

Тригонометрические функции

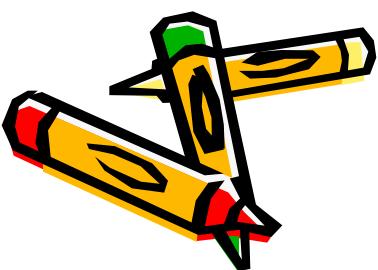
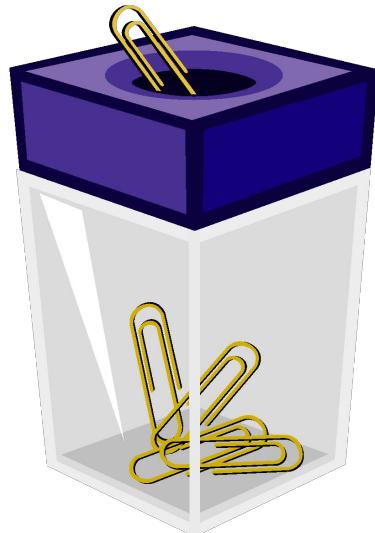
Содержание

1.	Введение.....	3-5 слайд	
2.	Начало изучения.....	6-7 слайд	
3.	Этапы изучения.....	8 слайд	
4.	Группы функций.....	9 слайд	
5.	Определение и график синуса.....	10 слайд	
6.	Определение и график косинуса.....	11 слайд	
7.	Определение и график тангенса.....	12 слайд	
8.	Определение и график котангенса.....	13 слайд	
9.	Обратные тригонометрические функции.....	14 слайд	
10.	Основные формулы.....	15-16 слайд	
11.	Значение тригонометрии.....	17 слайд	
12.	Использованная литература.....	18 слайд	
13.	Автор и составитель.....	19 слайд	

- В древности тригонометрия возникла в связи с потребностями астрономии, землемерия и строительного дела, то есть носила чисто геометрический характер и представляла главным образом «исчисление хорд». Со временем в нее начали вкрапляться некоторые аналитические моменты. В первой половине 18-го века произошел резкий перелом, после чего тригонометрия приняла новое направление и сместилась в сторону математического анализа. Именно в это время тригонометрические зависимости стали рассматриваться как функции. Это имеет не только математико-исторический, но и методико-педагогический интерес.



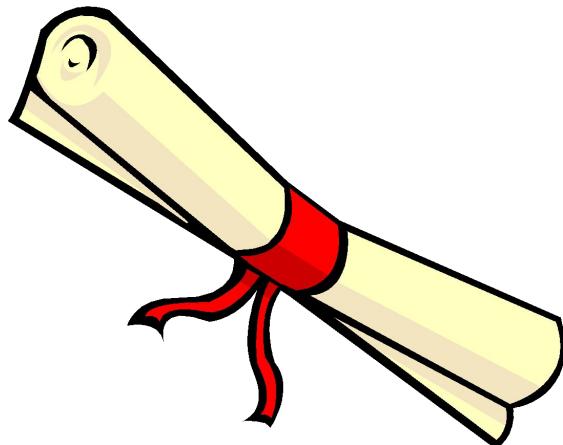
В настоящее время изучению тригонометрических функций именно как функций числового аргумента уделяется большое внимание в школьном курсе алгебры и начал анализа. Существует несколько различных подходов к преподаванию данной темы в школьном курсе, и учитель, особенно начинающий, легко может запутаться в том, какой подход является наиболее подходящим. А ведь тригонометрические функции представляют собой наиболее удобное и наглядное средство для изучения всех свойств функций (до применения производной), а в особенности такого свойства многих природных процессов как периодичность. Поэтому их изучению следует уделить пристальное внимание.



