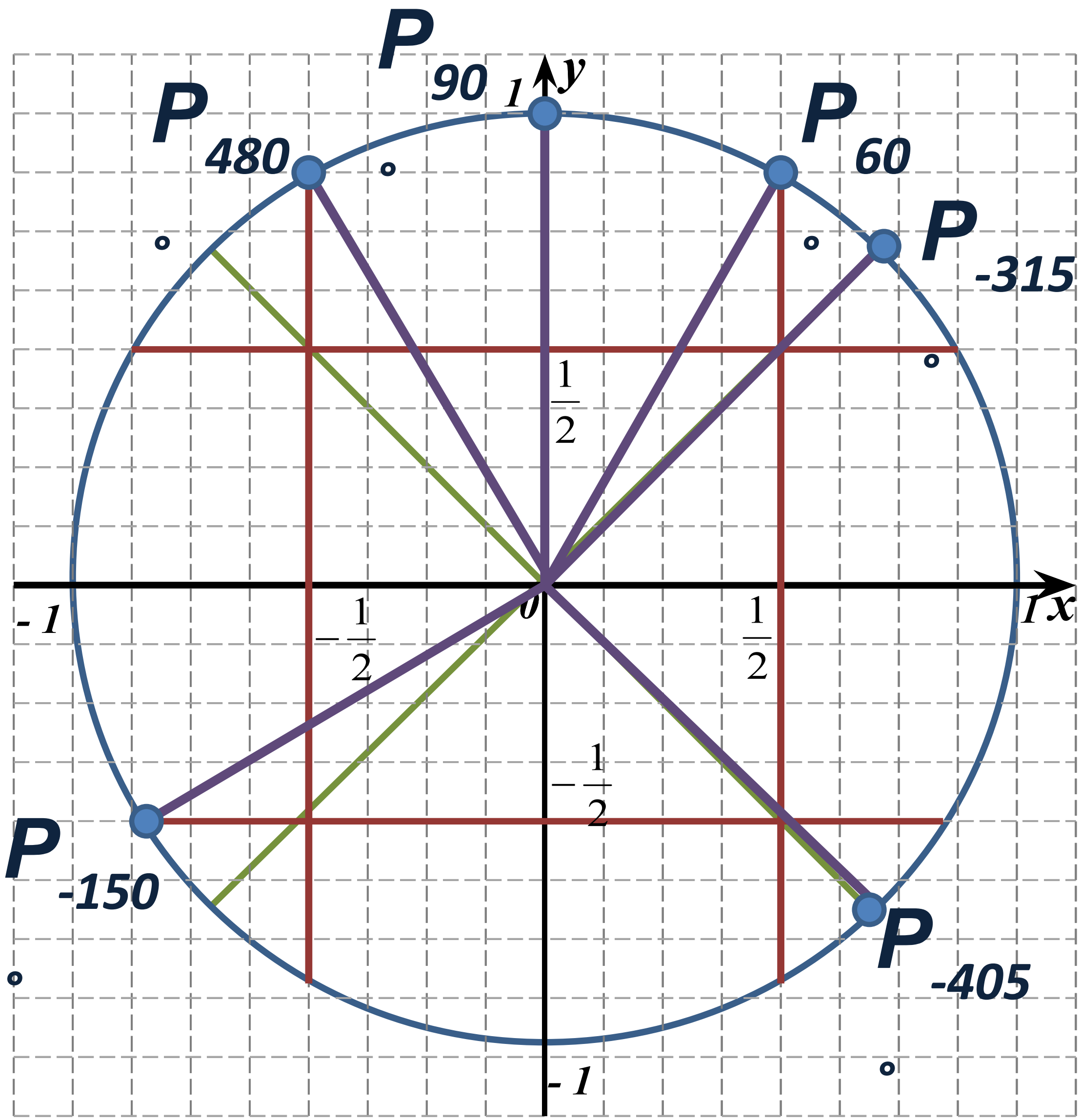
д) 270^0

№ 1.1.8



а) 150^0
б) 45^0
в) -60^0
г) -90^0
д) -135^0
е) -390^0

№ 1.1.9



а) 90^0

б) 60^0

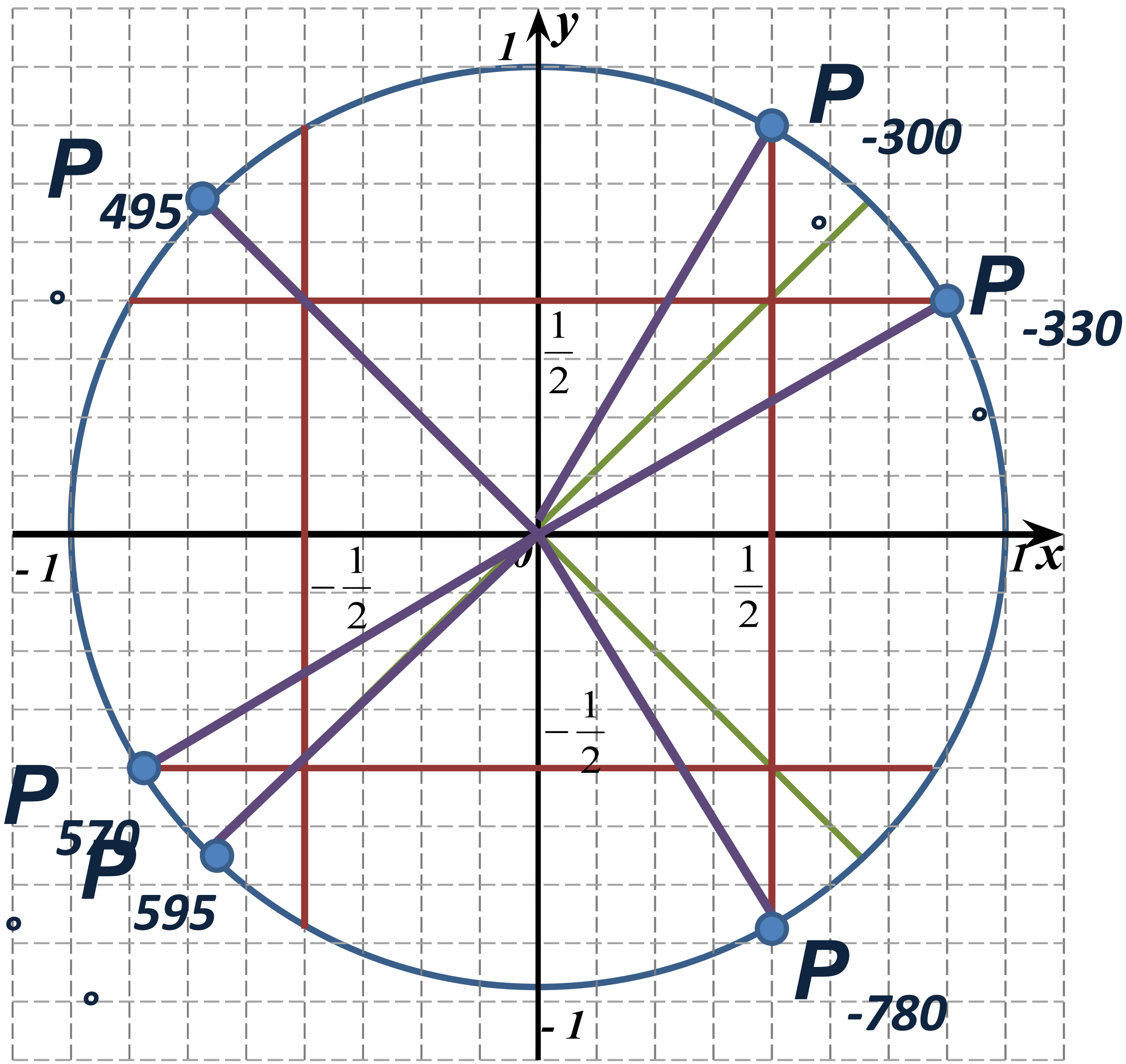
в) $- 315^0$

г) 480^0

д) -150^0

е) $– 405^0$

