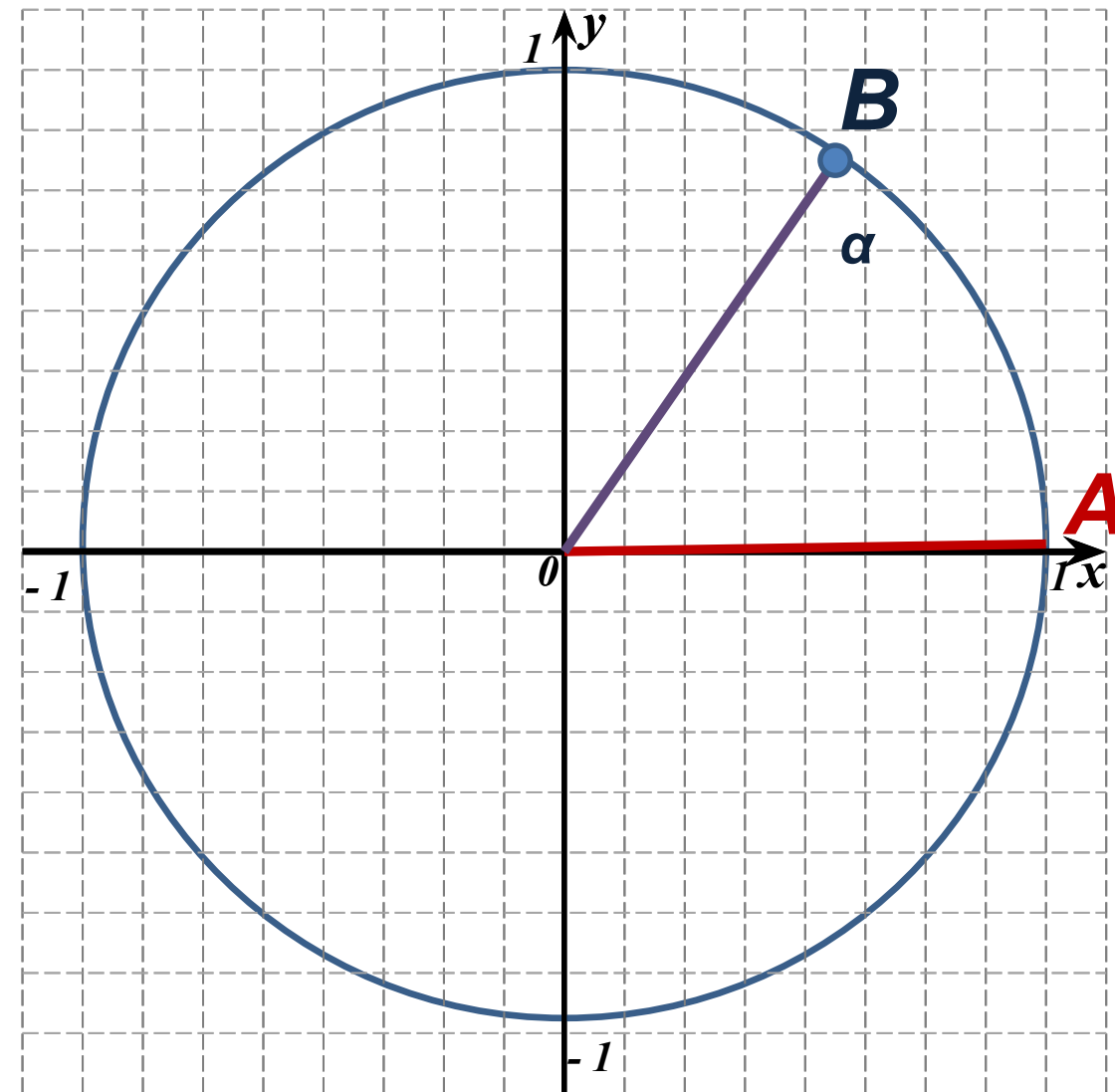


# Тригонометрическая окружность

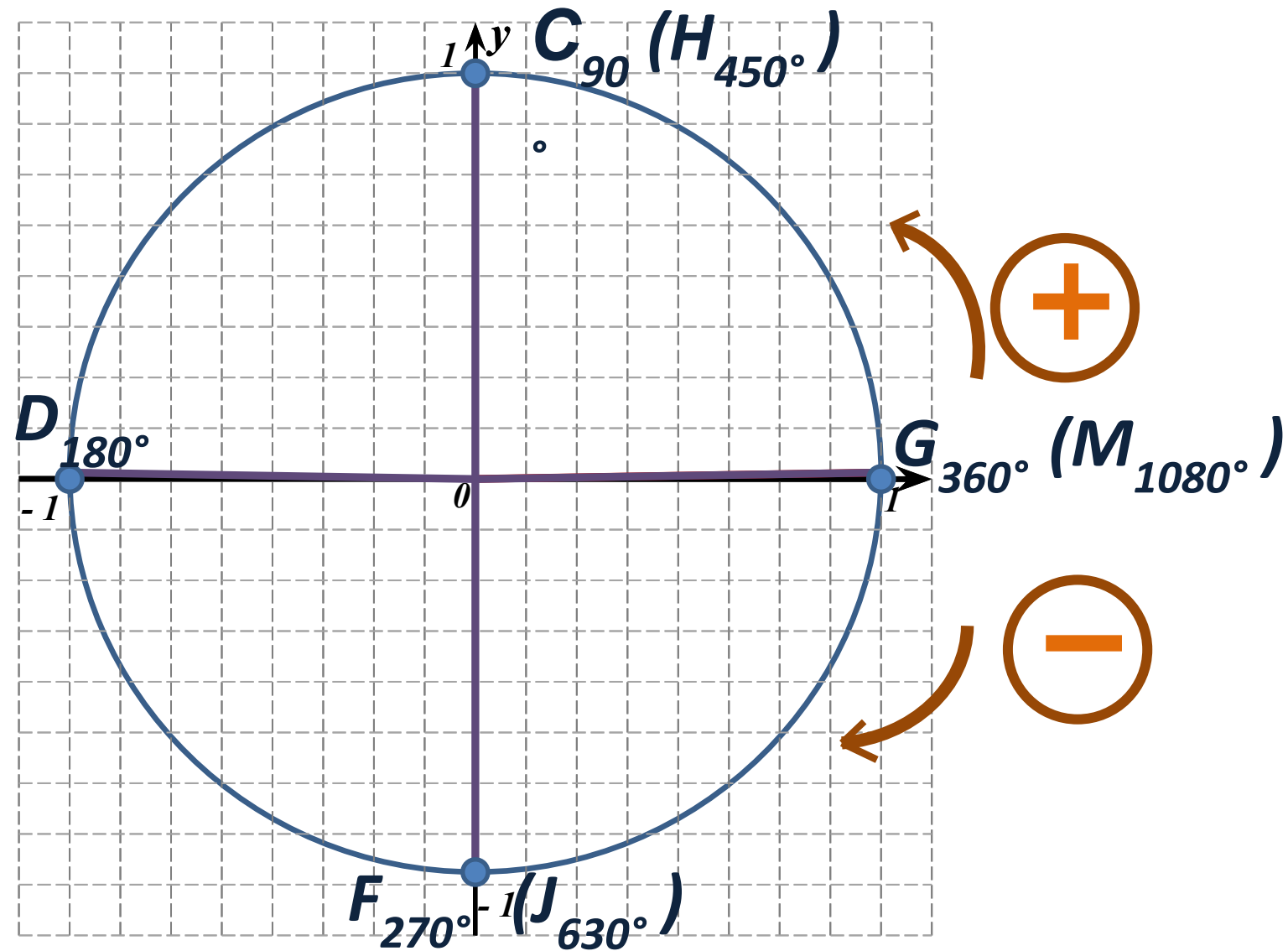


Изобразим в системе координат окружность единичного радиуса.

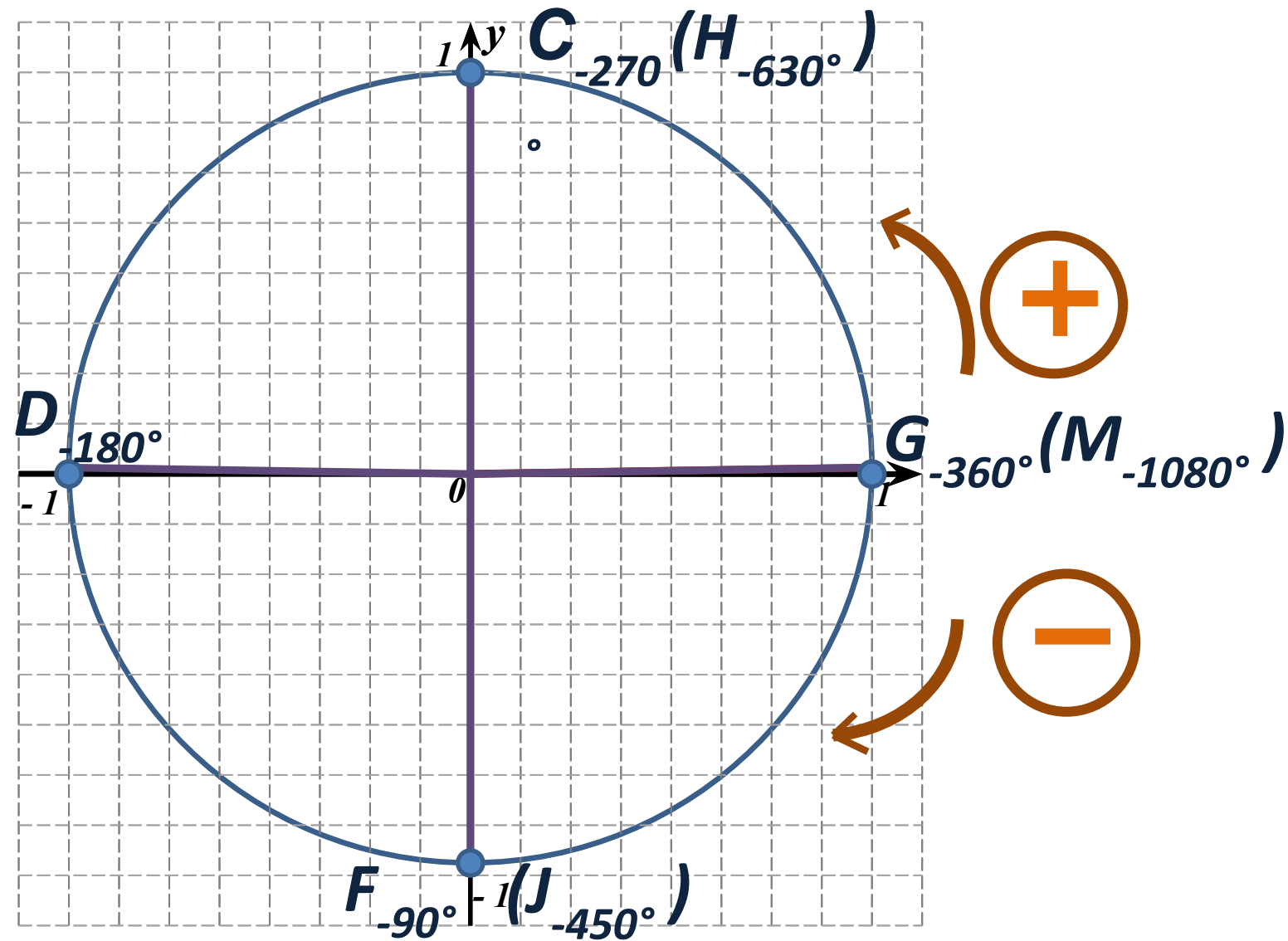
Построим радиус  $OA$ , лежащий на положительной полуоси  $Ox$ .