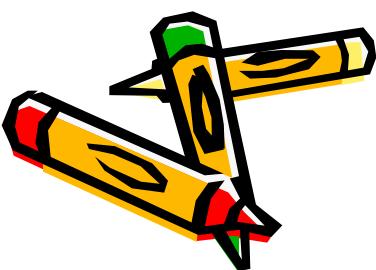
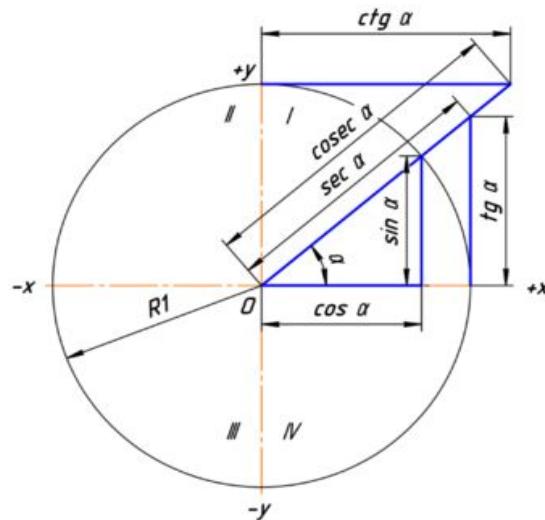
Кроме того, большие трудности при изучении темы «Тригонометрические функции» в школьном курсе возникают из-за несоответствия между достаточно большим объемом содержания и относительно небольшим количеством часов, выделенным на изучение данной темы. Таким образом, проблема этой исследовательской работы состоит в необходимости устранения этого несоответствия за счет тщательного отбора содержания и разработки эффективных методов изложения данного материала. Объектом исследования является процесс изучения функциональной линии в курсе старшей школы. Предмет исследования - методика изучения тригонометрических функций в курсе алгебры и начала анализа в 10-11 классе.



Таким образом, **основной целью** создания данной работы является изучение темы:
«Тригонометрические функции»
в курсе алгебры и математического анализа.



Тригонометрические функции — математические функции от угла. Они важны при изучении **геометрии**, а также при исследовании **периодических процессов**. Обычно тригонометрические функции определяют как **отношения** сторон **прямоугольного треугольника** или **длины** определённых **отрезков в единичной окружности**. Более современные определения выражают тригонометрические функции через **суммы рядов** или как решения некоторых **дифференциальных уравнений**, что позволяет расширить область определения этих функций на произвольные **вещественные числа** и даже на **комплексные числа**.



В изучении тригонометрических функций

можно выделить следующие этапы:

- I. Первое знакомство с тригонометрическими функциями углового аргумента в геометрии. Значение аргумента рассматривается в промежутке (0°; 90°). На этом этапе учащиеся узнают, что **sin, cos, tg и ctg** угла зависят от его градусной меры, знакомятся с табличными значениями, основным тригонометрическим тождеством и некоторыми формулами приведения.
- II. Обобщение понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов (0°; 180°). На этом этапе рассматривается взаимосвязь тригонометрических функций и координат точки на плоскости, доказываются теоремы синусов и косинусов, рассматривается вопрос решения треугольников с помощью тригонометрических соотношений.
- III. Введение понятий тригонометрических функций числового аргумента.
- IV. Систематизация и расширение знаний о тригонометрических функциях числа, рассмотрение графиков функций, проведение исследования, в том числе и с помощью производной.



Существует несколько способов определения тригонометрических функций.

Их можно подразделить на две группы:

аналитические и геометрические.

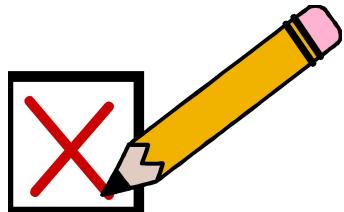
1. К аналитическим способам относят определение функции $y = \sin x$ как решения дифференциального уравнения