№ 1.1.10



а) 495^0

б) -330^0

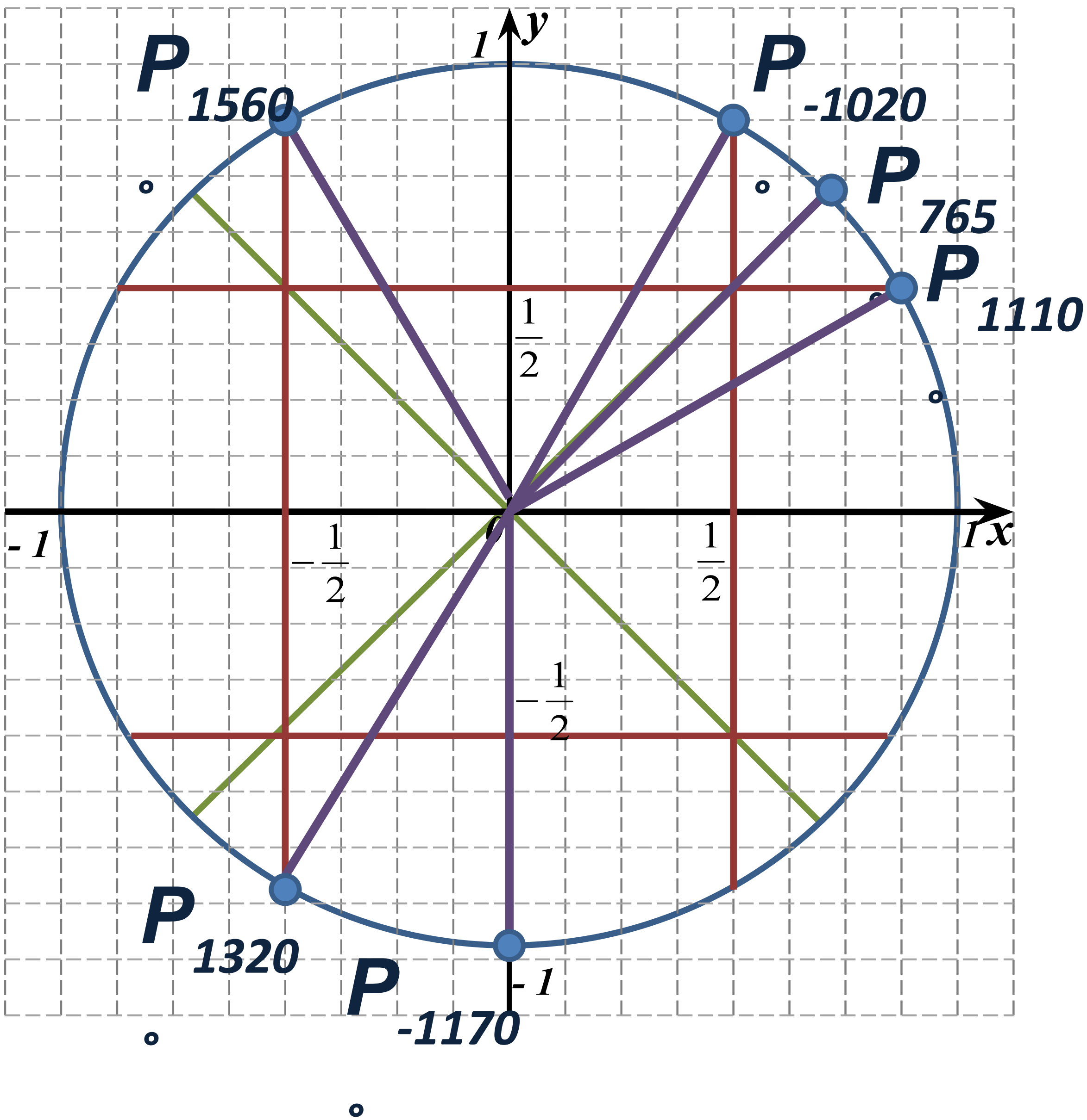
в) 570^0

г) -300^0

д) 595^0

е) -780^0

№ 1.1.11



а) 1110^0

б) -1020^0

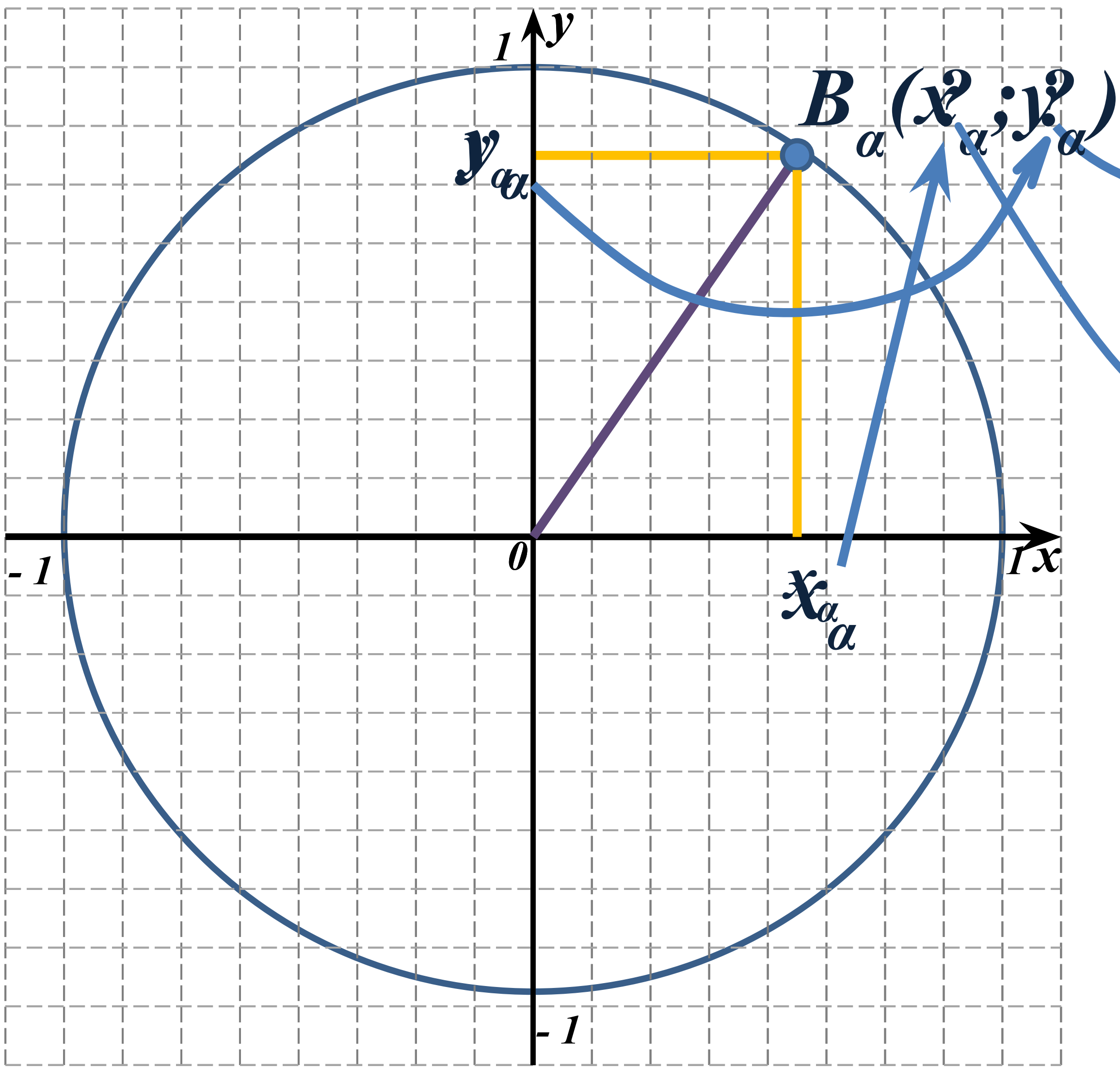
в) 765^0

г) 1560^0

д) 1320^0

е) -1170^0

Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла



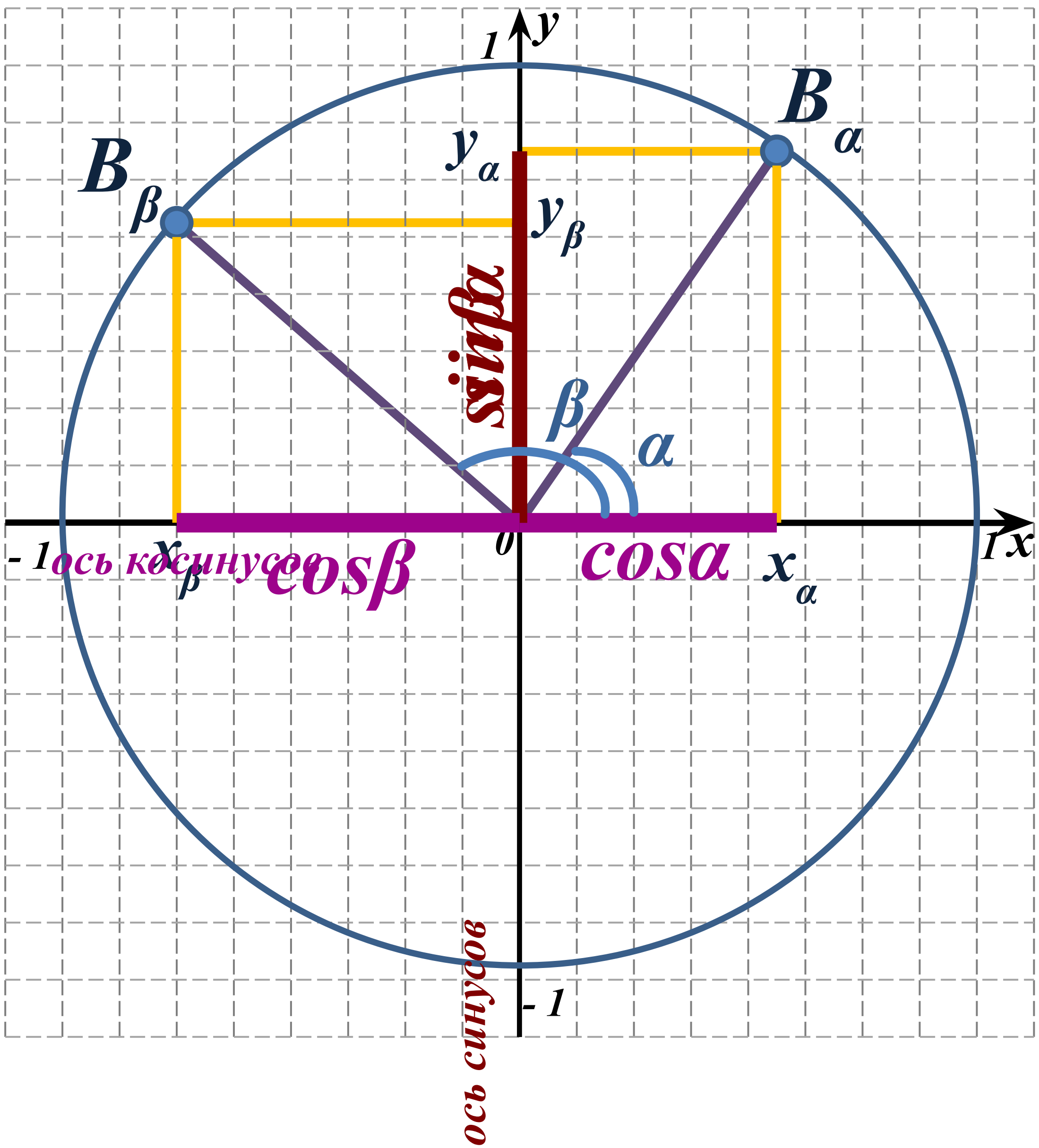
$\sin\alpha =$

$\cos\alpha =$

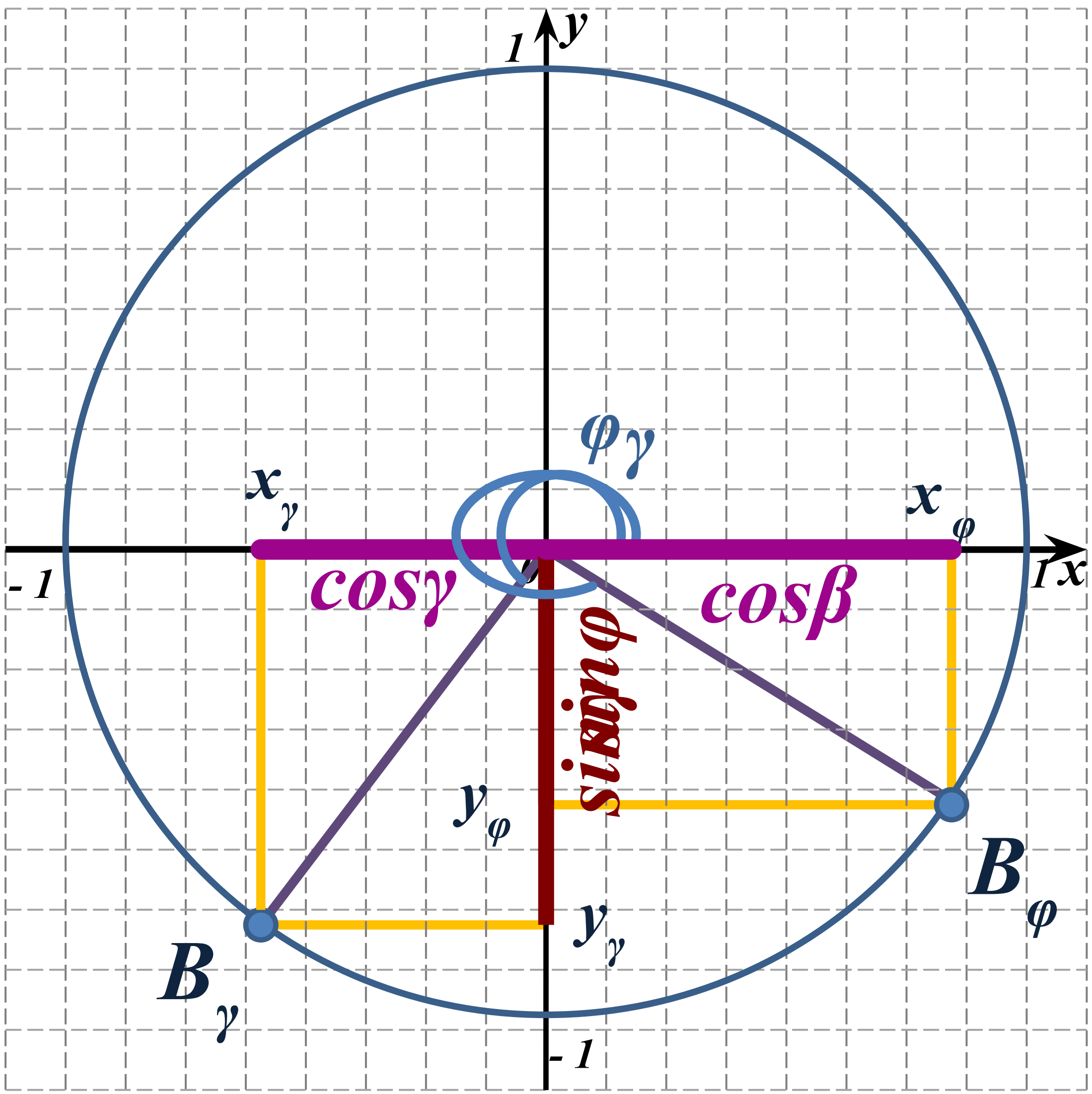
$$tg\,\alpha = \frac{y_\alpha}{x_\alpha}$$

$$ctg\,\alpha = \frac{x_\alpha}{y_\alpha}$$