От начального радиуса против часовой стрелки отложим угол  $\alpha$ , на пересечении с окружностью получим точку  $B_\alpha$ .

# Тригонометрическая окружность



# Тригонометрическая окружность

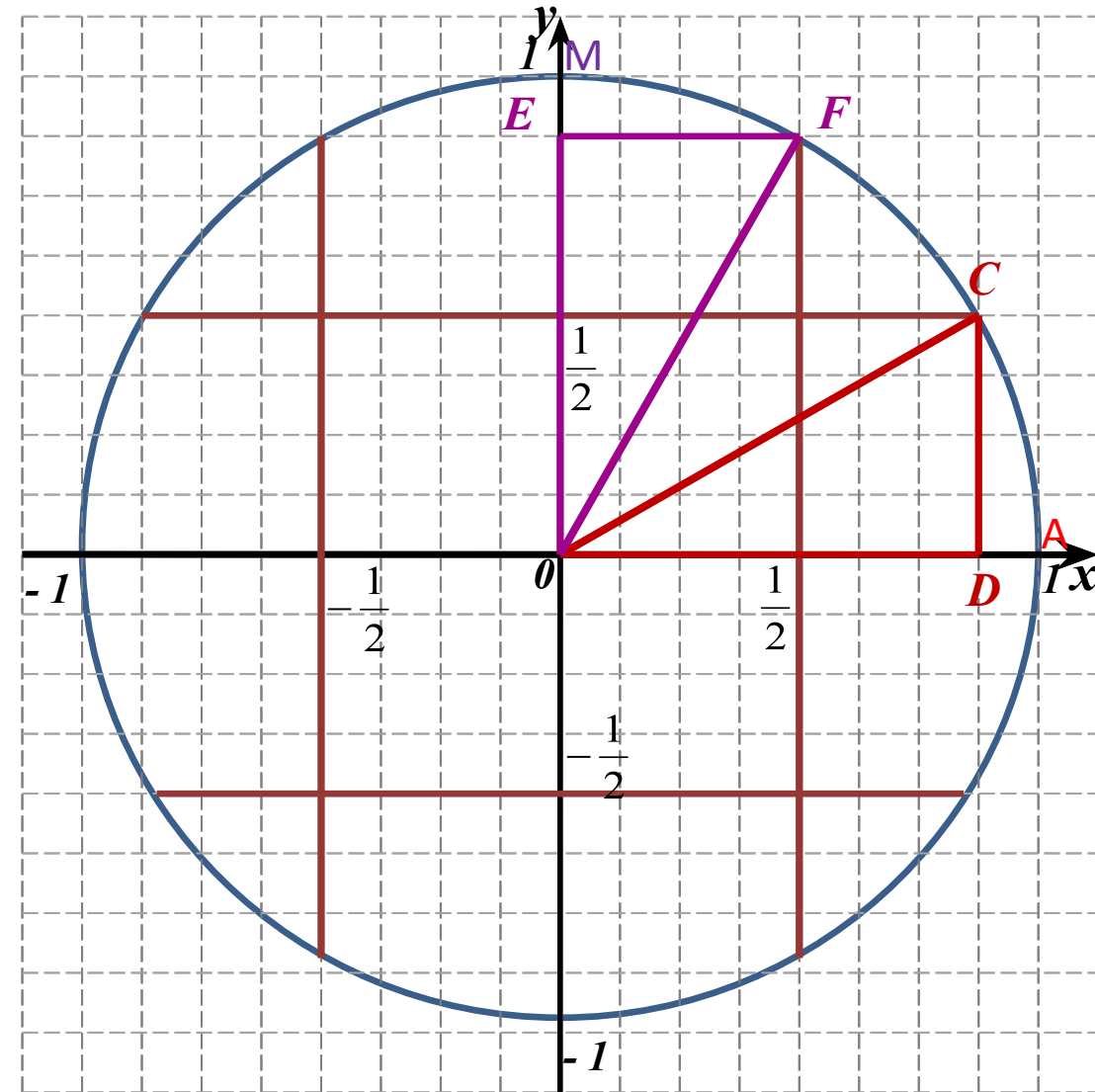








# Изображение на тригонометрической окружности некоторых углов



Возьмем тригонометрическую окружность и проведем через середины единичных отрезков прямые, параллельные соответствующим осям.

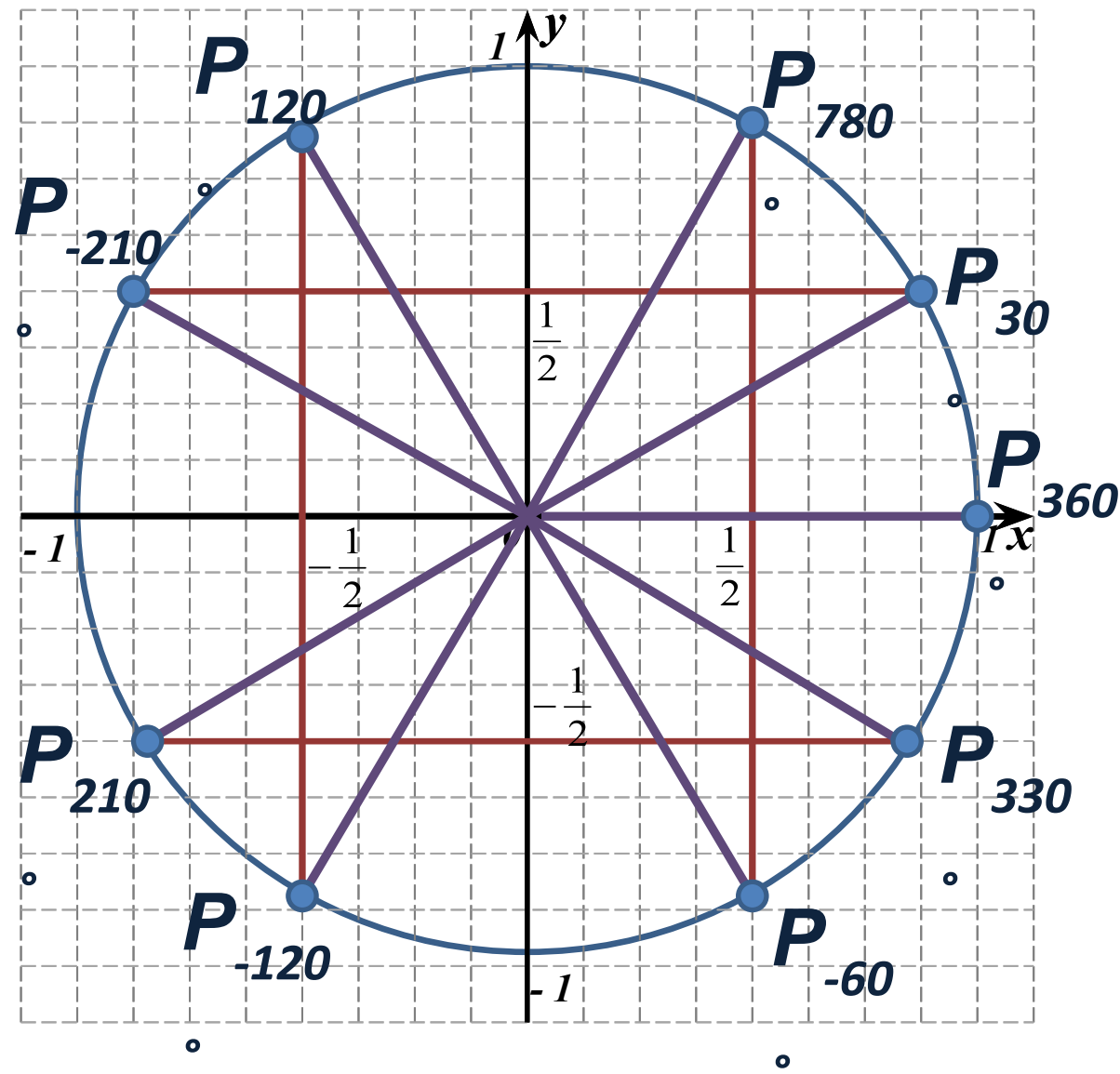
Рассмотрим прямоугольные треугольники  $OCD$  и  $OFE$ .

$\triangle OCD = \triangle OFE$  (по катету и гипотенузе)

Следовательно дуги  $AC$ ,  $CF$  и  $FM$  равны между собой и равны  $30^\circ$ .

Вся окружность оказалась поделена на двенадцать равных между собой дуг, с градусной мерой  $30^\circ$ .

