ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ ЧИСЛОВОГО АРГУМЕНТА

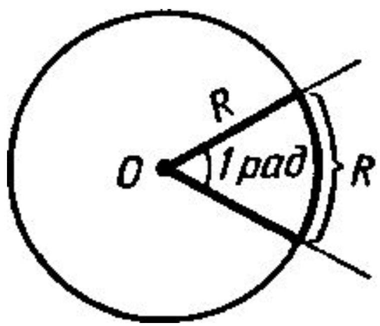
Угол в 1 *радиан* — это такой центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности. Радианная и градус ная меры связаны зависимостью р $180^\circ = \pi$ угол в раве n° ради $\frac{\pi n}{180}$

При радианном измерении углов упрощается ряд формул. для окружности радиуса r длина l ее дуги в α радиан находится по формуле:

$$l = \alpha r$$

площадь S сектора круга радиуса r дуга которого содержит α радиан:

$$S = \frac{\alpha r^2}{2}.$$



Значение синуса, косинуса, тангенса, котангенса

α	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\operatorname{tg}\alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\operatorname{ctg}\alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	—

Формулы сложения

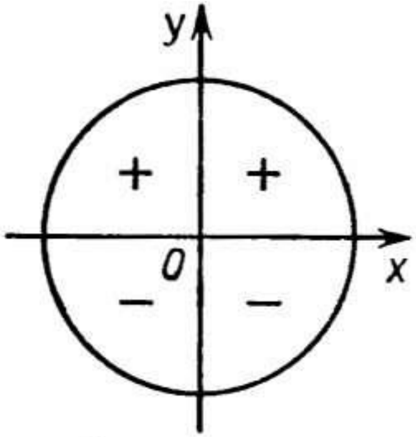
$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta;$$

$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta;$$

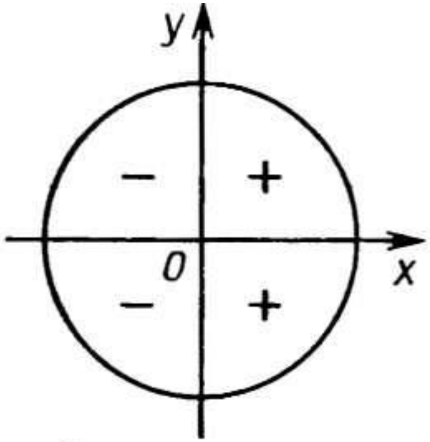
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta;$$

$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta;$$

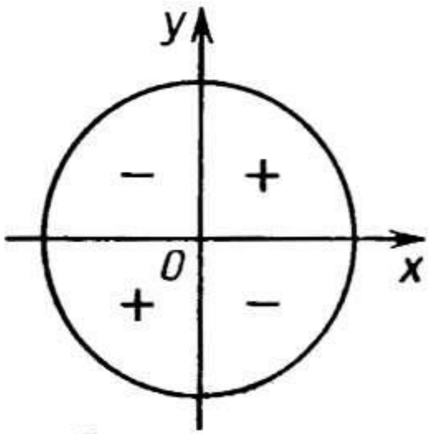
$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta};\quad \operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}.$$



Знаки синуса



Знаки косинуса



Знаки тангенса и котангенса

Формулы суммы и разности синусов (косинусов)

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2};$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

формулы двойного аргумента

$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha;$$

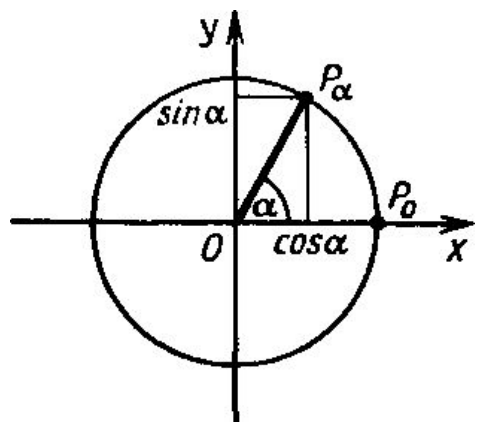
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha;$$

$$\cos 2\alpha=1-2\sin^2\alpha;\ \cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1;$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}.$$

Тригонометрические функции и их графики

Функции синус и косинус. Окружность радиуса 1 с центром в начале координат называют *единичной окружностью.* Пусть точка P_a единичной окружности получена при повороте точки P_0 (1; 0) на угол в *a* радиан. Нетрудно понять, что ордината точки P_a — это синус угла a, а абсцисса этой точки — косинус угла α.



