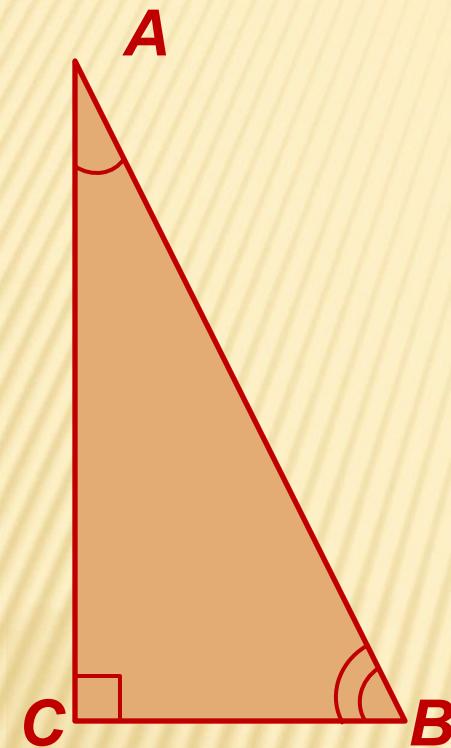


*Г. Екатеринбург,  
МОУ-гимназия №13,  
Учитель Анкина Т.С.*

СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС И  
КОТАНГЕНС УГЛА ИЗ ПРОМЕЖУТКА  $[0^\circ; 180^\circ]$

## ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:



$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\sin B = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC}$$

Эти соотношения позволяют в  
прямоугольном треугольнике  
по трём элементам  
найти остальные.

Каждую из сторон прямоугольника  
найдите, зная  
две из трёх.

Аналогичную задачу часто  
приходится  
решать в произвольном  
треугольнике:

# НЕОБХОДИМО ПОНЯТЬ!!!

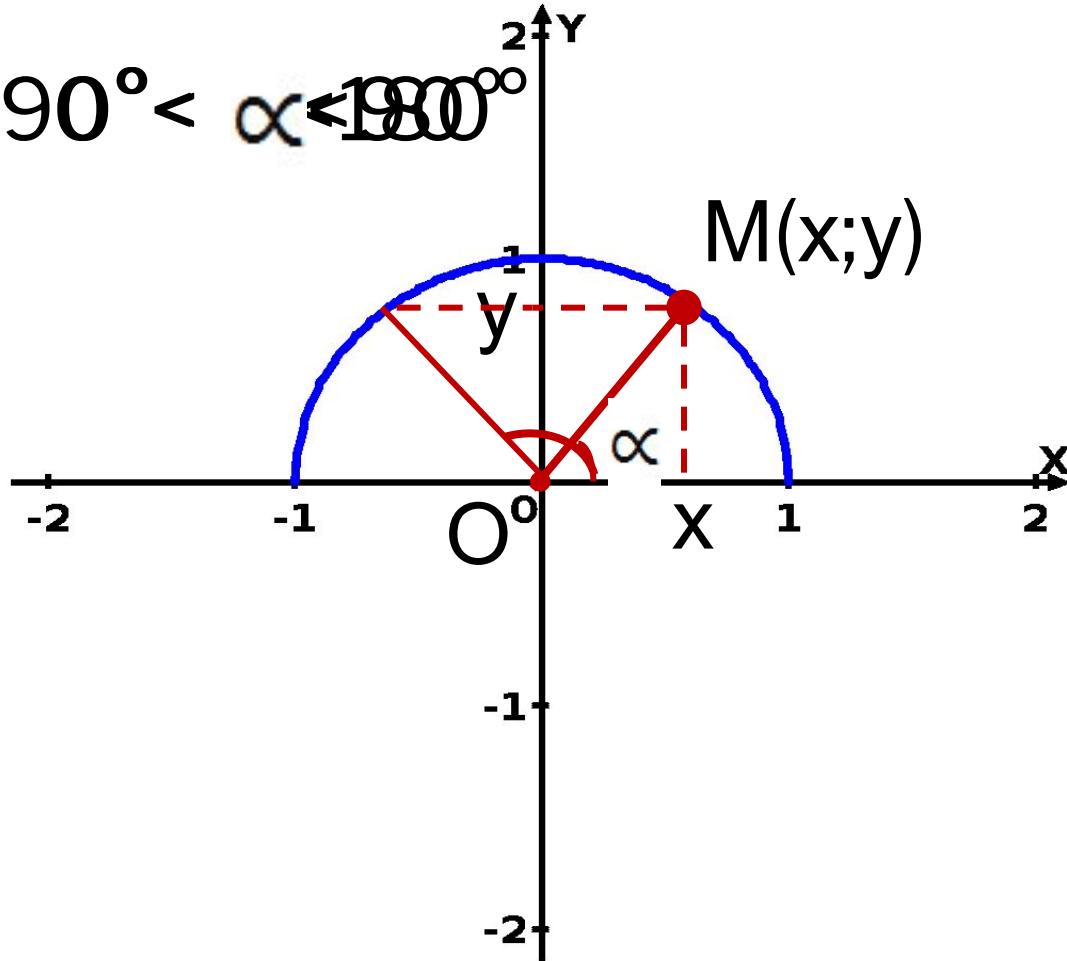
- 1. Если существуют соотношения между сторонами и углами в произвольном треугольнике, то что следует считать синусом, косинусом, тангенсом острого или тупого угла произвольного треугольника?*
- 2. Если существуют соотношения между сторонами и углами в произвольном треугольнике, то каковы эти соотношения?*

