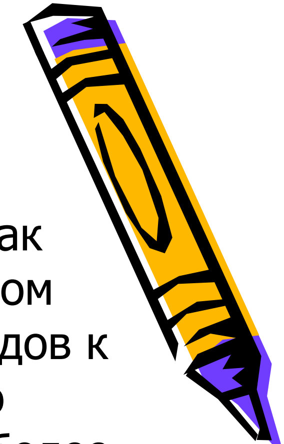
Тригонометрические

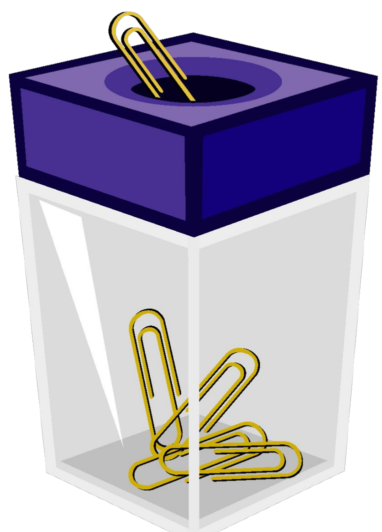
функции

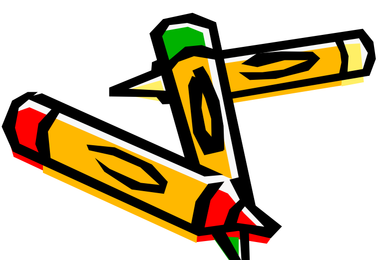
Содержание

- В древности тригонометрия возникла в связи с потребностями астрономии, землемерия и строительного дела, то есть носила чисто геометрический характер и представляла главным образом «исчисление хорд». Со временем в нее начали вкрапляться некоторые аналитические моменты. В первой половине 18-го века произошел резкий перелом, после чего тригонометрия приняла новое направление и сместилась в сторону математического анализа. Именно в это время тригонометрические зависимости стали рассматриваться как функции. Это имеет не только математико-исторический, но и методико-педагогический интерес.



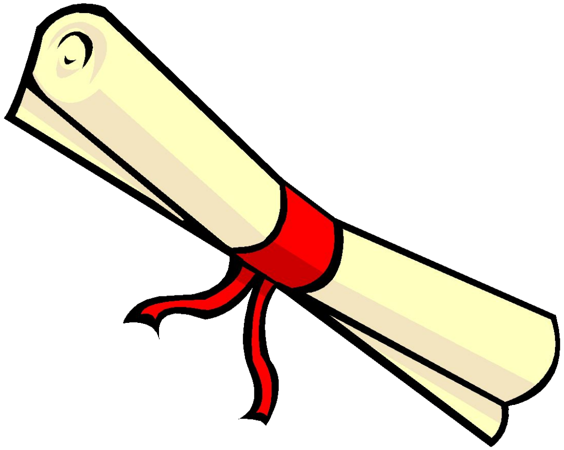
В настоящее время изучению тригонометрических функций именно как функций числового аргумента уделяется большое внимание в школьном курсе алгебры и начал анализа. Существует несколько различных подходов к преподаванию данной темы в школьном курсе, и учитель, особенно начинающий, легко может запутаться в том, какой подход является наиболее подходящим. А ведь тригонометрические функции представляют собой наиболее удобное и наглядное средство для изучения всех свойств функций (до применения производной), а в особенности такого свойства многих природных процессов как периодичность. Поэтому их изучению следует уделить пристальное внимание.



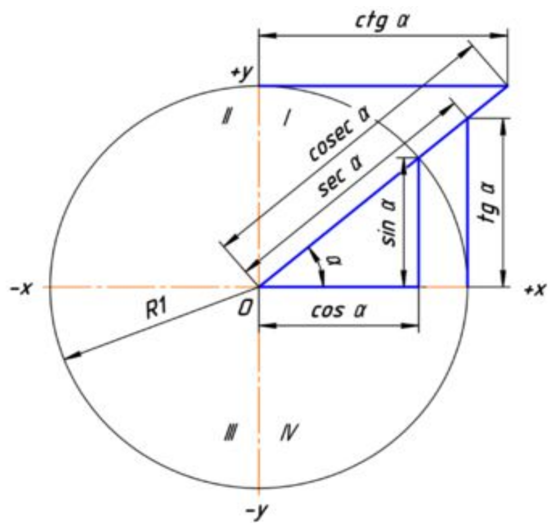


Кроме того, большие трудности при изучении темы «Тригонометрические функции» в школьном курсе возникают из-за несоответствия между достаточно большим объемом содержания и относительно небольшим количеством часов, выделенным на изучение данной темы. Таким образом, проблема этой исследовательской работы состоит в необходимости устранения этого несоответствия за счет тщательного отбора содержания и разработки эффективных методов изложения данного материала. Объектом исследования является процесс изучения функциональной линии в курсе старшей школы. Предмет исследования - методика изучения тригонометрических функций в курсе алгебры и начала анализа в 10-11 классе.