*Изображение на тригонометрической окружности углов, градусная мера которых кратна  $30^\circ$ .*



*№ 1.1.6*

- а)  $30^\circ$*
- б)  $120^\circ$*
- в)  $210^\circ$*
- г)  $330^\circ$*
- д)  $780^\circ$*
- е)  $-60^\circ$*
- ж)  $-120^\circ$*
- з)  $-210^\circ$*
- и)  $-360^\circ$*





*Изображение на тригонометрической окружности углов, градусная мера которых кратна  $45^\circ$ .*

*№ 1.1.7*

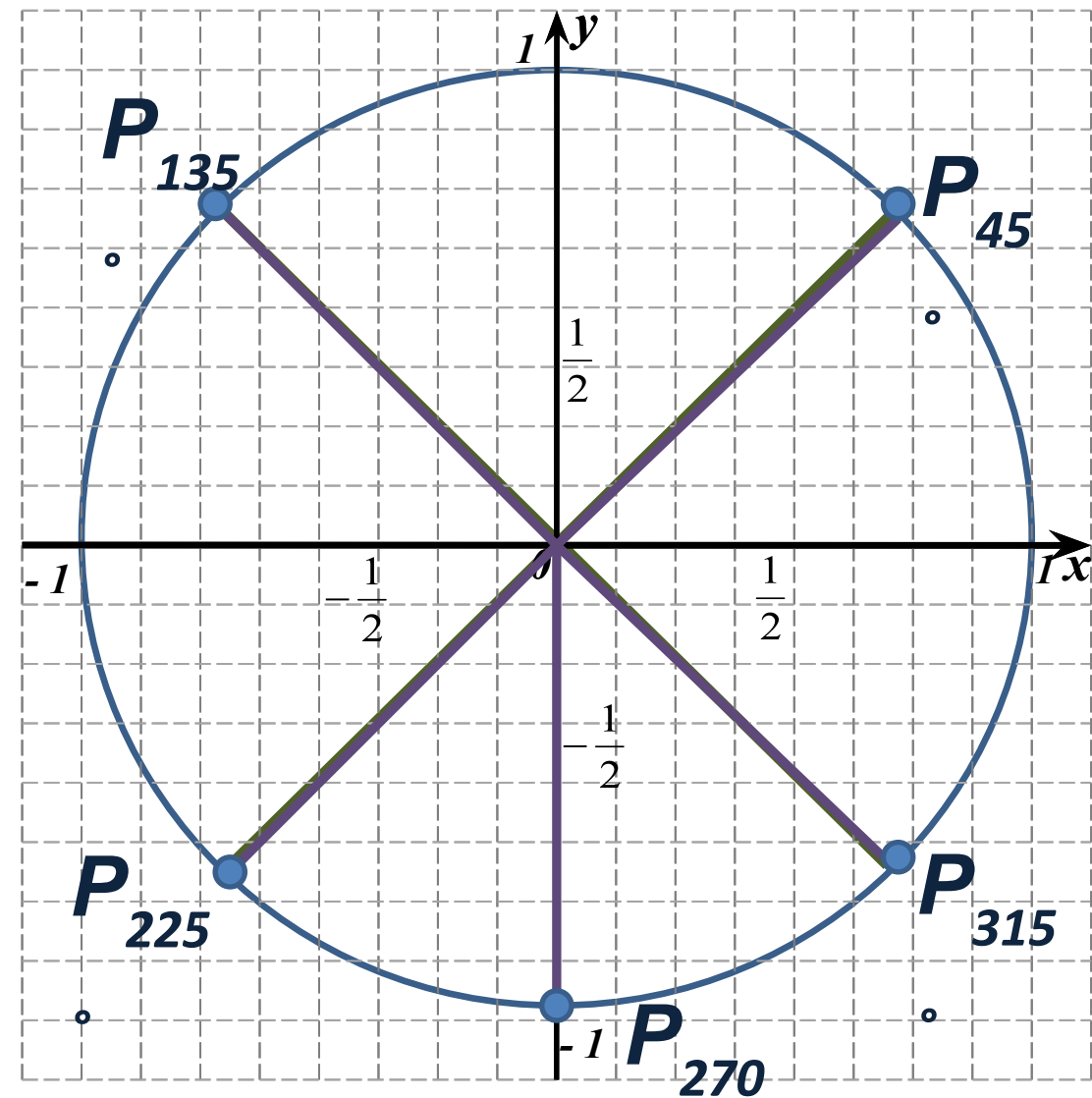
*а)  $45^\circ$*

*б)  $135^\circ$*

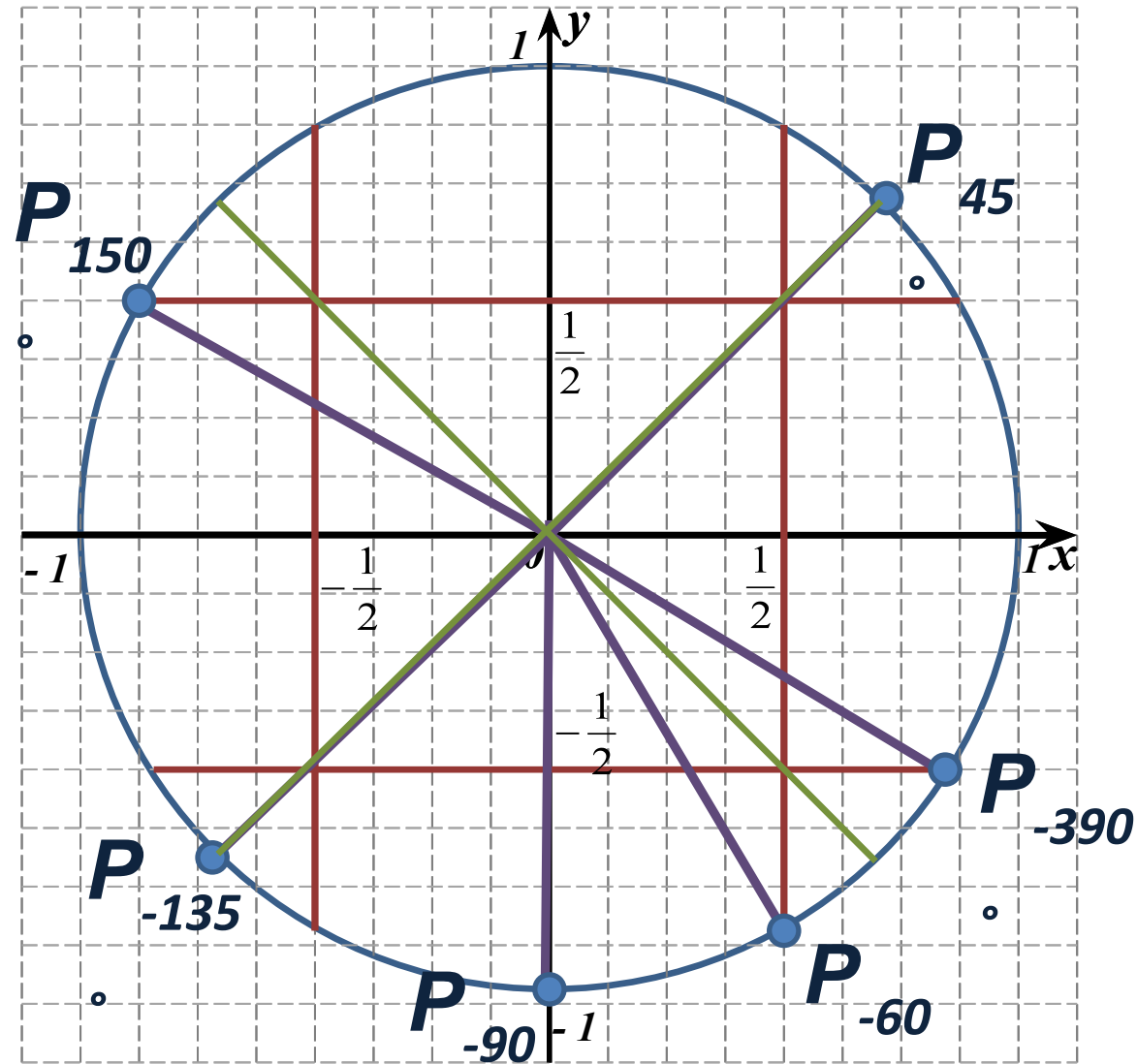
*в)  $225^\circ$*

*г)  $315^\circ$*