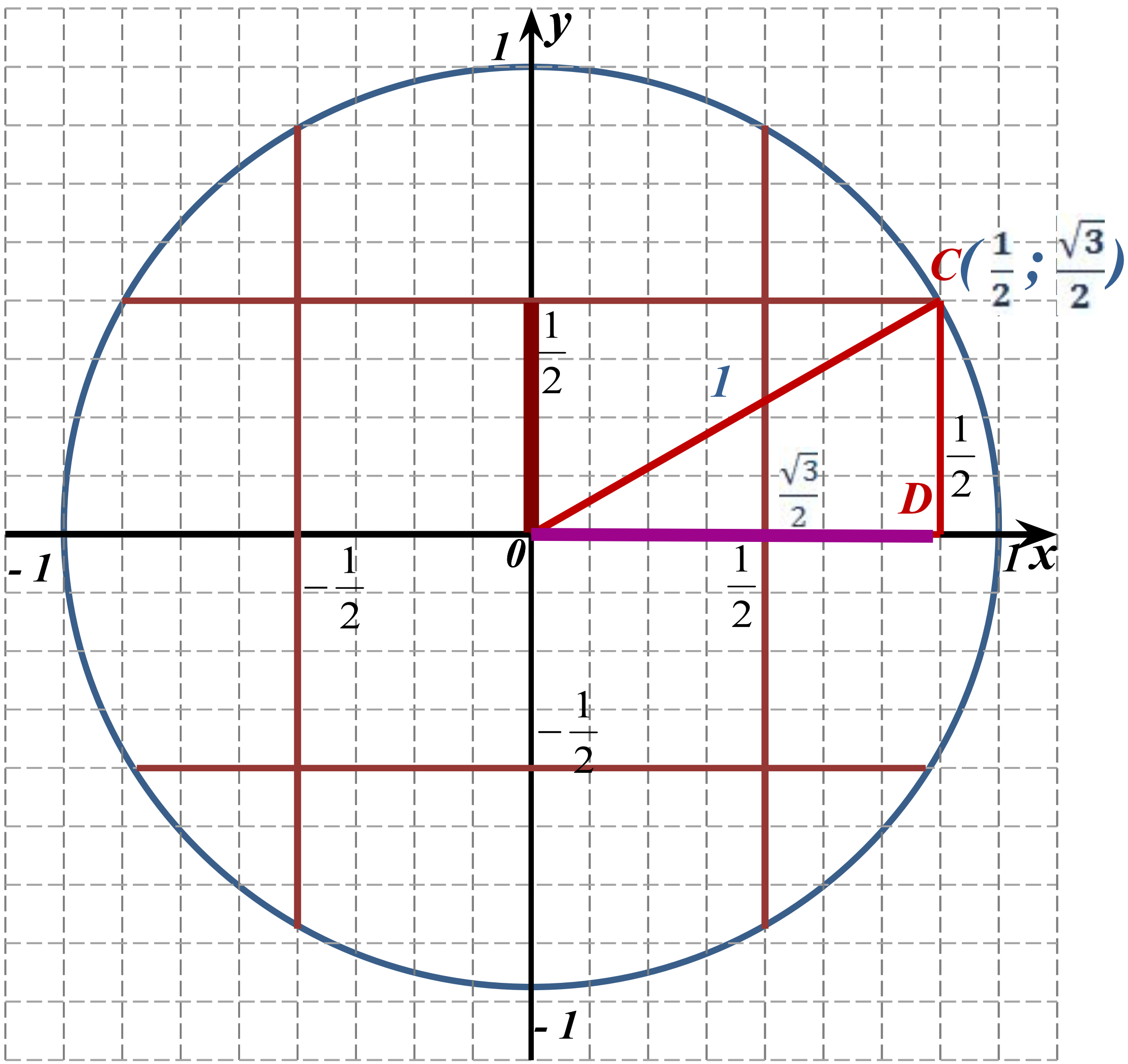
Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла



Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла



Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим прямоугольный ∆OCD:

CD= ½; OC=1

Тогда по теореме Пифагора:

$OD=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

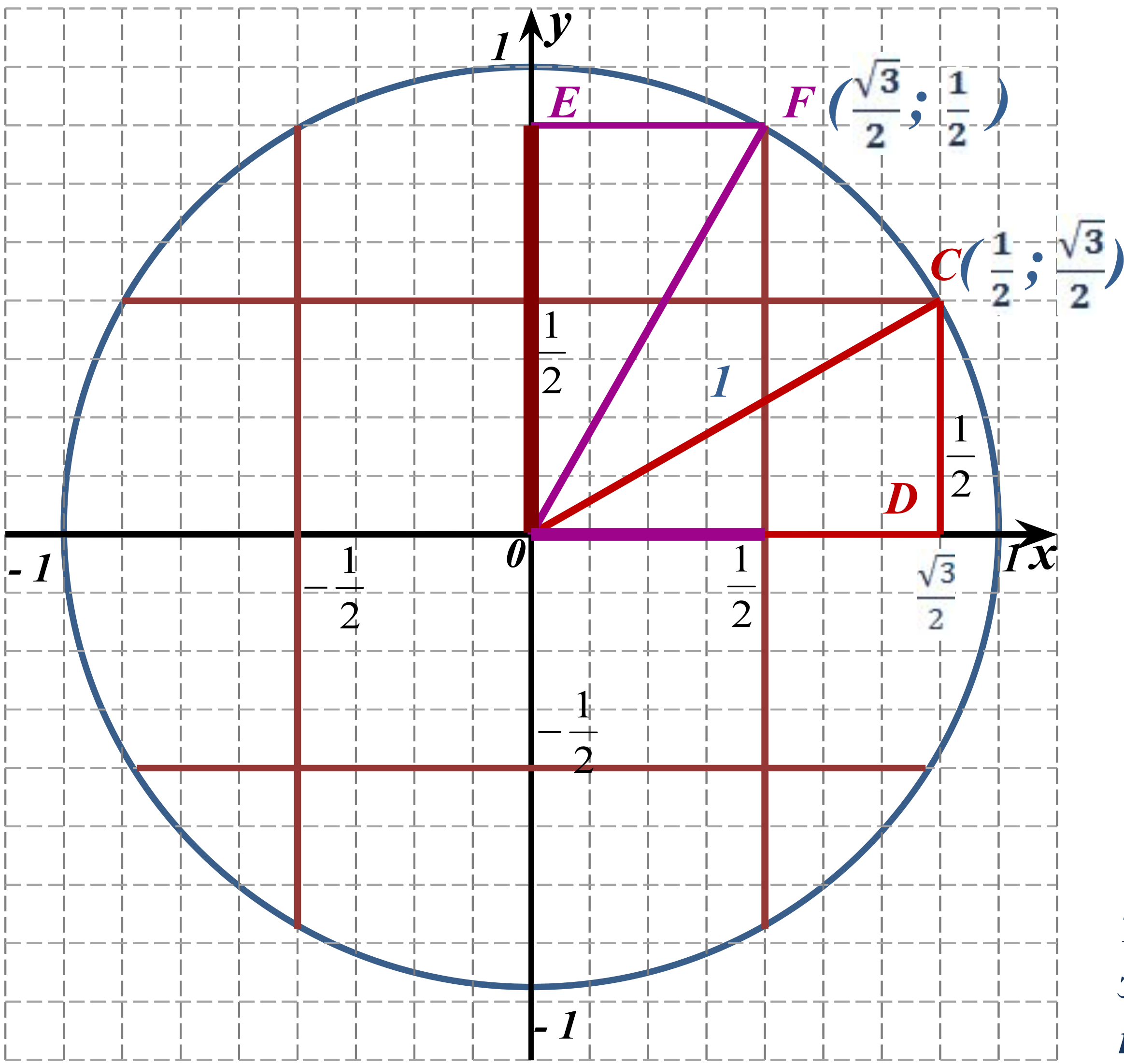
$$\sin 30^0 = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg\, 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$ctg\, 30^0 = \sqrt{3}$$

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим Δ *OEF :*

Δ *OEF =* Δ *OCD*
(по гипотенузе и катету)