Таким образом, ***<u>основной целью</u>*** создания данной работы является изучение темы: «Тригонометрические функции» в курсе алгебры и математического анализа.



Тригонометрические функции — **математическиематематические функции** от **угла**. Они важны при изучении **геометрии**, а также при исследовании **периодическихпериодических процессов**. Обычно тригонометрические функции определяют как **отношения** сторон **прямоугольного треугольника** или **длины** определённых **отрезков** в **единичной окружности**. Более современные определения выражают тригонометрические функции через **суммы рядов** или как решения некоторых **дифференциальных уравнений**, что позволяет расширить область определения этих функций на произвольные **вещественные числа** и даже на **комплексные числа**.



В изучении тригонометрических функций можно выделить следующие этапы:

I. Первое знакомство с тригонометрическими функциями углового аргумента в геометрии. Значение аргумента рассматривается в промежутке (0o;90o). На этом этапе учащиеся узнают, что **sin, cos, tg и ctg** угла зависят от его градусной меры, знакомятся с табличными значениями, основным тригонометрическим тождеством и некоторыми формулами приведения.

II. Обобщение понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов (0o;180o). На этом этапе рассматривается взаимосвязь тригонометрических функций и координат точки на плоскости, доказываются теоремы синусов и косинусов, рассматривается вопрос решения треугольников с помощью тригонометрических соотношений.

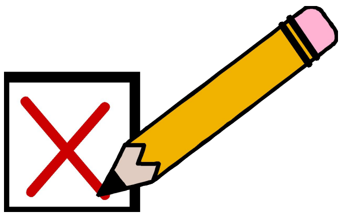
III. Введение понятий тригонометрических функций числового аргумента.

IV. Систематизация и расширение знаний о тригонометрических функциях числа, рассмотрение графиков функций, проведение исследования, в том числе и с помощью производной.

Существует несколько способов определения тригонометрических функций.

Их можно подразделить на две группы:

<u>аналитические и геометрические.</u>



1. К аналитическим способам относят определение функции y = sin x как решения дифференциального уравнения

<u>f (x)=-c*f(x)</u>

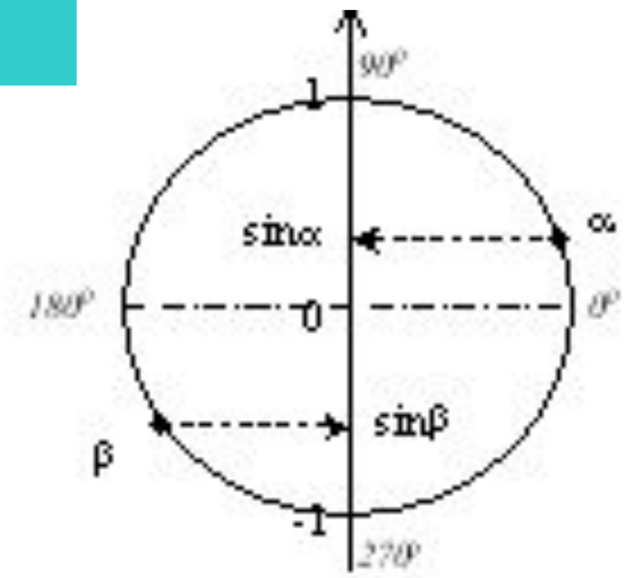
или как сумму степенного ряда

<u>sin x = x - x3 /3!+ x5 /5! - ...</u>

2. К геометрическим способам относят определение тригонометрических функций на основе проекций и координат радиус-вектора, определение через соотношения сторон прямоугольного треугольника и определения с помощью числовой окружности. В школьном курсе предпочтение отдается геометрическим способам в силу их простоты и наглядности.