*д)  $270^\circ$*



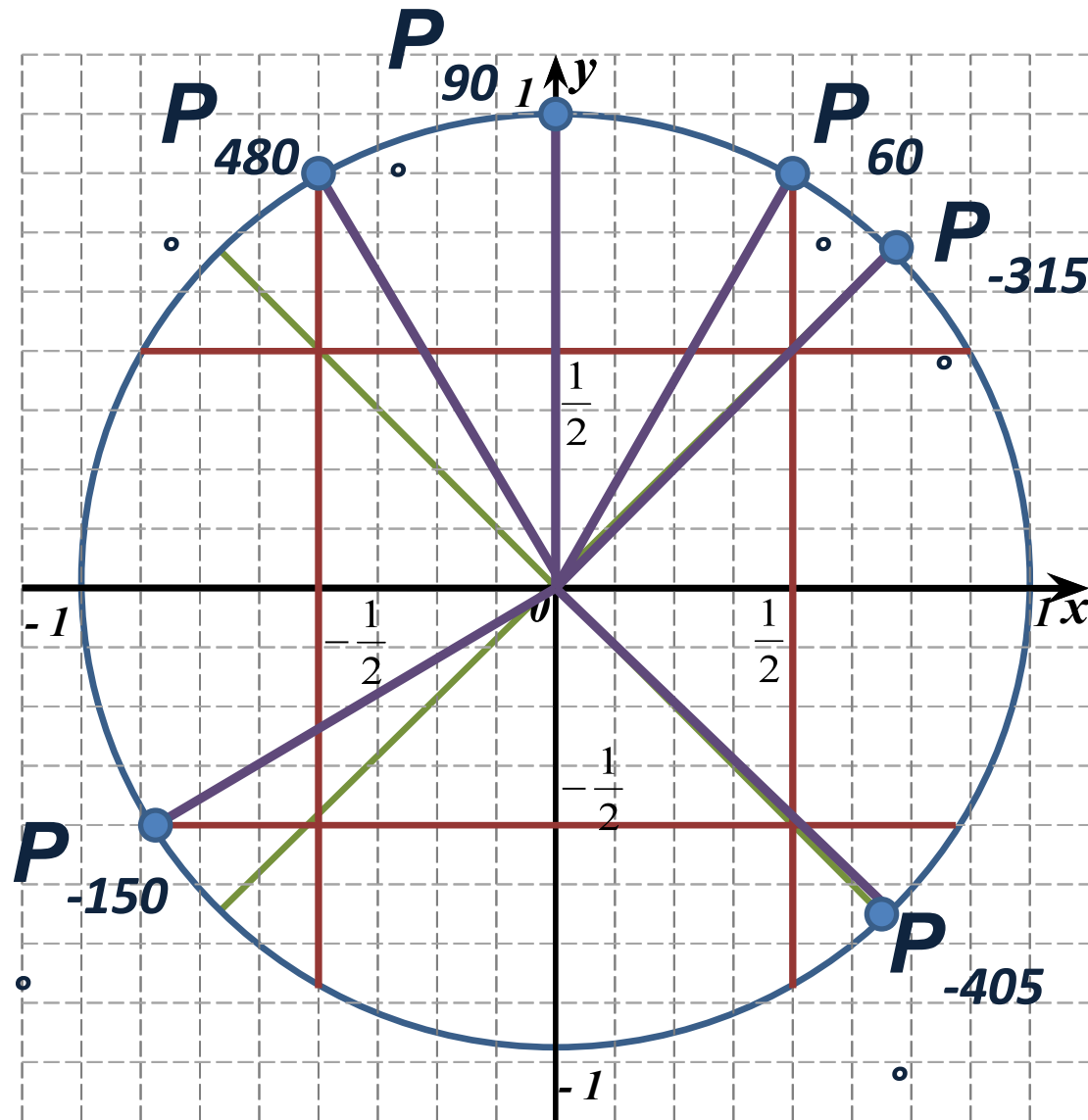
# № 1.1.8



- a)  $150^{\circ}$
- б)  $45^{\circ}$
- в)  $-60^{\circ}$
- г)  $-90^{\circ}$
- д)  $-135^{\circ}$
- е)  $-390^{\circ}$



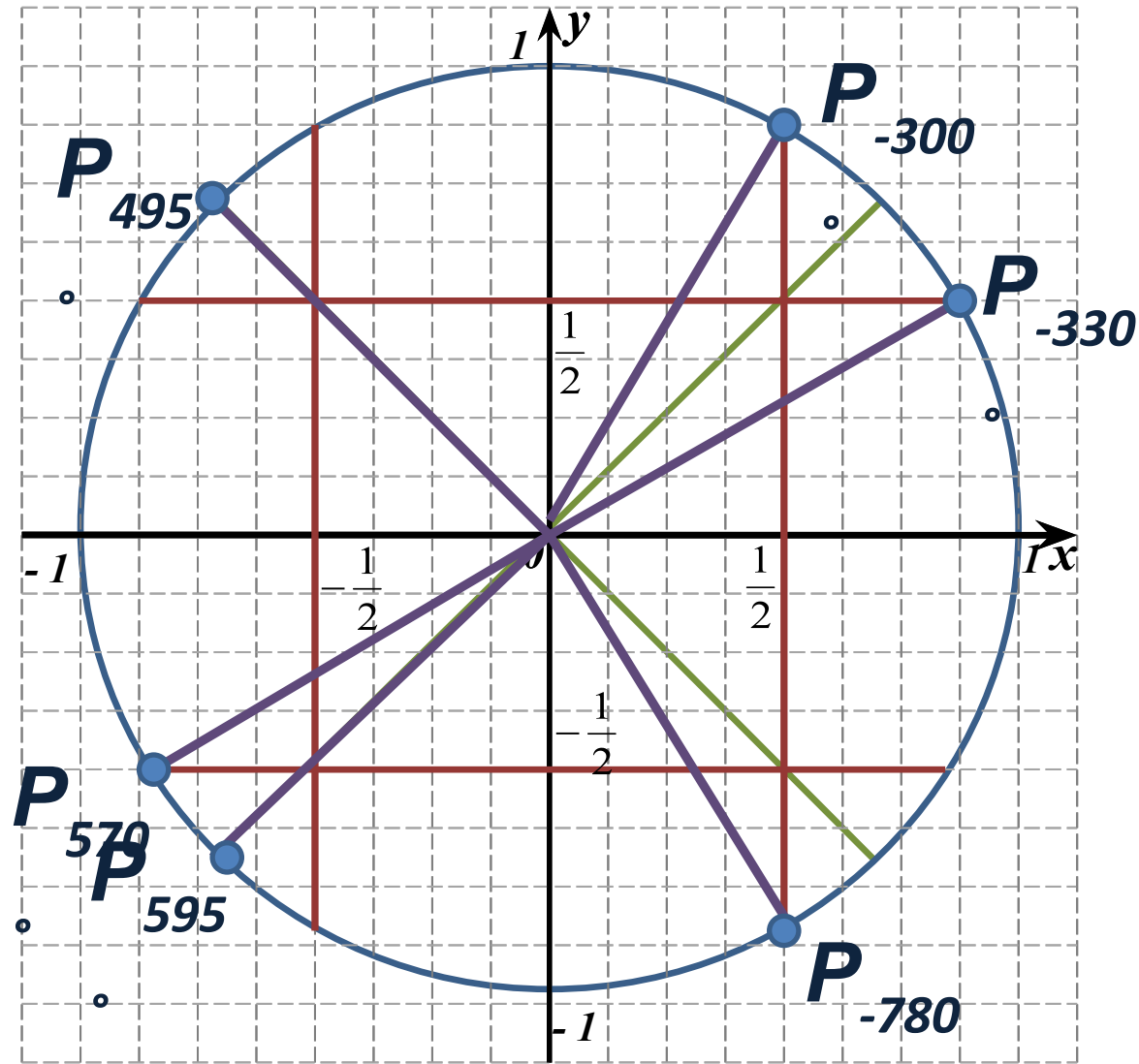
# № 1.1.9



- a)  $90^{\circ}$
- б)  $60^{\circ}$
- в)  $-315^{\circ}$
- г)  $480^{\circ}$
- д)  $-150^{\circ}$
- е)  $-405^{\circ}$



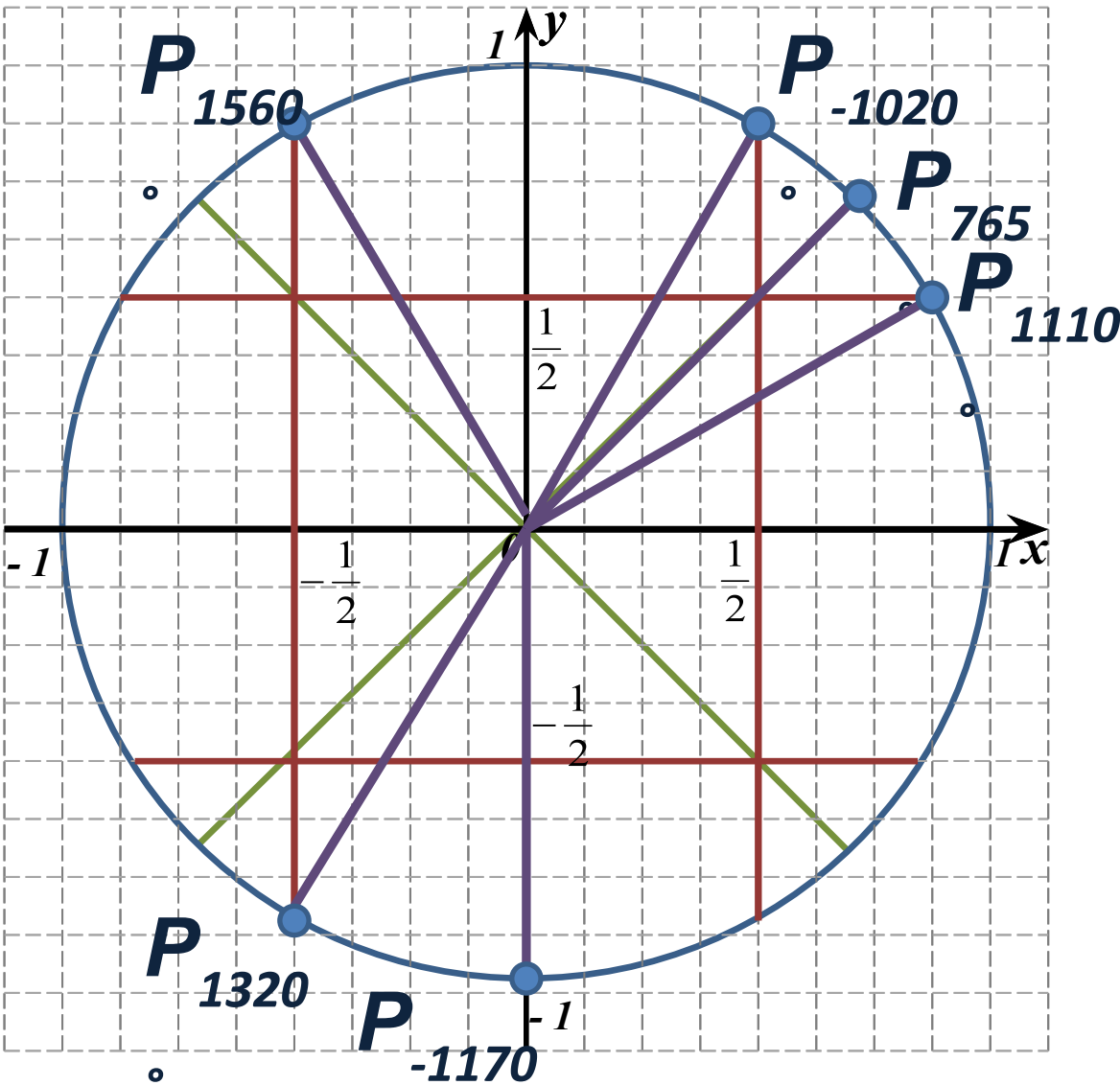
# № 1.1.10



- a)  $495^{\circ}$
- б)  $-330^{\circ}$
- в)  $570^{\circ}$
- г)  $-300^{\circ}$
- д)  $595^{\circ}$
- е)  $-780^{\circ}$