ПОЛУОКРУЖНОСТЬ С РАДИУСОМ  $R=1$  И ЦЕНТРОМ В НАЧАЛЕ КООРДИНАТ НАЗЫВАЕТСЯ ЕДИНИЧНОЙ ПОЛУОКРУЖНОСТЬЮ.

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

$$90^\circ < \alpha < 180^\circ$$

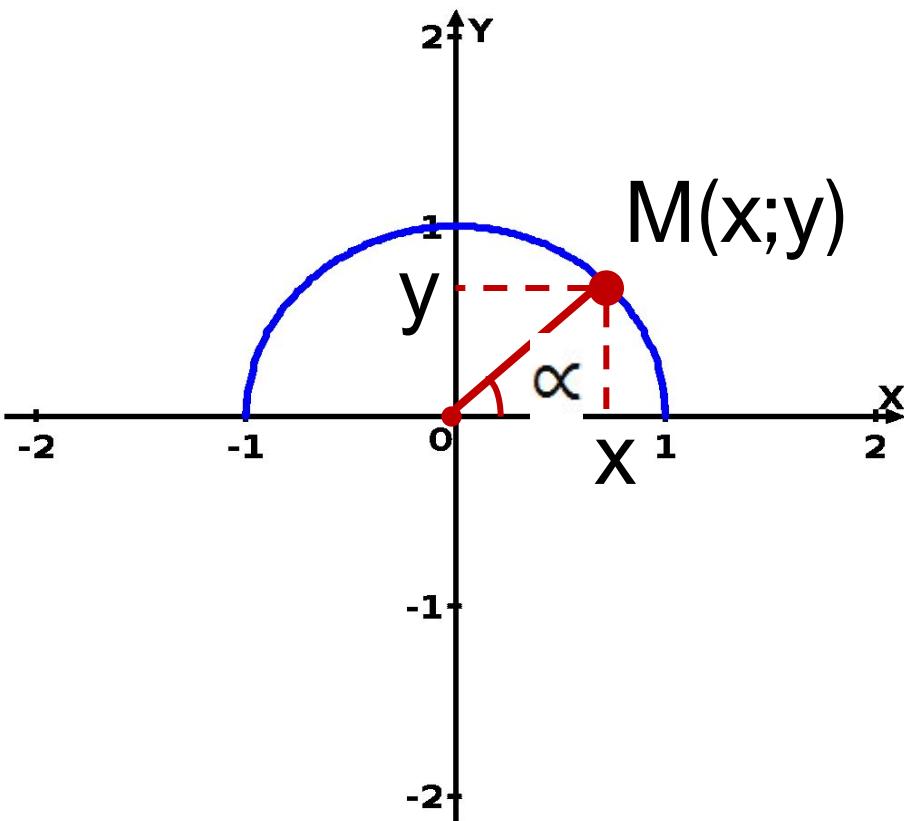


$$x = \cos \alpha$$

$$y = \sin \alpha$$

Если точка  $M$  лежит в треугольнике на единичной полуокружности под углом  $\alpha$ , то  $\sin \alpha$  называется ординатой точки  $M$ , а  $\cos \alpha$  называется абсциссой точки  $M$ .

## ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:



Координаты  
угла  
называются  
отношение абсциссы  
точки на единичной  
полуокружности к её  
абсциссе или  
отношение  
координаты малюсего  
угла  $\alpha$  к  $\cos \alpha$   
$$\frac{x}{\cos \alpha} =$$
  
$$\frac{y}{\sin \alpha}$$

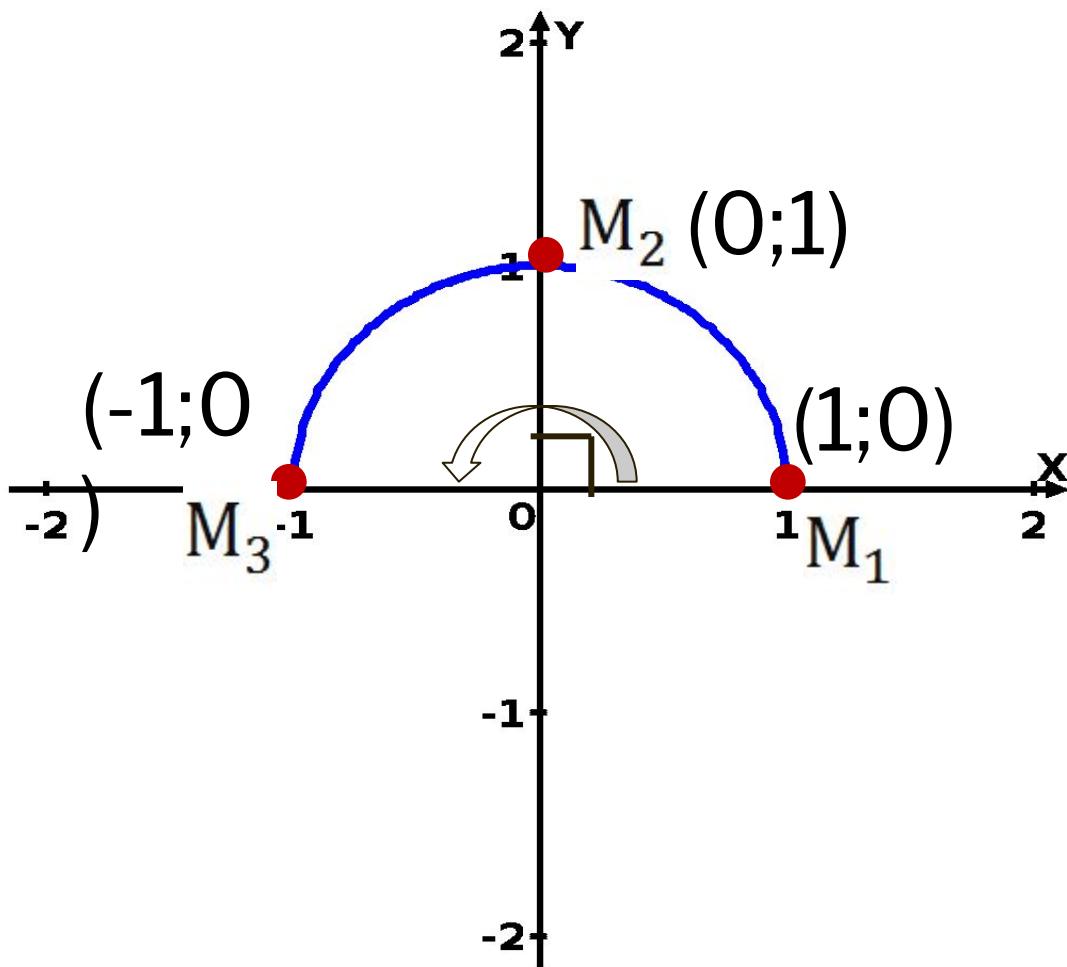
# Вспомним таблицу значений

тригонометрических функций углов в  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,