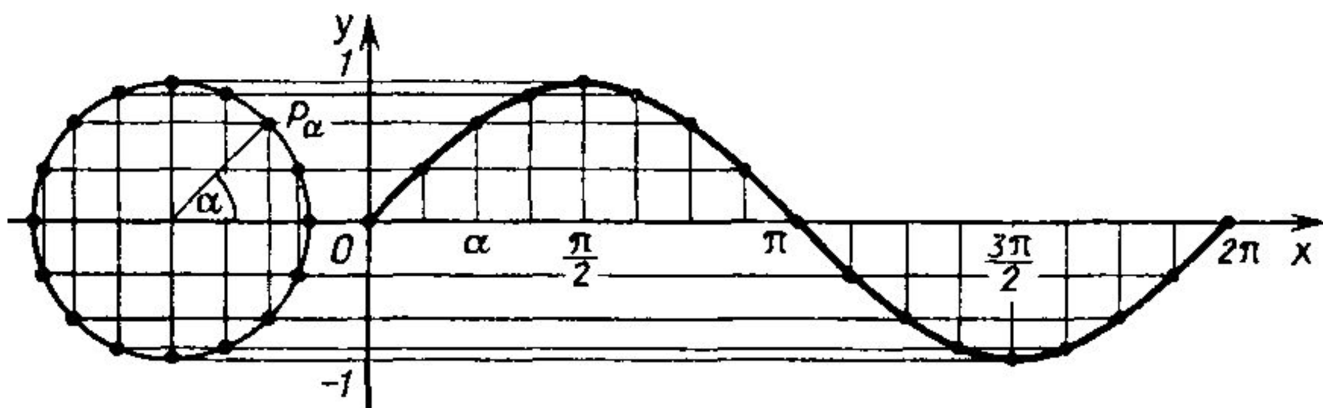
Определение. Числовые функции, заданные формулами *y*= sin *x* и *y* = cos *x,* называют *синусом* и *косинусом* (и обозначают sin и cos).

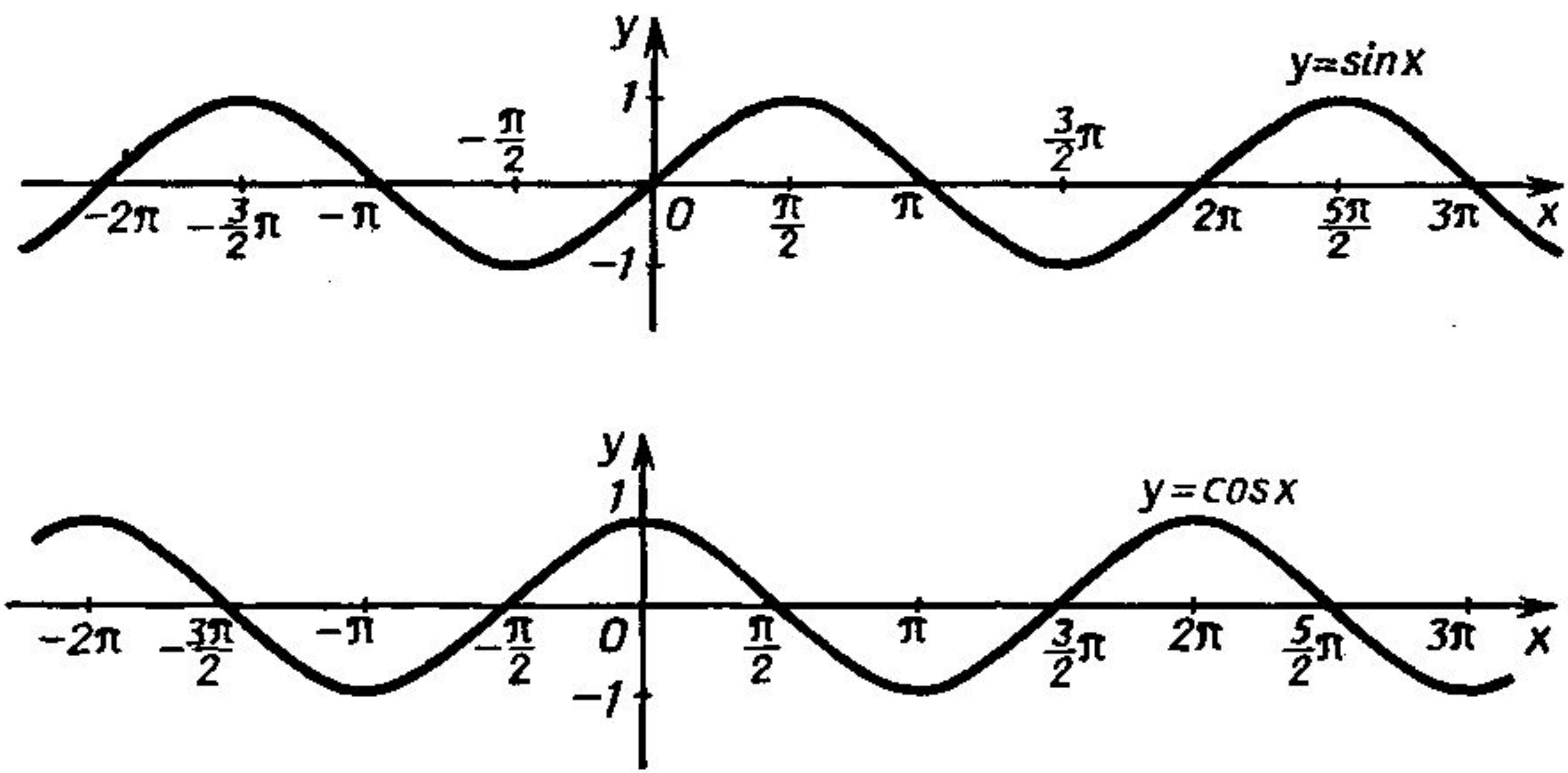
Область определения функций — множество всех действительных чисел. Областью значений функций синус и косинус является отрезок [—1; 1], поскольку и ординаты, и абсциссы точек единичной окружности принимают все значения от - 1 до 1.