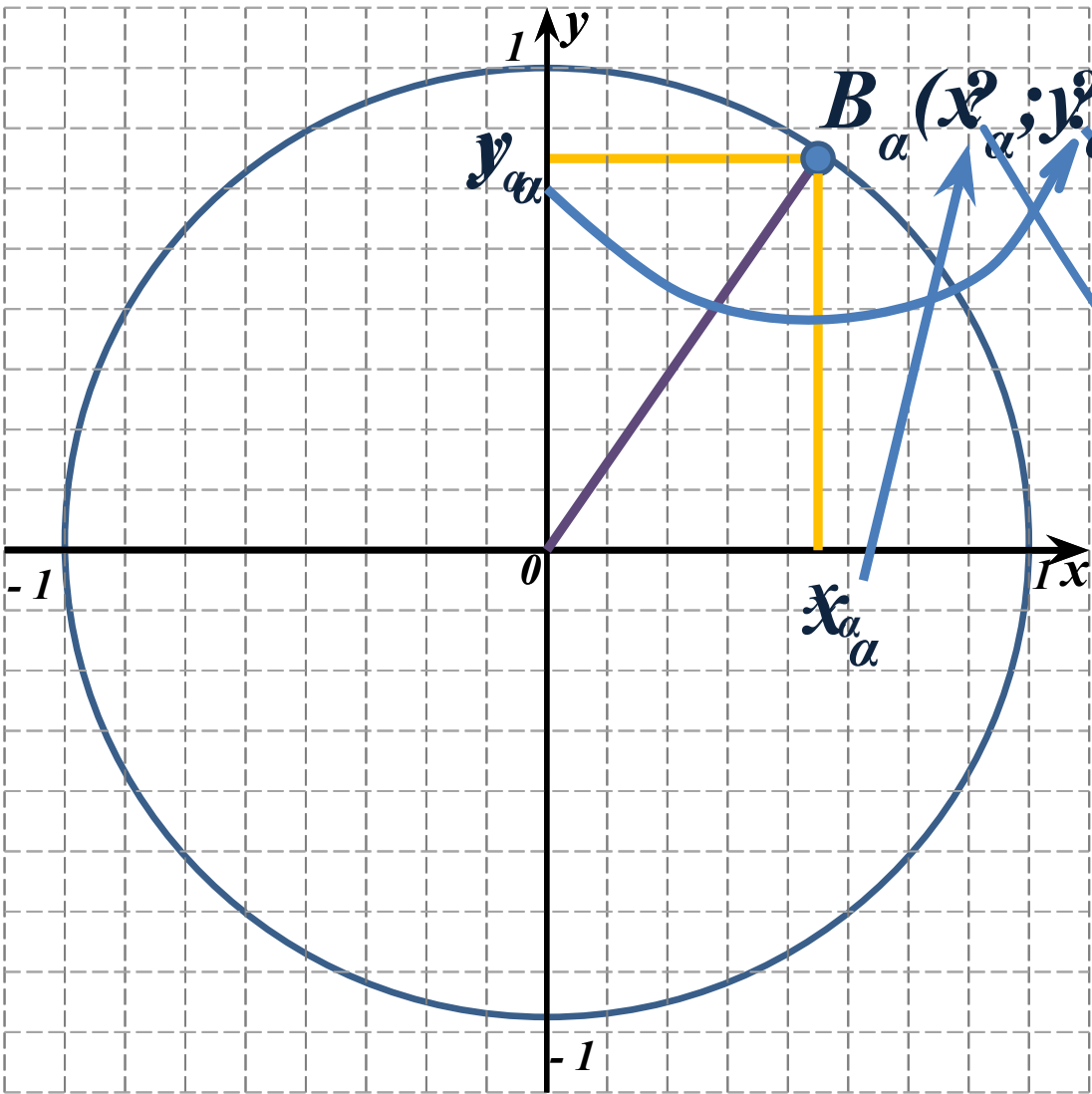
# № 1.1.11



- a)  $1110^{\circ}$
- б)  $-1020^{\circ}$
- в)  $765^{\circ}$
- г)  $1560^{\circ}$
- д)  $1320^{\circ}$
- е)  $-1170^{\circ}$



# Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса произвольного угла



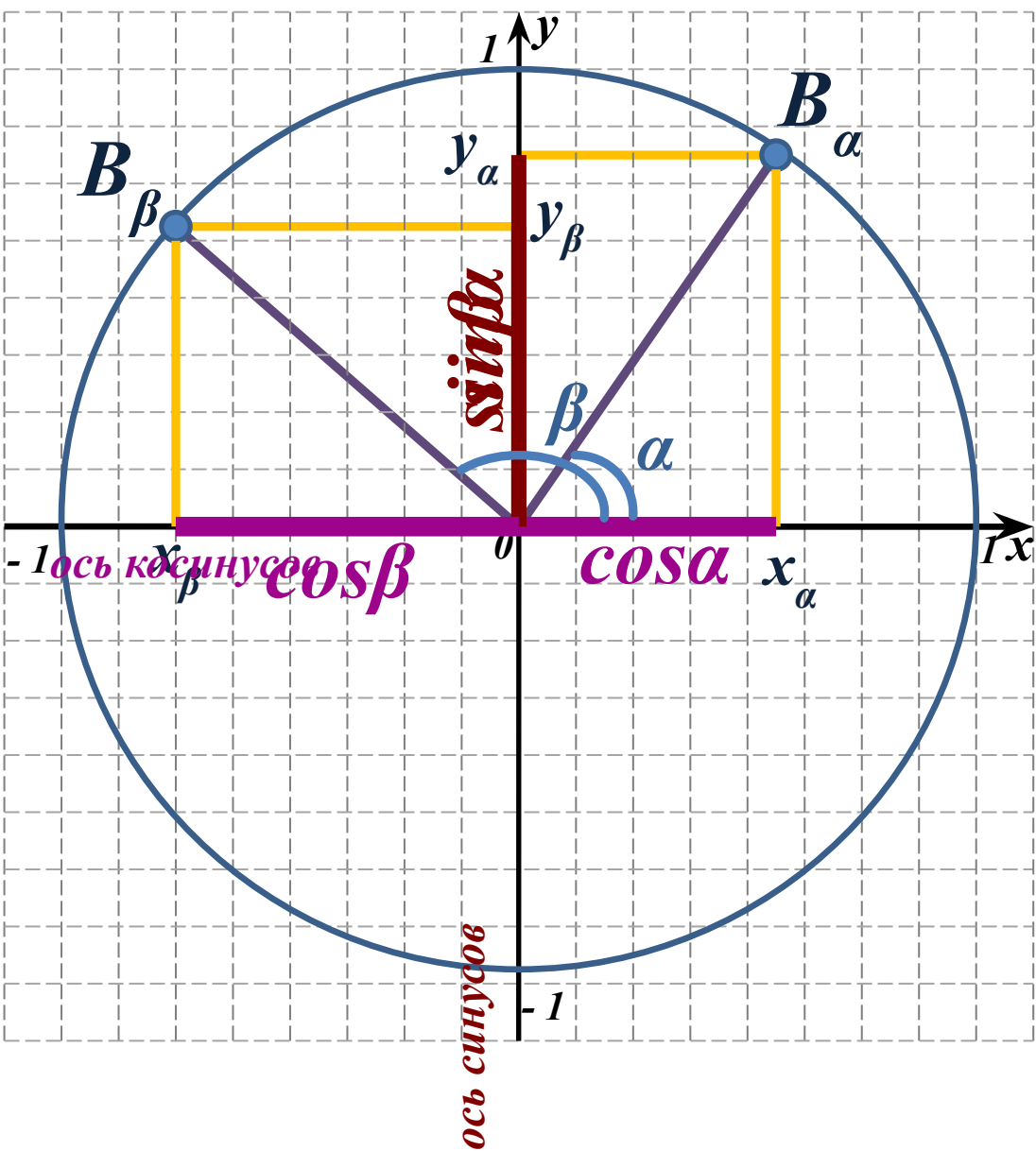
$\sin \alpha =$

$\cos \alpha =$

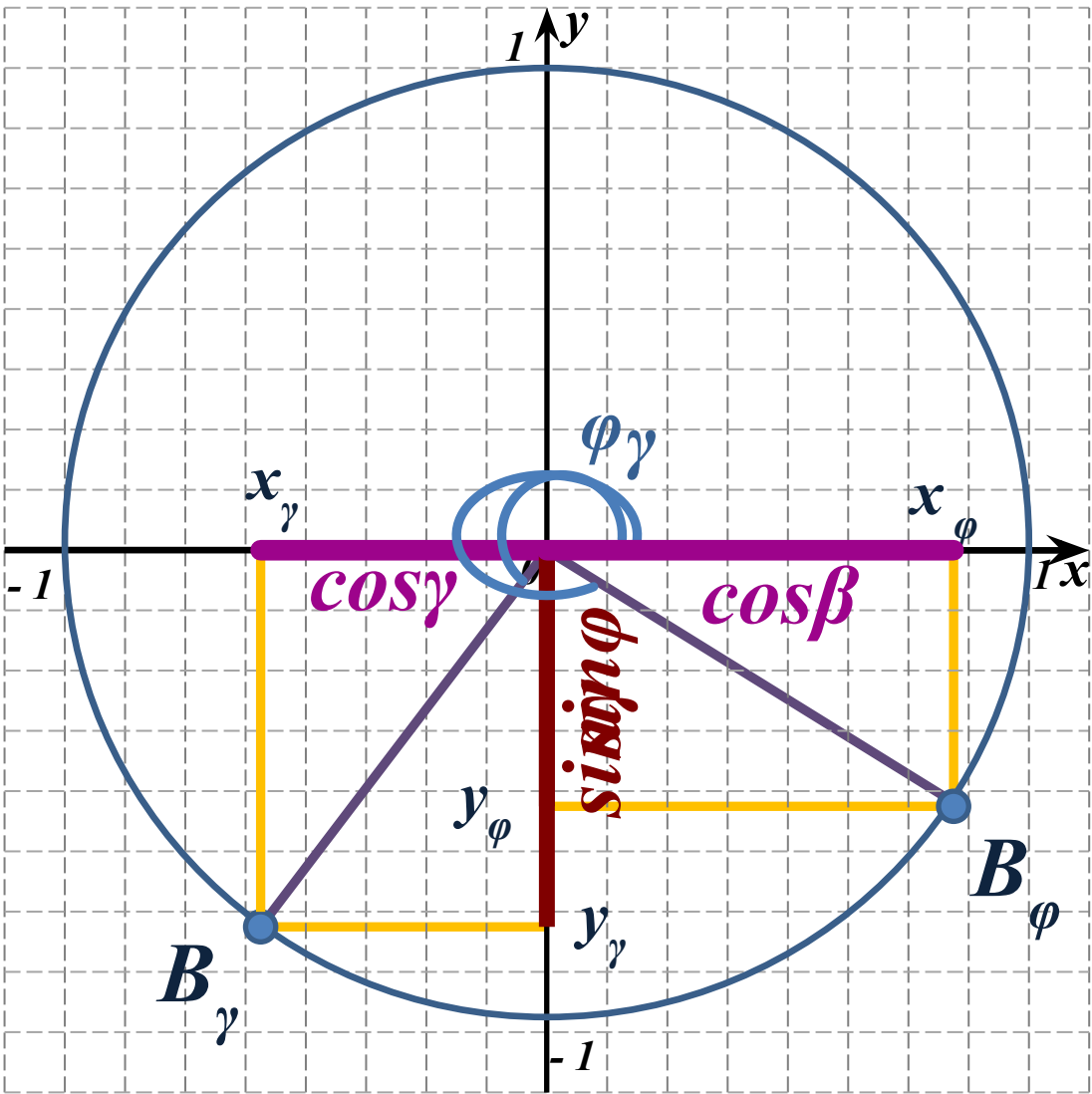
$\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_\alpha}{x_\alpha}$