$$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

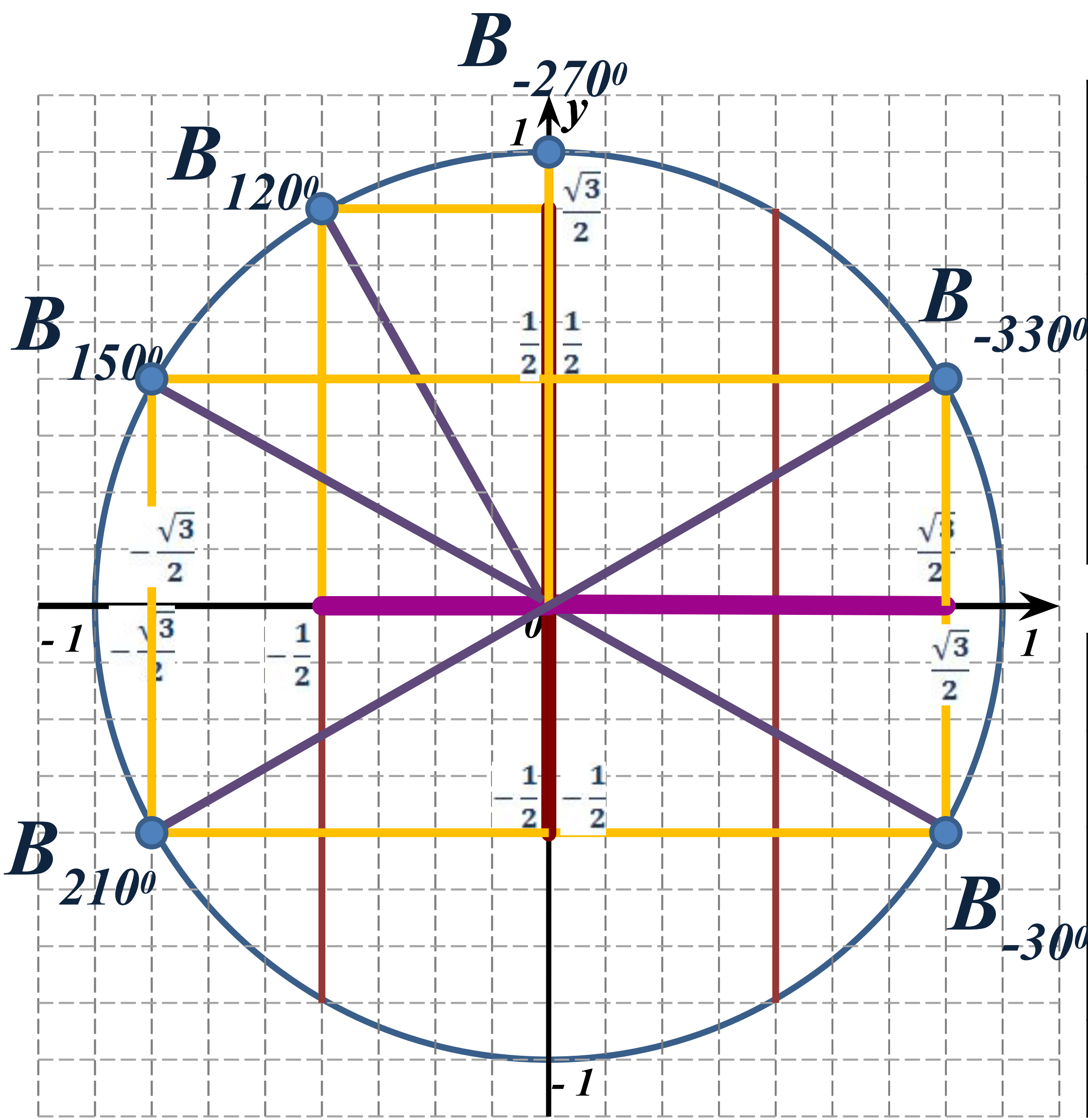
$$\cos 60^0 = \frac{1}{2}$$

$$tg\, 60^0 = \sqrt{3}$$

$$ctg\, 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Таким образом легко находятся значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов кратных 30^0.

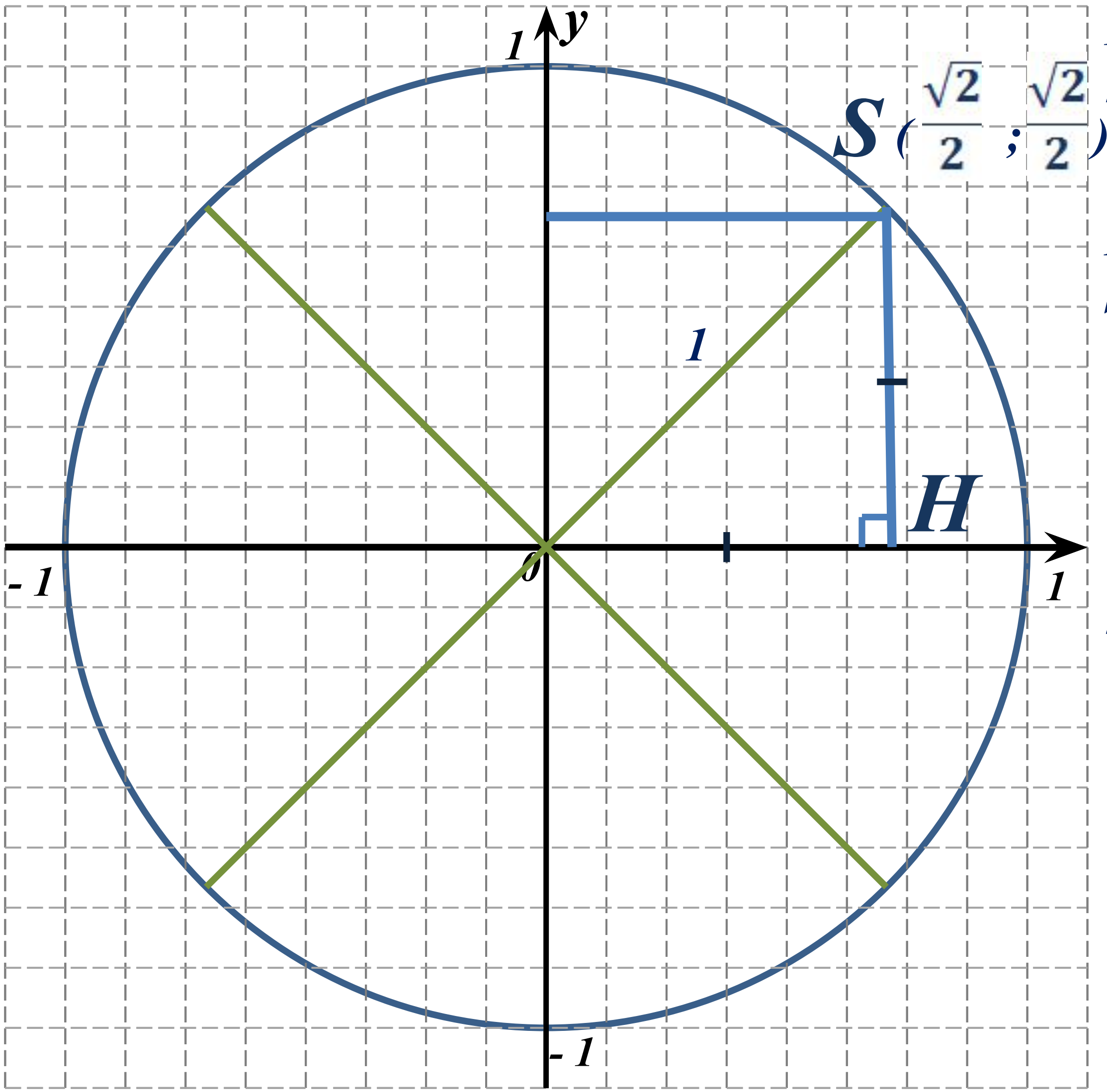
№ 1.1.12



	-30^0	120^0	150^0
sin α	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg α	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
ctg α	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

	-270^0	210^0	-330^0
sin α	1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
cos α	0	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
tg α	не существ.	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
ctg α	0	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$

Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим треугольник OSH, прямоугольный и равнобедренный:

OS = 1

По теореме Пифагора:

$SH^2 + OH^2 = SO^2$.

Тогда $\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Следовательно, известны

координаты точки S.