Для любого х справедливы равенства:

$$\sin(-x) = -\sin x, \ \cos(-x) = \cos x;$$
$$\sin(x + 2\pi n) = \sin x, \ \cos(x + 2\pi n) = \cos x$$

График синуса называется *синусоидой*. Отрезок [—1; 1] оси ординат, с помощью которого мы находили значения синуса, иногда называют *линией синусов*.

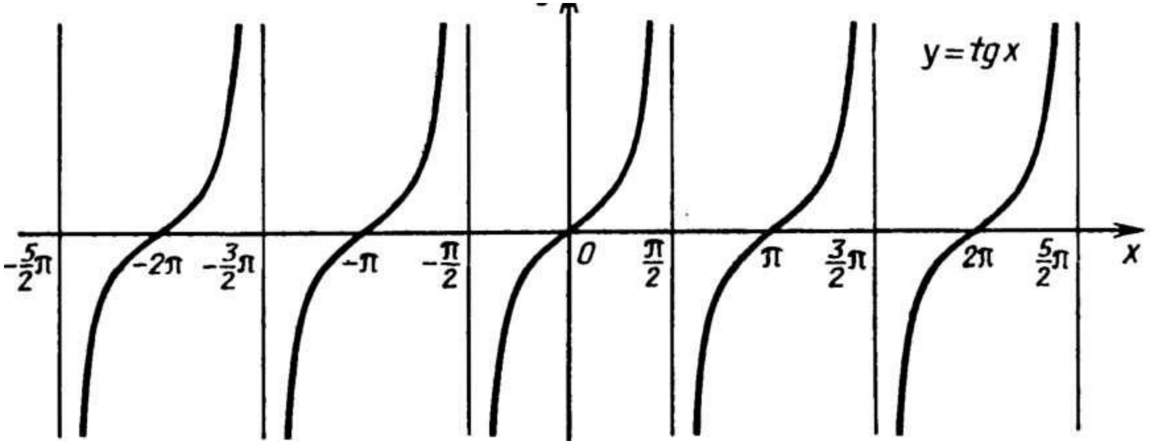


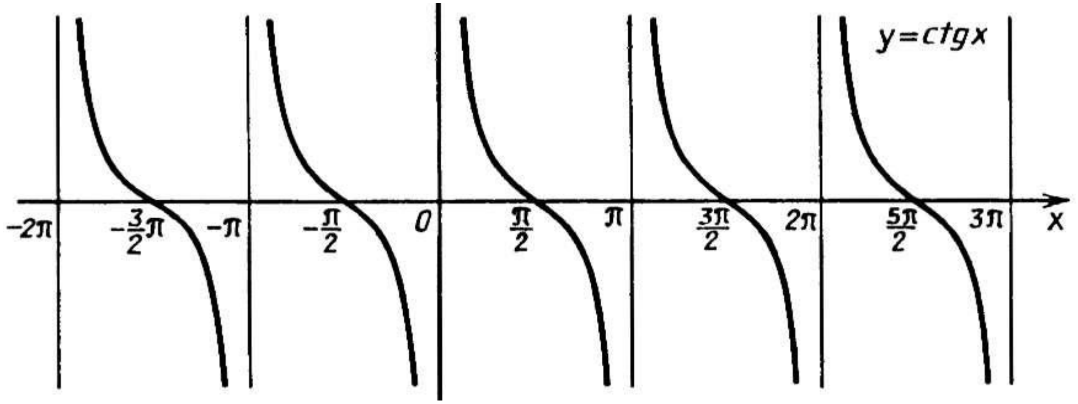


Графики функций синуса и косинуса

Функции тангенс и котангенс и их графики.

Определение. Числовые функции, заданные формулами $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$, называют соответственно *тангенсом* и *котангенсом* (и обозначают tg и ctg).





Графики функций тангенса и котангенса