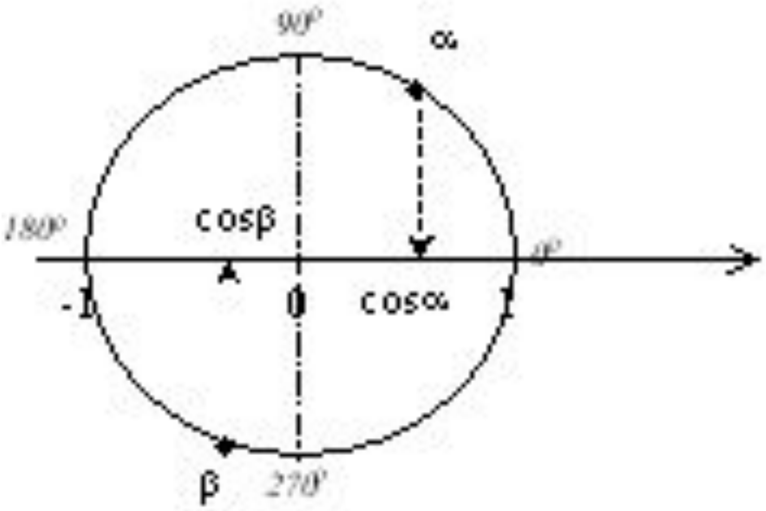
Определение синуса

- *Синусом угла x называется ордината точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол x (обозначается sin x).*



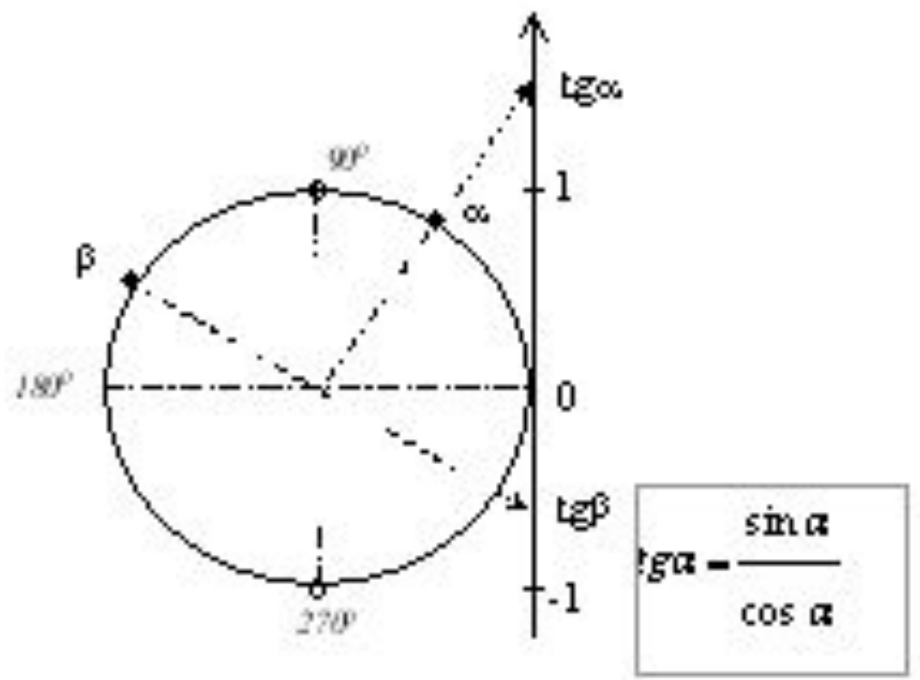
Определение косинуса

- *Косинусом угла х называется абсцисса точки, полученной поворотом точки (1; 0) вокруг начала координат на угол х (обозначается cos x).*