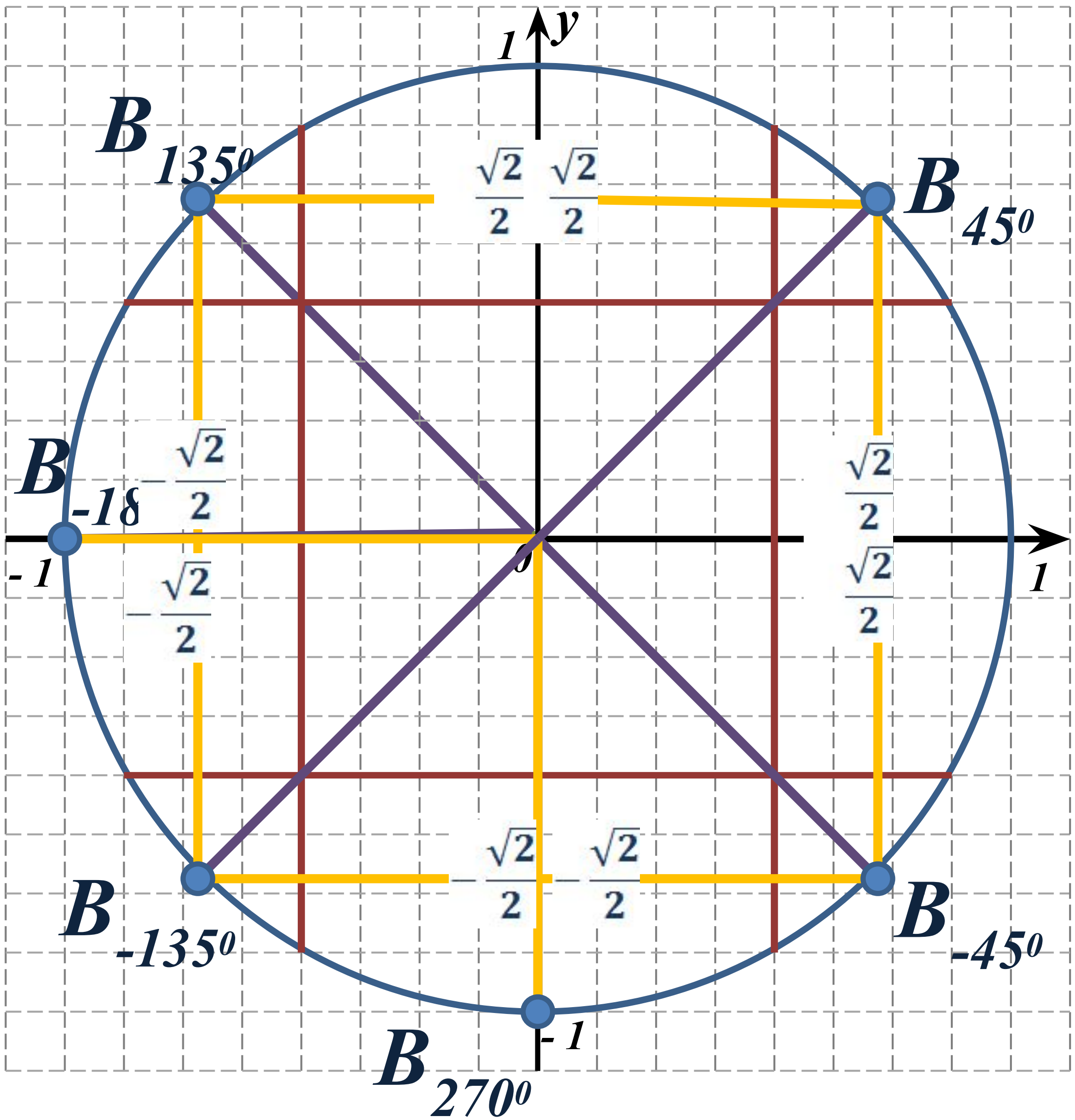
$$\sin 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg\, 45^0 = 1$$

$$ctg\, 45^0 = 1$$

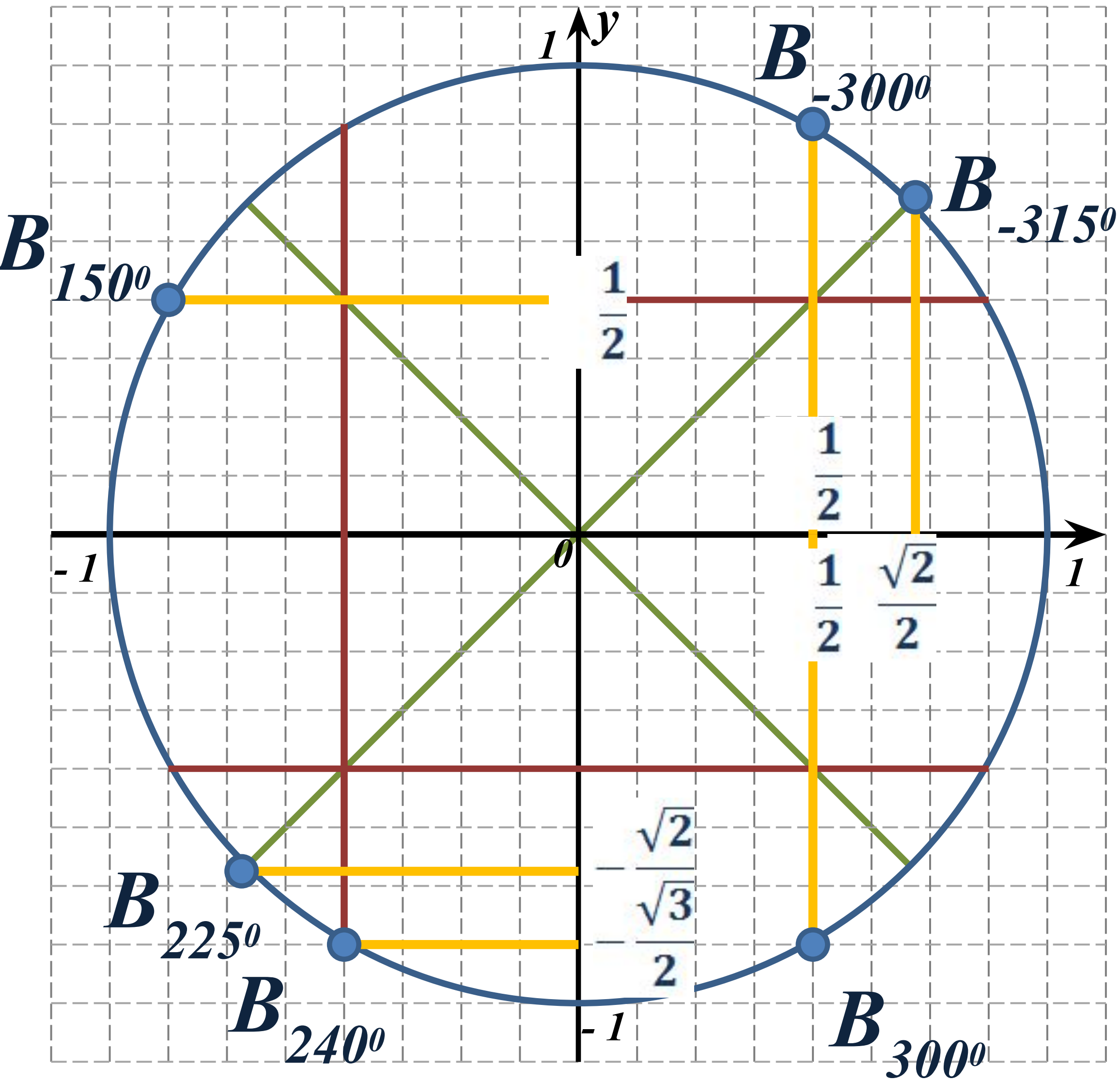
№ 1.1.13



	-45^0	135^0	-180^0
sin α	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
cos α	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	- 1
tg α	- 1	-1	0
ctg α	- 1	- 1	не существ.