$$f'(x) = -c * f(x)$$

или как сумму степенного ряда

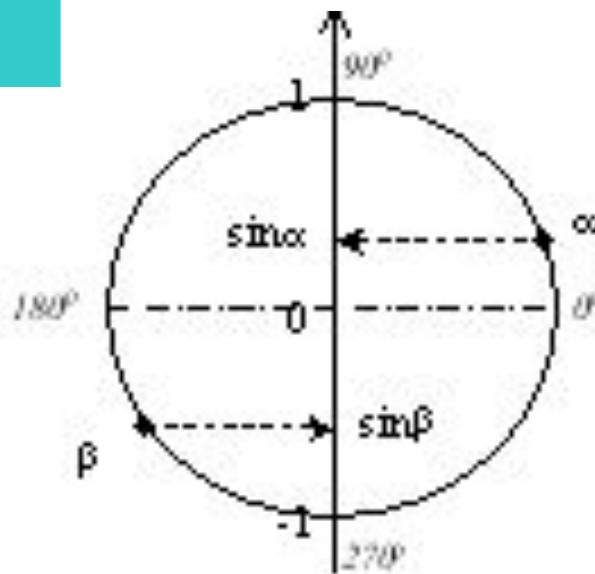
$$\sin x = x - x^3 / 3! + x^5 / 5! - \dots$$

2. К геометрическим способам относят определение тригонометрических функций на основе проекций и координат радиус-вектора, определение через соотношения сторон прямоугольного треугольника и определения с помощью числовой окружности. В школьном курсе предпочтение отдается геометрическим способам в силу их простоты и наглядности.



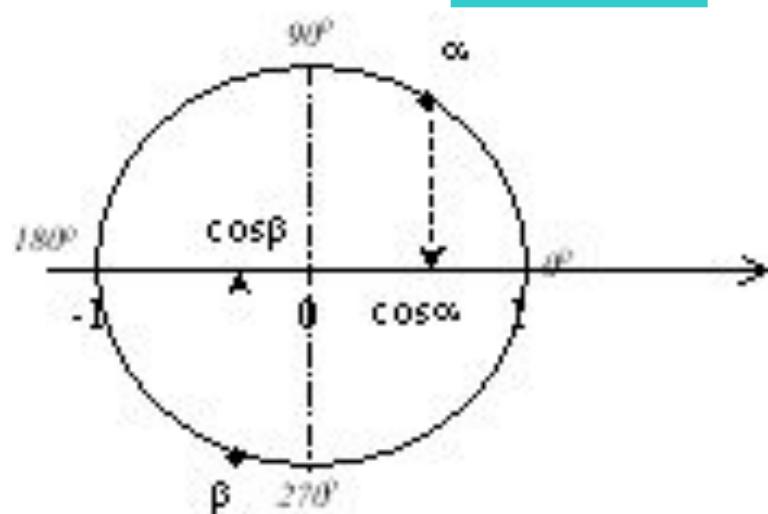
Определение синуса

- Синусом угла x называется ордината точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол x (обозначается $\sin x$).



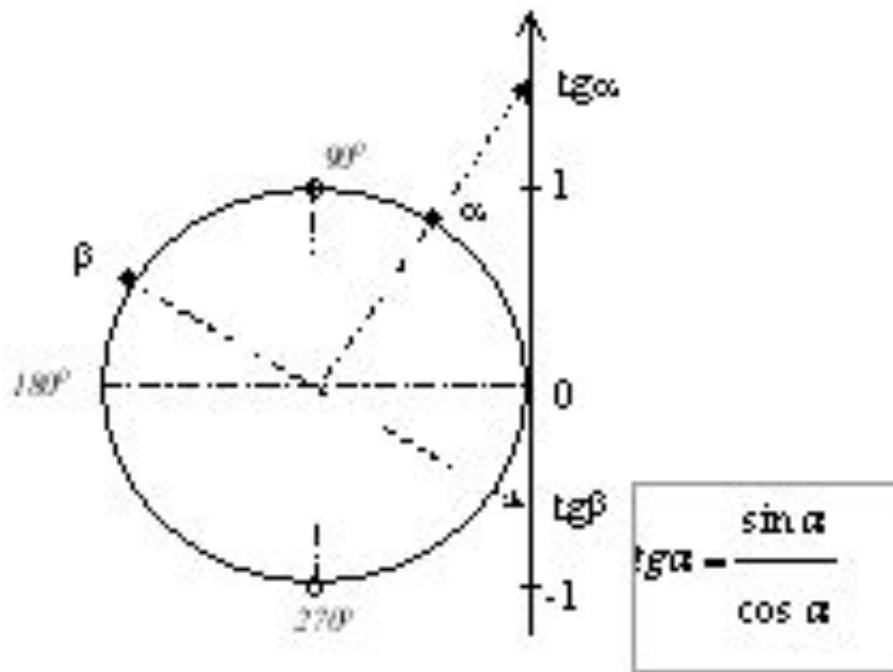
Определение косинуса

- Косинусом угла x называется абсцисса точки, полученной поворотом точки $(1; 0)$ вокруг начала координат на угол x (обозначается $\cos x$). 