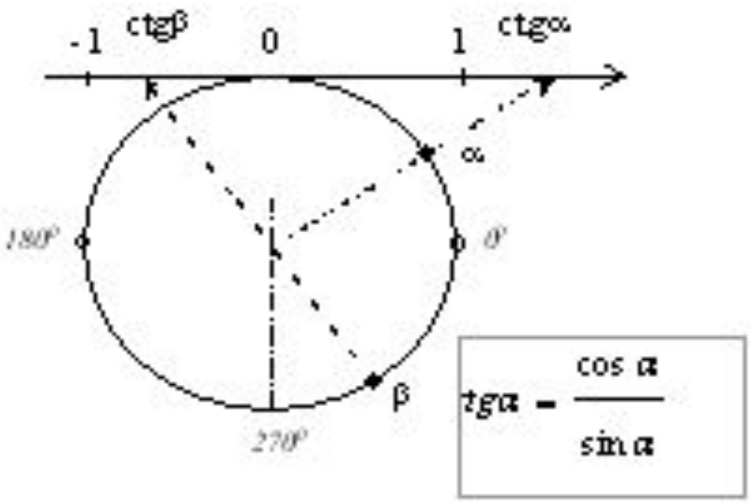
Определение тангенса

- *Тангенсом угла х называется отношение синуса угла х к косинусу угла х.*



Определение котангенса

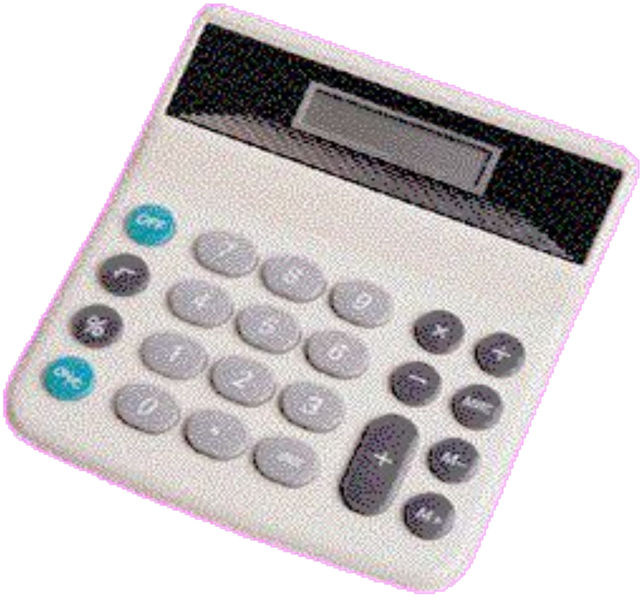
- *Котангенсом угла х называется отношение косинуса угла х к синусу угла х.*



Обратные тригонометрические функции.

Для
sin *x*, cos *x*, tg *x* и ctg *x*
можно определить обратные функции. Они обозначаются соответственно arcsin *x* (читается «арксинус *x*»), arcos *x*, arctg *x* и arcctg *x*.

А это основные тригонометрические формулы, которыми пользуются учащиеся во время решения тригонометрических задач.



$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha-\beta)+\sin(\alpha+\beta)\right]$$

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha}$$

$$1+\operatorname{ctg}^2\alpha=\operatorname{cosec}^2\alpha$$

$$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)+\cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$\cos\alpha=\frac{1-\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}}$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)\right]$$

$$1+\cos\alpha=2\cos^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha=\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}\qquad\operatorname{ctg}\alpha=\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}\qquad\operatorname{cosec}\alpha=\frac{1}{\sin\alpha}$$

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$

$$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\alpha$$

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\sec\alpha=\frac{1}{\cos\alpha}$$

$$\operatorname{tg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta}{1\mp\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$$

$$1+\operatorname{tg}^2\alpha=\sec^2\alpha$$

$$1-\cos\alpha=2\sin^2\frac{\alpha}{2}$$

$$\operatorname{ctg}\alpha\pm\operatorname{ctg}\beta=\frac{\sin(\beta\pm\alpha)}{\sin\alpha\sin\beta}$$

$$\operatorname{ctg}(\alpha\pm\beta)=\frac{\operatorname{ctg}\alpha\operatorname{ctg}\beta\mp1}{\operatorname{ctg}\beta\pm\operatorname{ctg}\alpha}$$

$$\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$$

$$\operatorname{tg}\alpha\pm\operatorname{tg}\beta=\frac{\sin(\alpha\pm\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$$

И в конце своей презентации я хотела бы сказать, что:

- Тригонометрия- это наука, о которой можно говорить, рассказывать и писать БЕСКОНЕЧНО!
- Это одна из составляющих наук на многих факультетах институтов нашей страны!!!
- Это одна из тех наук, в которую были вложены труды таких ученых, как Евклид, Архимед, Аполлоний, Птолемей, Ф.Виет, И.Бернулли, Н.И.Лобачевский, Д.Е.Меньшов, Н.К.Бари и многих, многих других!!!

Используемая литература:

- А.Н.Колмогоров, А.М.Абрамов «Алгебра и начала анализа».
- Ю.М.Колягин, Ю.В.Ткачёв «Алгебра и начала анализа».
- Г.Бирюков, А.А.Бряндинская «Энциклопедия юного математика»

- Автор и составитель презентации- Петрова Анастасия, ученица школы №4 10”А” класса,г.Обнинска!