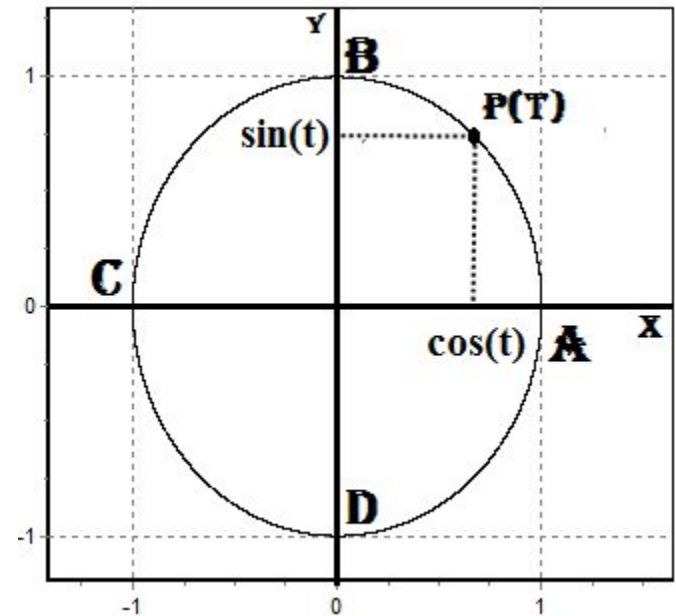


Занимательная математика

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, 10 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ:
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ
ФУНКЦИЯ ЧИСЛОВОГО
АРГУМЕНТА.



Тригонометрическая функция числового аргумента.

ЧТО БУДЕМ ИЗУЧАТЬ:

Определение.

Основные формулы.

Тригонометрические тождества.

Примеры задач.

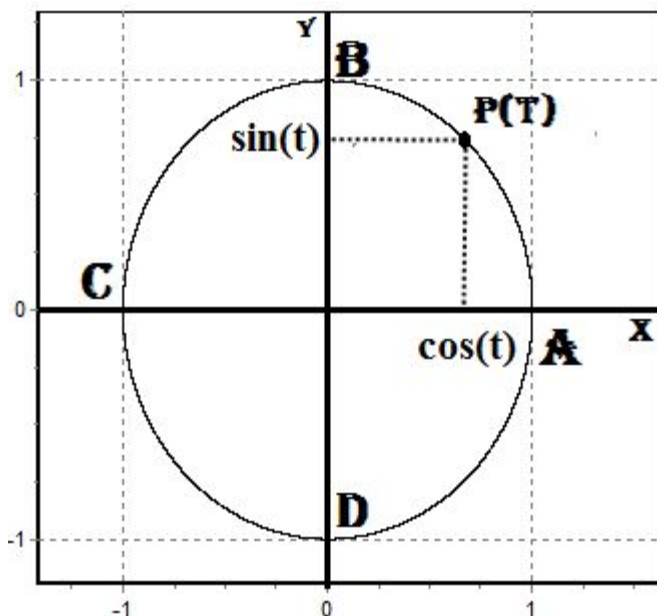
Тригонометрическая функция числового аргумента.

Определение.

Ребята, мы знаем что такое *синус, косинус, тангенс и котангенс*.
Давайте посмотрим, можно ли через значения одних тригонометрических функций найти значения других тригонометрических функций.

Определим *тригонометрическую функцию числового элемента* как:

$$y = \sin(t), y = \cos(t), y = \operatorname{tg}(t), y = \operatorname{ctg}(t)$$



Тригонометрическая функция числового аргумента.

Основные формулы.

*Вспомним основные
формулы:*

$$\sin^2(t) + \cos^2(t) = 1$$

Кстати, как называется эта формула?

$$\operatorname{tg}(t) = \frac{\sin(t)}{\cos(t)} \text{ при } t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$$

$$\operatorname{ctg}(t) = \frac{\cos(t)}{\sin(t)} \text{ при } t \neq \pi k$$

Давайте выведем новые формулы

Тригонометрическая функция числового аргумента.

Тригонометрические тождества.

Мы знаем основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2(t) + \cos^2(t) = 1$$

Ребята, давайте обе части тождества разделим на $\cos^2(t)$, получим:

$$\frac{\sin^2(t)}{\cos^2(t)} + \frac{\cos^2(t)}{\cos^2(t)} = \frac{1}{\cos^2(t)} \quad \text{преобразуем его:} \quad \left(\frac{\sin(t)}{\cos(t)}\right)^2 + 1 = \frac{1}{\cos^2(t)}$$

Тогда у нас получается тождество:

$$\operatorname{tg}^2(t) + 1 = \frac{1}{\cos^2(t)} \quad \text{при } t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k$$

Тригонометрическая функция числового аргумента.