Определение тангенса

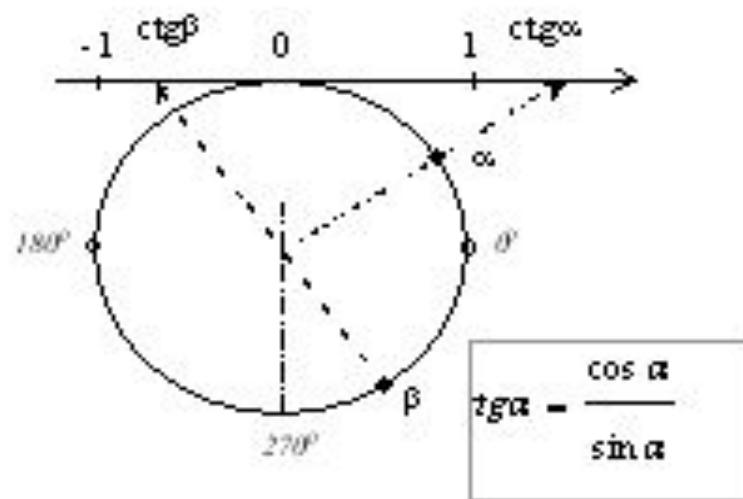
- Тангенсом угла x называется отношение синуса угла x к косинусу угла x .



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

Определение котангенса

- Котангенсом угла x называется отношение косинуса угла x к синусу угла x .



Обратные тригонометрические функции.

Для

$\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$

можно определить обратные
функции. Они обозначаются

соответственно $\arcsin x$

(читается «арксинус x »), \arccos
 x , $\arctg x$ и $\operatorname{arcctg} x$.





А это основные
тригонометрические формулы,
которыми пользуются учащиеся
во время решения
тригонометрических задач.



$$\sin \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\sin(\alpha - \beta) + \sin(\alpha + \beta)] \quad \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \operatorname{cosec}^2 \alpha \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{ctg} \alpha} \quad \cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)]$$

$$\cos \alpha = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}}{2} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2} \quad 1 + \cos \alpha = 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} \quad \sin \alpha - \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha - \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \quad \operatorname{cosec} \alpha = \frac{1}{\sin \alpha} \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sec \alpha = \frac{1}{\cos \alpha} \quad \sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \alpha \quad \sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta} \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \sec^2 \alpha \quad 1 - \cos \alpha = 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad \operatorname{ctg} \alpha \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm \alpha)}{\sin \alpha \sin \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} \alpha} \quad \cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \quad \operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(\alpha \pm \beta)}{\cos \alpha \cos \beta}$$





И в конце своей презентации я хотела бы сказать, что:

- Тригонометрия- это наука, о которой можно говорить, рассказывать и писать БЕСКОНЕЧНО!
- Это одна из составляющих наук на многих факультетах институтов нашей страны!!!
- Это одна из тех наук, в которую были вложены труды таких ученых, как Евклид, Архимед, Аполлоний, Птолемей, Ф.Виет, И.Бернули, Н.И.Лобачевский, Д. Е.Меньшов, Н.К.Бари и многих, многих других!!!



Используемая литература:

- А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов
«Алгебра и начала анализа».
- Ю.М.Колягин, Ю.В.Ткачёв «Алгебра и
начала анализа».
- Г.Бирюков, А.А.Бряндинская
«Энциклопедия юного математика»



- Автор и составитель презентации- Петрова Анастасия, ученица школы №4 10"А" класса, г.Обнинска!