$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{x_\alpha}{y_\alpha}$

*Определения синуса,  
косинуса, тангенса и  
котангенса  
произвольного угла*

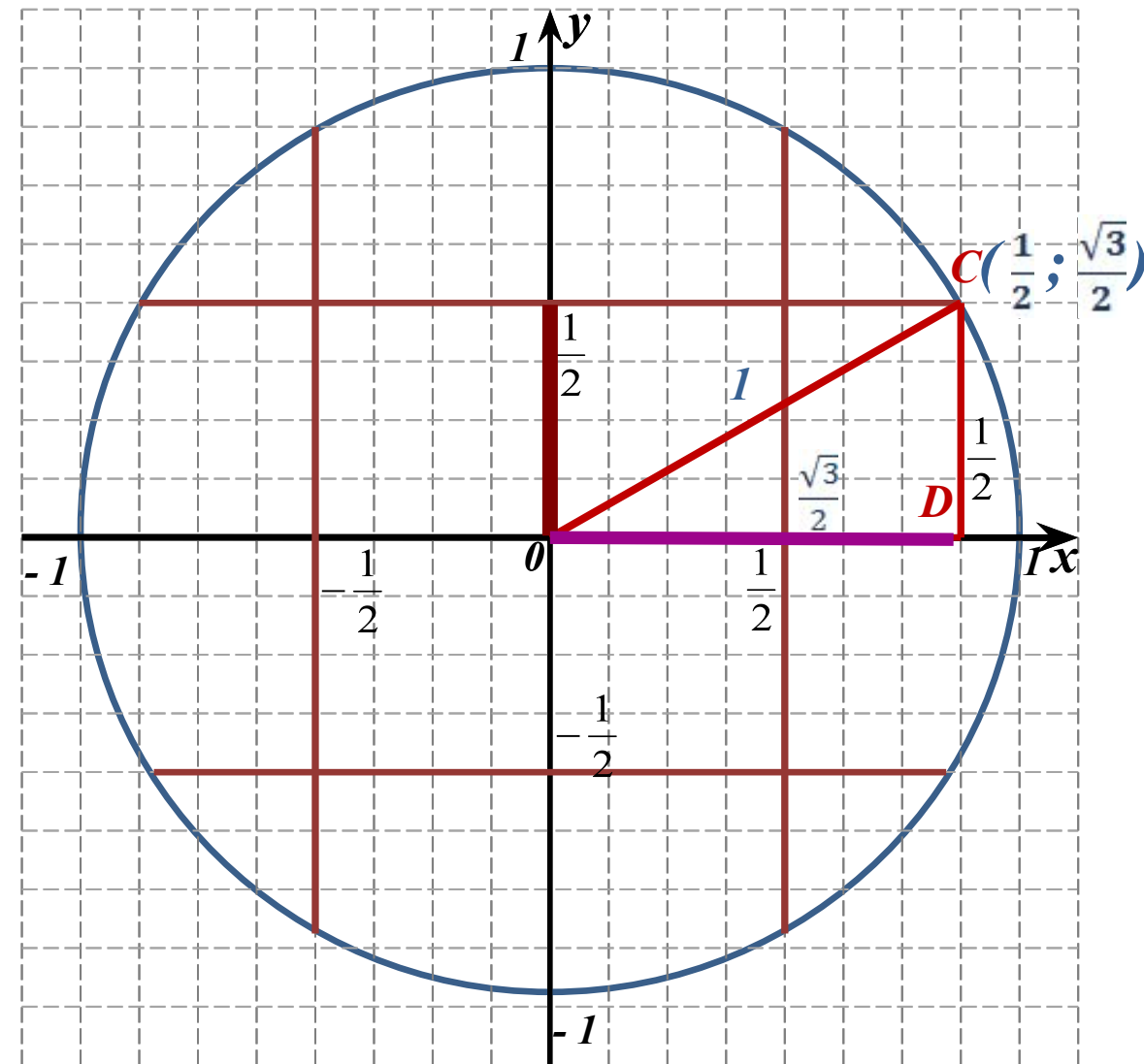


*Определения синуса,  
косинуса, тангенса и  
котангенса  
произвольного угла*





# Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим  
прямоугольный  $\triangle OCD$ :

$$CD = \frac{1}{2}; \quad OC = 1$$

Тогда по теореме  
Пифагора:

$$OD = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

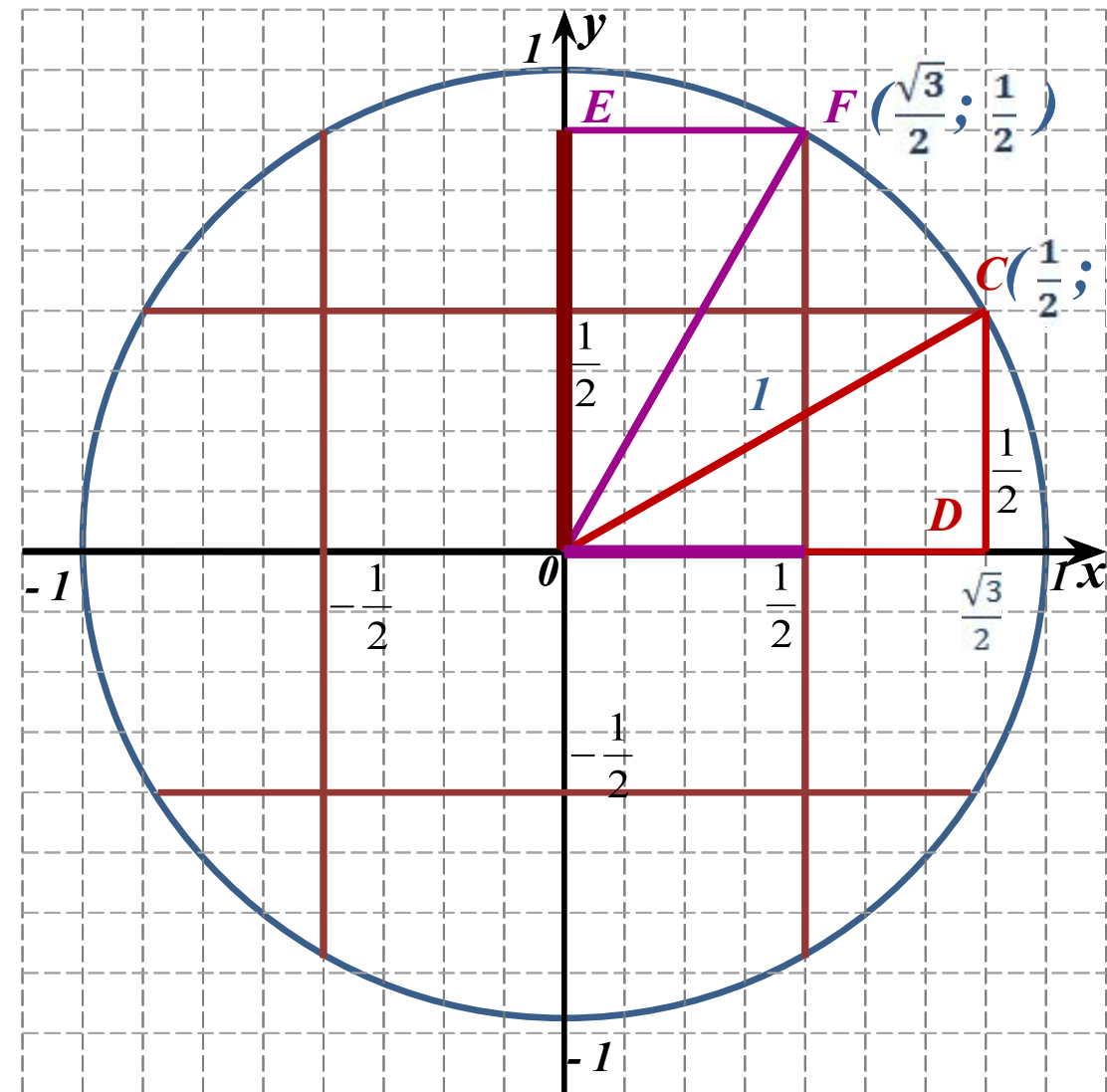
$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$$

# Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим  $\triangle OEF$  :