Тригонометрические тождества.

Теперь давайте разделим основное
тригонометрическое тождество на $\sin^2(t)$:

$$\frac{\sin^2(t)}{\sin^2(t)} + \frac{\cos^2(t)}{\sin^2(t)} = \frac{1}{\sin^2(t)} \quad \text{Давайте так же преобразуем его}$$

$$1 + \left(\frac{\cos(t)}{\sin(t)}\right)^2 = \frac{1}{\sin^2(t)}$$

И у нас получается новое тождество, которое стоит запомнить:

$$\operatorname{ctg}^2(t) + 1 = \frac{1}{\sin^2(t)} \quad \text{при } t \neq \pi k$$

Тригонометрическая функция числового аргумента.

Тригонометрические тождества.

Нам удалось получить две новых формулы:

$$\mathit{tg}^2(t) + 1 = \frac{1}{\mathit{cos}^2(t)}$$

$$\mathit{ctg}^2(t) + 1 = \frac{1}{\mathit{sin}^2(t)}$$

$$\mathit{tg}(t) = \frac{1}{\mathit{ctg}(t)}$$

$$\mathit{ctg}(t) = \frac{1}{\mathit{tg}(t)}$$

Запомните их!

Полученные нами формулы используются когда по какому то известному значению тригонометрической функции требуется вычислить значение другой.

Тригонометрическая функция числового аргумента.

Пример

$\cos(t) = 5/7$, найти $\sin(t)$; $\operatorname{tg}(t)$; $\operatorname{ctg}(t)$ для всех t

Решение:

$$\sin^2(t) + \cos^2(t) = 1 \quad \text{тогда} \quad \sin^2(t) = 1 - \cos^2(t)$$

$$\sin^2(t) = 1 - \left(\frac{5}{7}\right)^2 = 1 - \frac{25}{49} = \frac{49-25}{49} = \frac{24}{49}$$

$$\sin(t) = \pm \frac{\sqrt{24}}{7} = \pm \frac{2\sqrt{6}}{7}$$

$$\operatorname{tg}(t) = \pm \sqrt{\frac{1}{\cos^2(t)} - 1} = \pm \sqrt{\frac{1}{\frac{25}{49}} - 1} = \pm \sqrt{\frac{49}{25} - 1} = \pm \sqrt{\frac{24}{25}} = \pm \frac{\sqrt{24}}{5}$$

$$\operatorname{ctg}(t) = \pm \sqrt{\frac{1}{\sin^2(t)} - 1} = \pm \sqrt{\frac{1}{\frac{24}{49}} - 1} = \pm \sqrt{\frac{49}{24} - 1} = \pm \sqrt{\frac{25}{24}} = \pm \frac{5}{\sqrt{24}}$$

Тригонометрическая функция числового аргумента.

Пример

$\operatorname{tg}(t) = 5/12$, найти $\sin(t)$; $\cos(t)$; $\operatorname{ctg}(t)$ при всех $0 < t < \pi/2$

Решение:

$$\operatorname{tg}^2(t) + 1 = \frac{1}{\cos^2(t)} \quad \text{тогда} \quad \frac{1}{\cos^2(t)} = 1 + \frac{25}{144} = \frac{169}{144}$$

получаем: $\cos^2(t) = \frac{144}{169}$ отсюда $\cos(t) = \pm \frac{12}{13}$, но $0 < t < \pi/2$, косинус в

первой четверти положительный тогда, $\cos(t) = \frac{12}{13}$

$$\sin(t) = \operatorname{tg}(t) \times \cos(t) = \frac{5}{12} \times \frac{12}{13} = \frac{5}{13}$$

$$\operatorname{ctg}(t) = \frac{1}{\operatorname{tg}(t)} = \frac{12}{5}$$

Тригонометрическая функция числового аргумента.

Задачи для самостоятельного решения.

- 1) $\operatorname{tg}(t) = -3/4$, найти $\sin(t)$; $\cos(t)$; $\operatorname{ctg}(t)$ при всех $\pi/2 < t < \pi$
- 2) $\operatorname{ctg}(t) = 3/4$, найти $\sin(t)$; $\cos(t)$; $\operatorname{tg}(t)$ при всех $\pi < t < 3\pi/2$
- 3) $\sin(t) = 5/7$, найти $\cos(t)$; $\operatorname{tg}(t)$; $\operatorname{ctg}(t)$ для всех t
- 4) $\cos(t) = 12/13$, найти $\sin(t)$; $\operatorname{tg}(t)$; $\operatorname{ctg}(t)$ для всех t