	-135^0	270^0	45^0
sin α	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	- 1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
cos α	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
tg α	1	не существ.	1
ctg α	1	0	1

№ 1.1.14



$$\sin 150^0 = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-315)^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

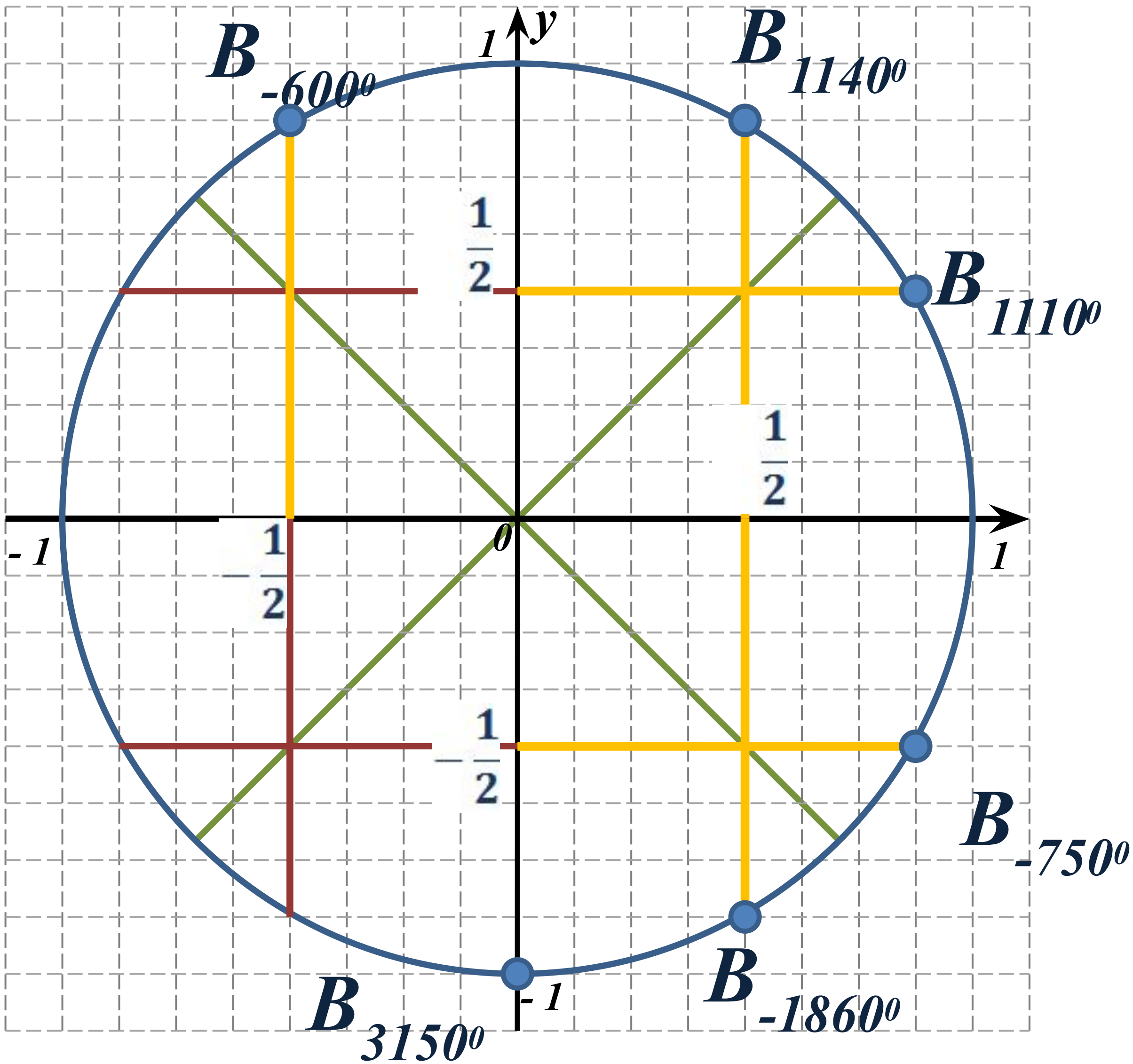
$$\sin 225^0 = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 300^0 = \frac{1}{2}$$

$$\sin 240^0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos(-300)^0 = \frac{1}{2}$$

№ 1.1.15



$sin(-750^0) =$ - $\frac{1}{2}$

$sin\ 1110^0 =$ $\frac{1}{2}$

$cos\ 1140^0 =$ $\frac{1}{2}$

$cos\ (-1860)^0 =$ $\frac{1}{2}$

$sin\,3150^0 =$ *- 1*

$cos\ (-600)^0 =$ $-\frac{1}{2}$

№ 1.1.16

$$\cos 390^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

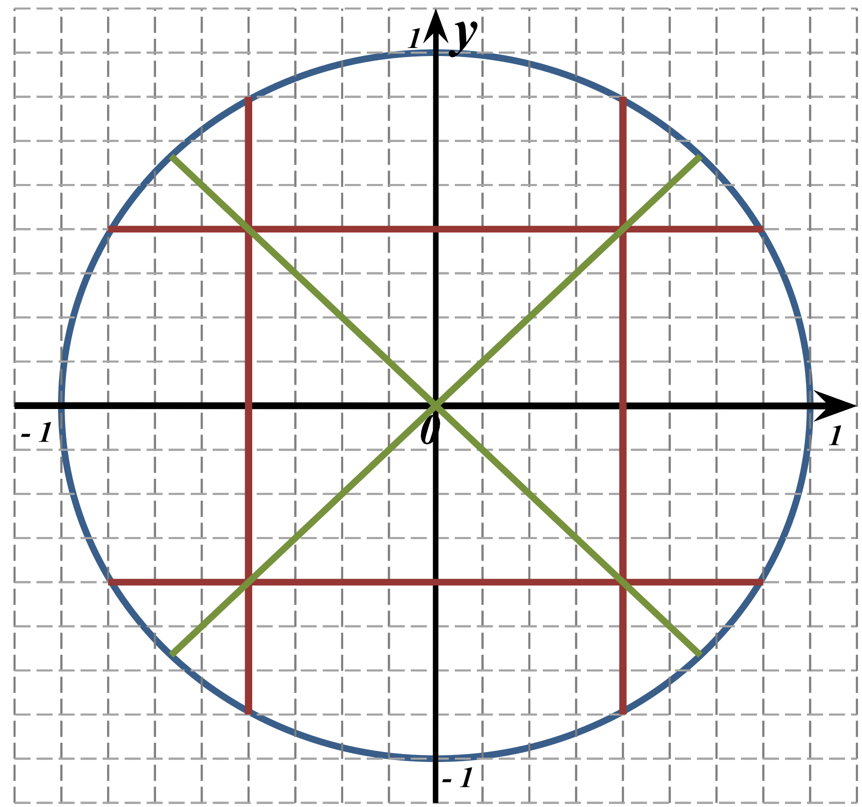
$$\sin\ 900^0 = 0$$

$$\cos\,(-765)^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin\ 405^0 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos(-420)^0 = \frac{1}{2}$$

$$\sin\ 210^0 = -\frac{1}{2}$$



№ 1.1.17

$$\sin(-1470^0) = -\frac{1}{2}$$

$$\cos 1740^0 = \frac{1}{2}$$

$$\sin(-2100)^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3360^0 = -\frac{1}{2}$$

$$\sin(-1320)^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 3000^0 = -\frac{1}{2}$$