$\triangle OEF = \triangle OCD$   
(по гипотенузе и катету)

$$\sin 60^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

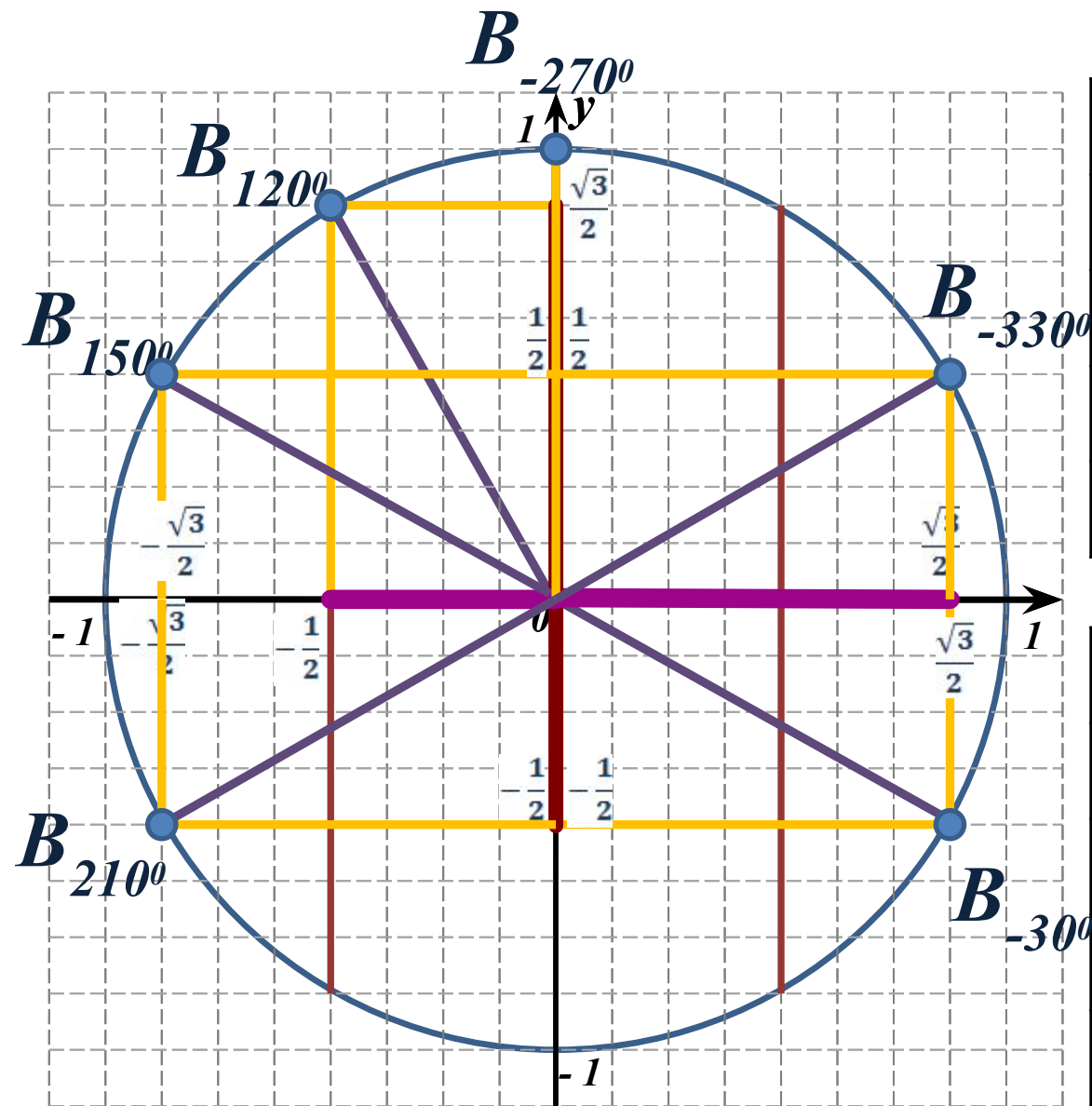
$$\cos 60^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} 60^{\circ} = \sqrt{3}$$

$$\operatorname{ctg} 30^{\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Таким образом легко находятся значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов кратных  $30^{\circ}$ .

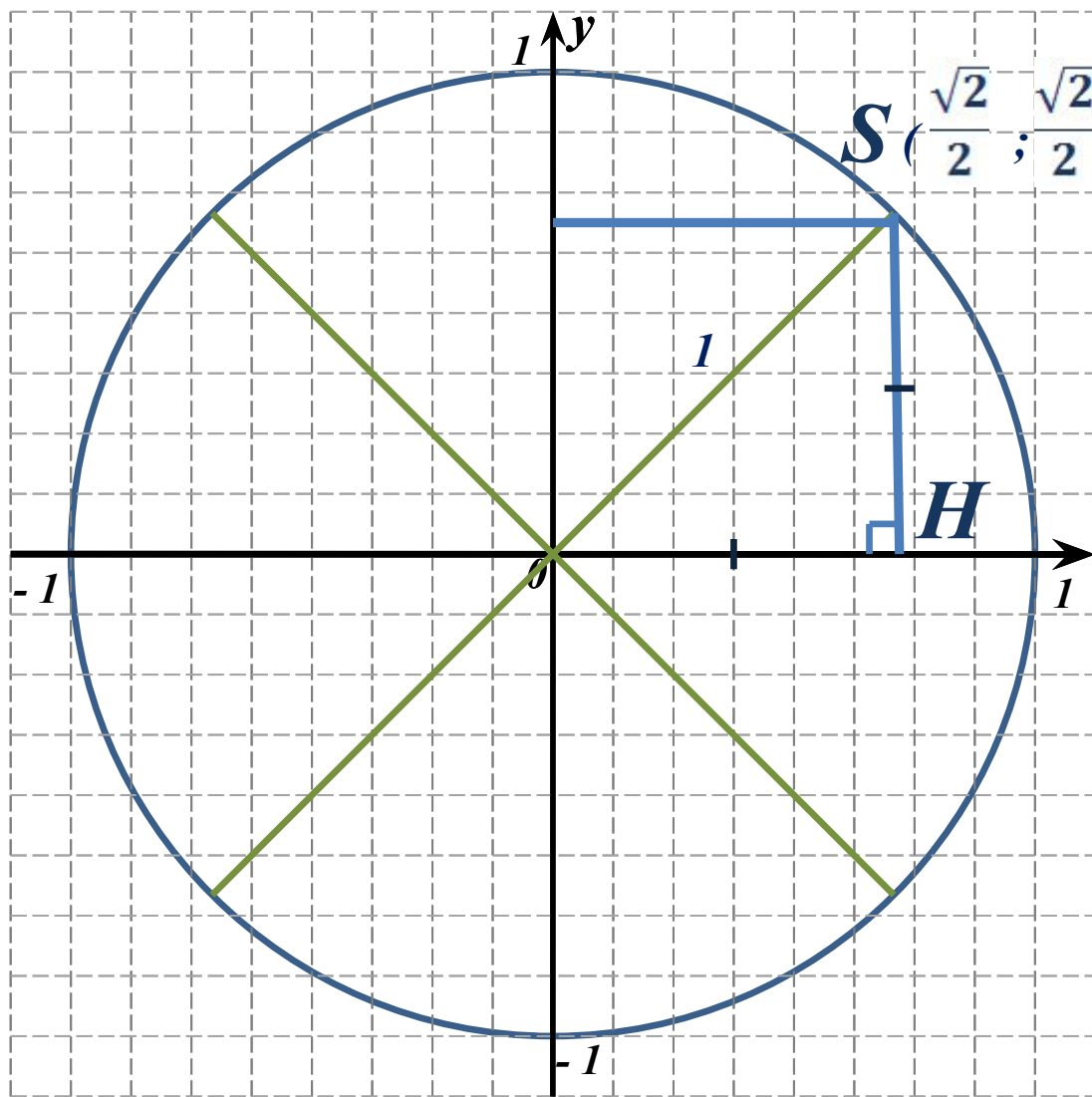
# № 1.1.12



	$-30^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$
$\sin \alpha$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\sqrt{3}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\sqrt{3}$

	$-270^\circ$	$210^\circ$	$-330^\circ$
$\sin \alpha$	$1$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \alpha$	$0$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	не существ.	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$0$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$

# Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса некоторых углов



Рассмотрим треугольник  $OSH$ ,  
прямоугольный и равнобедренный:

$$OS = 1$$

По теореме Пифагора:

$$SH^2 + OH^2 = SO^2.$$

$$\text{Тогда } \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Следовательно, известны

координаты точки  $S$ .

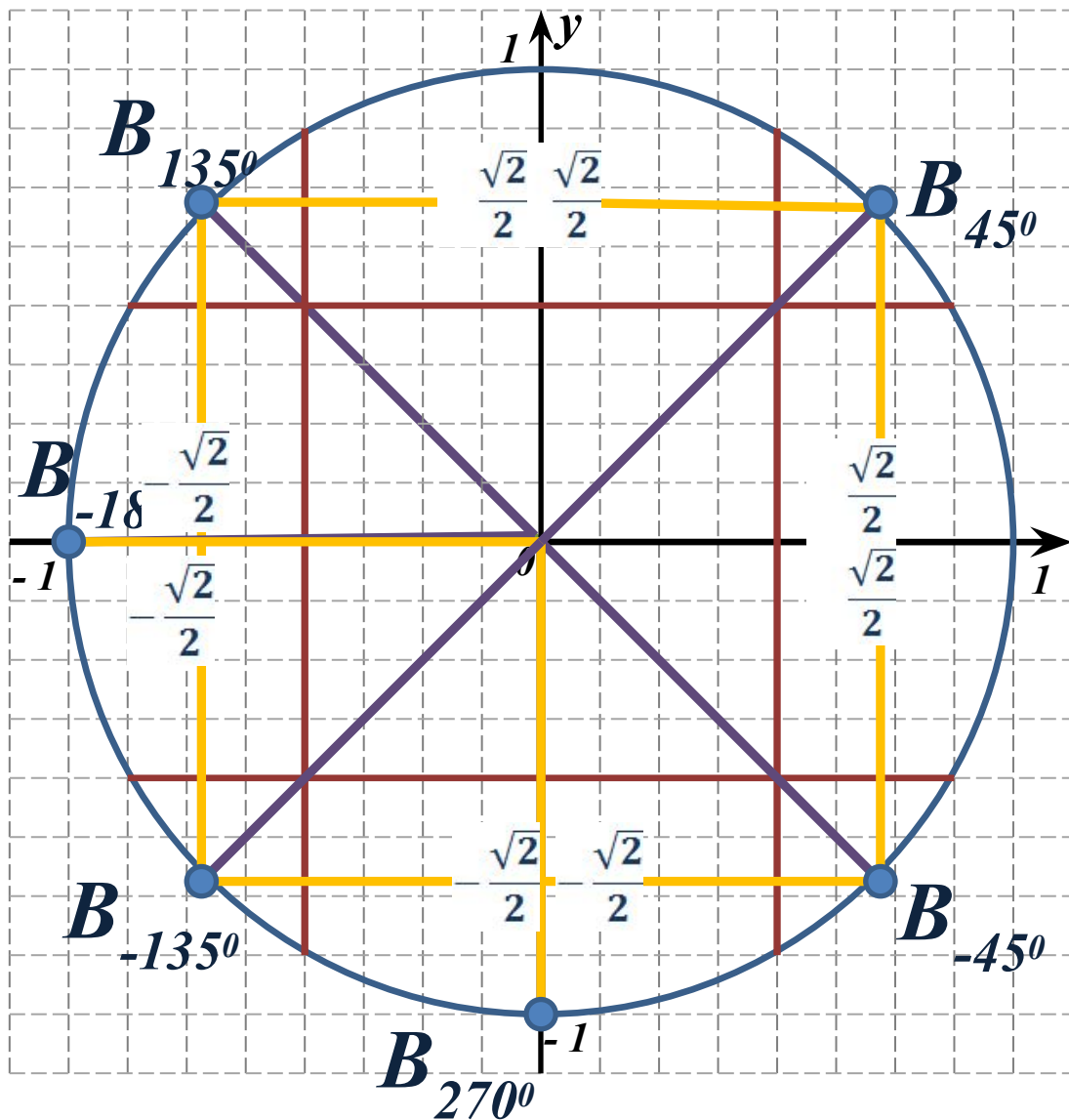
$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

$$\operatorname{ctg} 45^\circ = 1$$

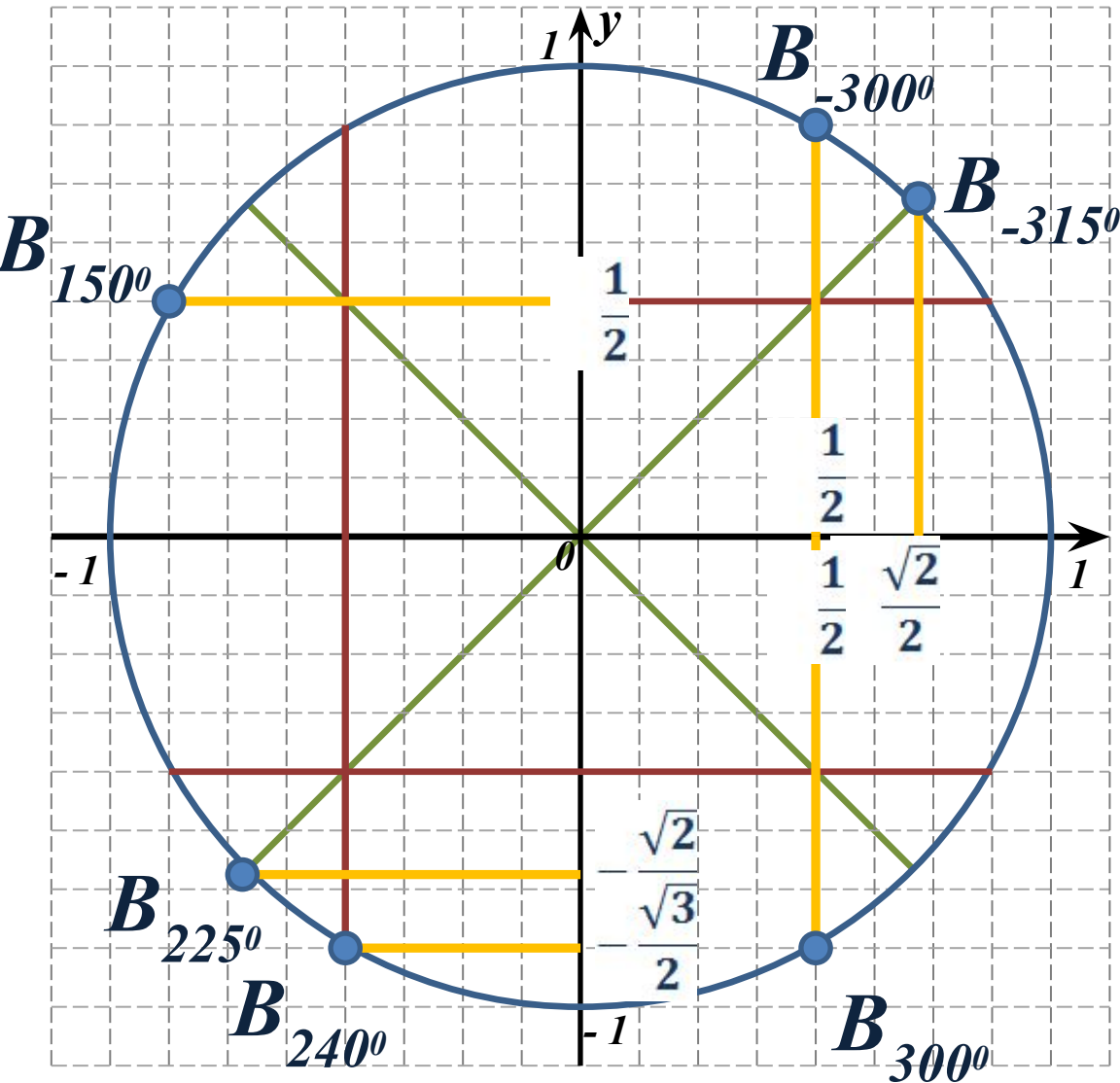
# № 1.1.13



	$-45^\circ$	$135^\circ$	$-180^\circ$
$\sin \alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$0$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-1$
$\operatorname{tg} \alpha$	$-1$	$-1$	$0$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$-1$	$-1$	не существ.

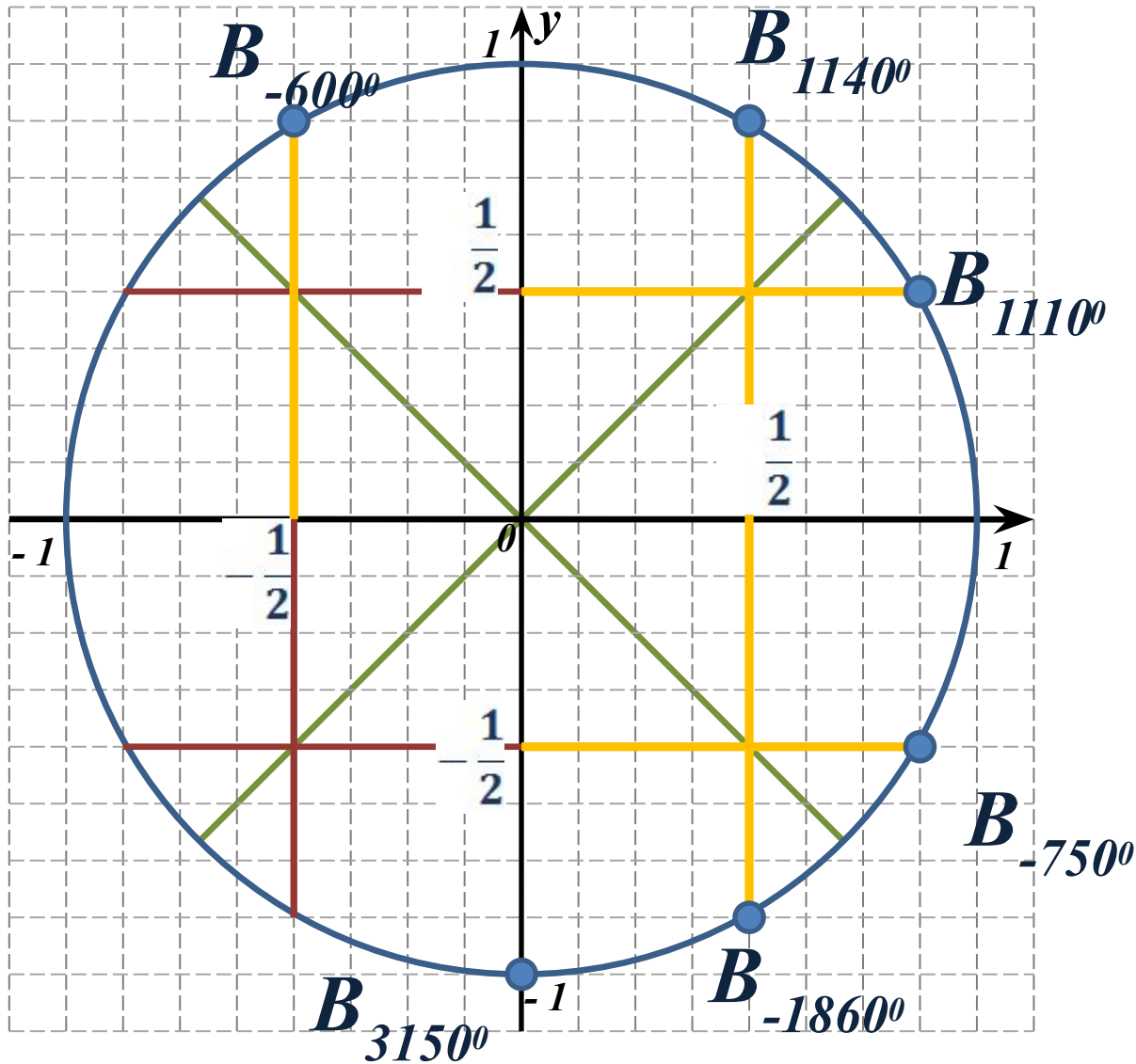
	$-135^\circ$	$270^\circ$	$45^\circ$
$\sin \alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-1$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\cos \alpha$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$0$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$1$	не существ.	$1$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$1$	$0$	$1$

*№ 1.1.14*



$$\begin{aligned} \sin 150^{\circ} &= \frac{1}{2} \\ \cos (-315)^{\circ} &= \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \sin 225^{\circ} &= -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos 300^{\circ} &= \frac{1}{2} \\ \sin 240^{\circ} &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \cos (-300)^{\circ} &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

*№ 1.1.15*



$$\sin(-750^0) = -\frac{1}{2}$$

$$\sin 1110^0 = \frac{1}{2}$$

$$\cos 1140^0 = \frac{1}{2}$$

$$\cos(-1860)^0 = \frac{1}{2}$$

$$\sin 3150^0 = -1$$

$$\cos(-600)^0 = -\frac{1}{2}$$