~~и вспомним значения тригонометрических функций углов в  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ .~~

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \alpha$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

# РАССМОТРИМ УГЛЫ В $0^\circ$ , $90^\circ$ И $180^\circ$



Угол равен  $0^\circ$ , если точка  $M$  единичной полуокружности лежит на положительной полу-  
оси  $Ox$

$\sin 0^\circ 0$   
 $\cos 0^\circ 1$

$\sin 90^\circ 1$   
 $\cos 90^\circ 0$

$\sin 180^\circ 0$   
 $\cos 180^\circ -$

$= 1$

## ЗАПОЛНИМ ТАБЛИЦУ:

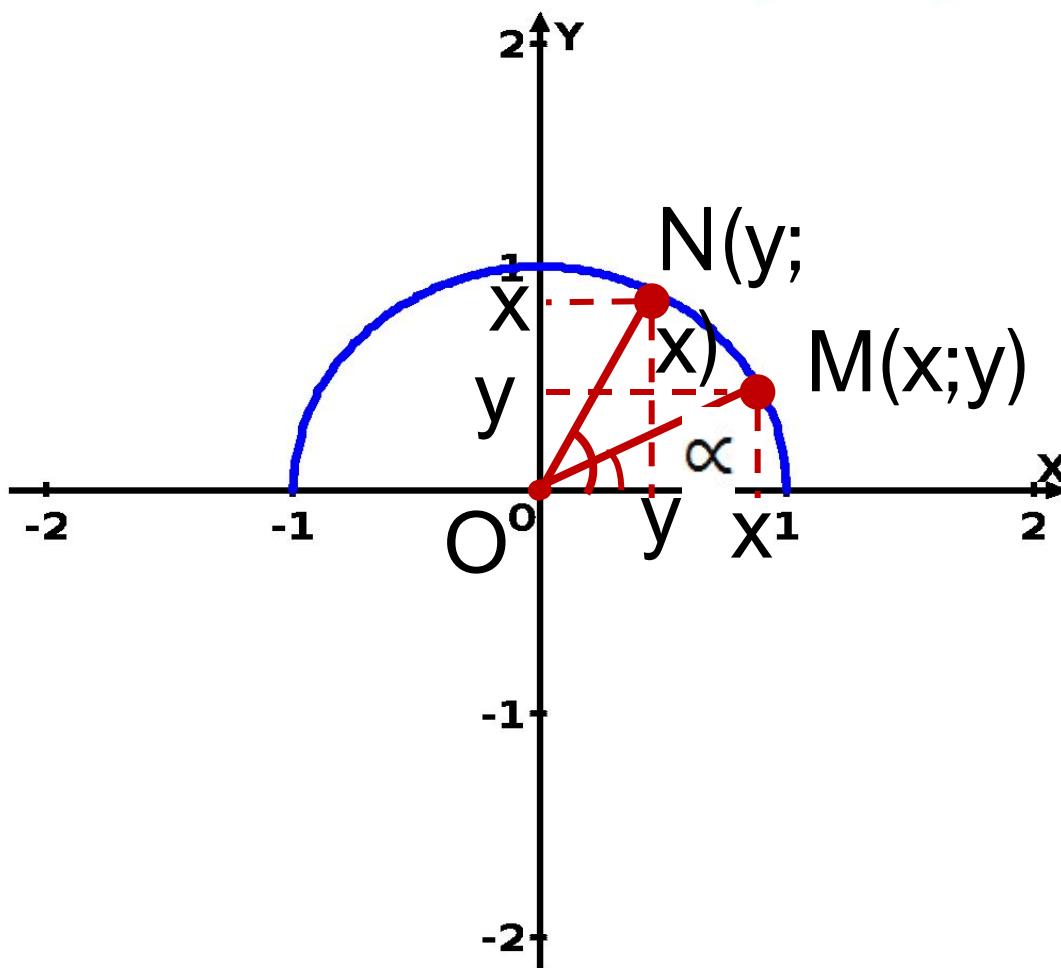
$\alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\tg \alpha$	$\ctg \alpha$
$0^\circ$	0	1	0	-
$90^\circ$	1	0	-	0
$180^\circ$	0	-1	0	-

# ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ.

$$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$90^\circ - \alpha + \alpha = 90^\circ$$



Если  $\cos \alpha = \sin \beta$ ,  
углов равна  $90^\circ$ ,  
то синус одного  
угла равен  
 $\sin \beta = \cos \alpha$   $\times 90^\circ$

Косинус  $(y; x)$  -  
расположение

наебо-  
sin30°=cos60°=sin(90°-α)=  
cos30°=sin60°  
=sin(90°-α)=y

X

**ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:**

*Если сумма двух углов равна  
90°, то*

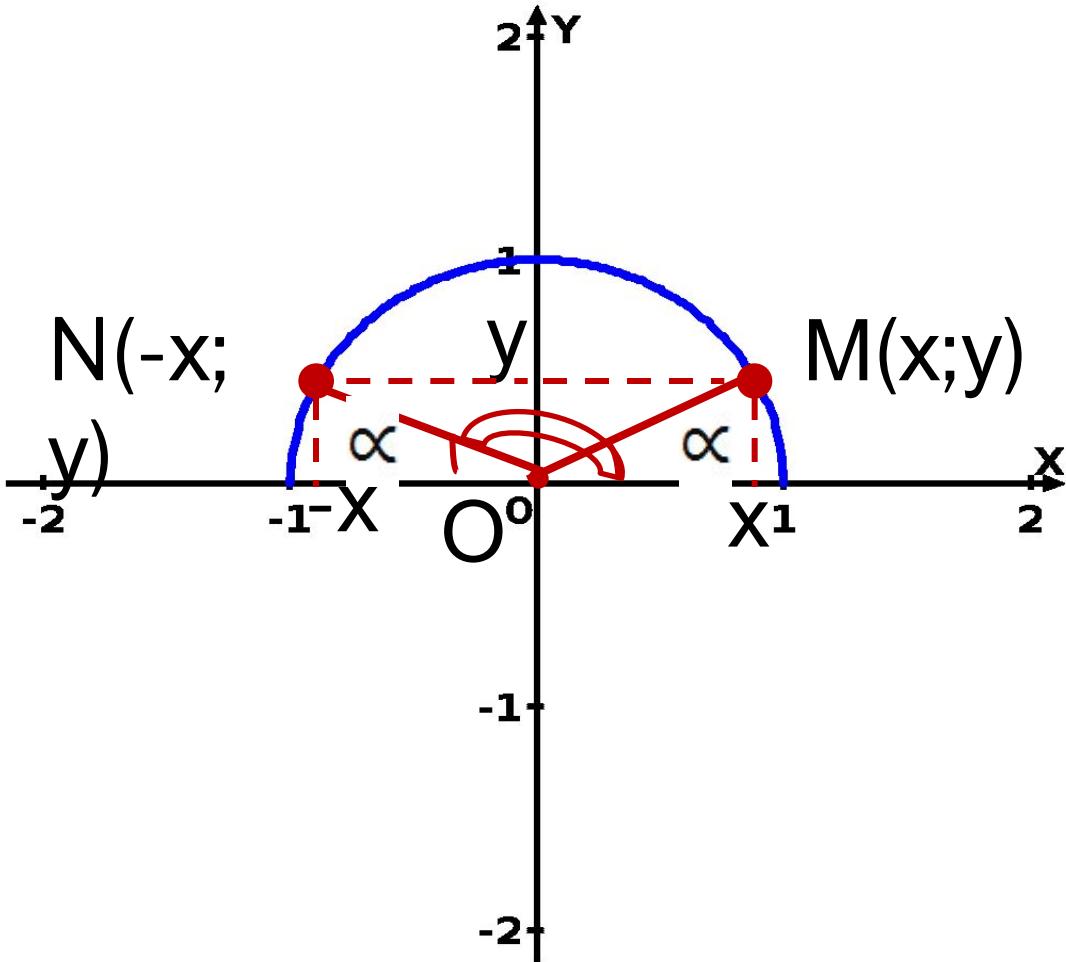
*равенकомтанденсу другого.*

$$\operatorname{tg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{ctg}\alpha$$

$$\operatorname{ctg}(90^\circ - \alpha) = \operatorname{tg}\alpha$$

# ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ.

$$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$
$$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$$



Если  $\cos \alpha = x$   
 $\sin \alpha = y$   
углов равна  $180^\circ$ ,  
 $\triangle NO - \triangle MO$   
то их синусы  
 $\sin NO = x$ ,  
равны,  
 $\sin MO = -y$   
а косинусы  
 $\cos NO = -x$ ,  
 $\cos MO = -y$   
противоположны.  
При этом  $\sin(180^\circ - \alpha) = -y$   
 $\cos(180^\circ - \alpha) = -x$

## ПРОДОЛЖИТЕ ФРАЗУ:

*Если сумма двух углов равна  
180°, то* **противополо**  
*их тангенсы*~~яр~~**противополо**  
*и котангенсы*~~жны.~~**жны.**

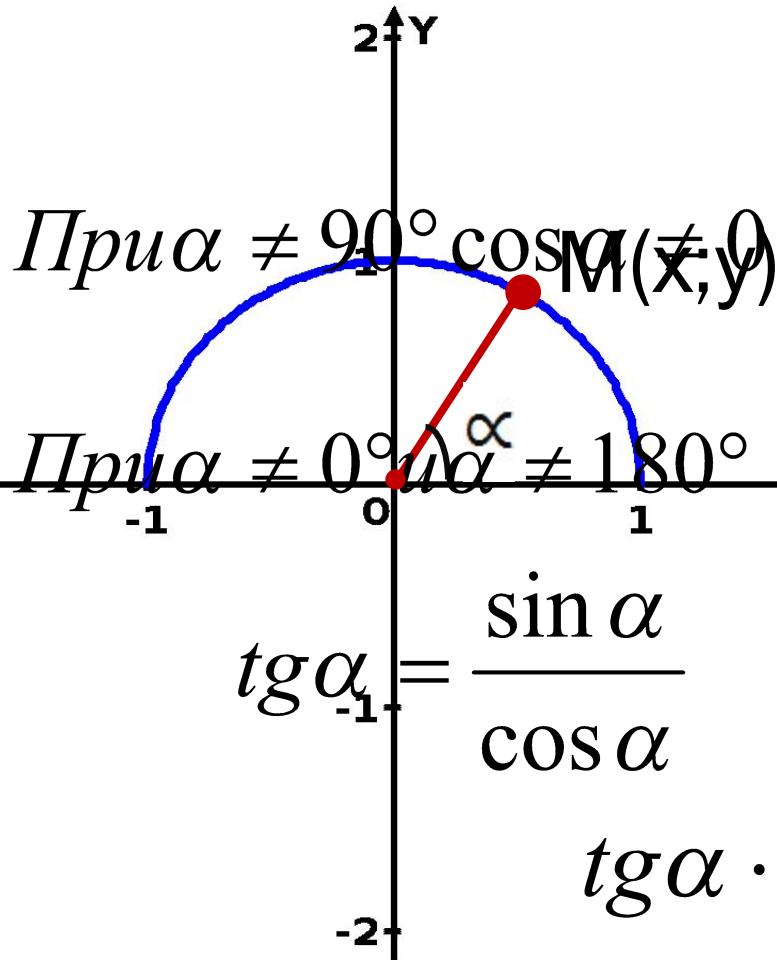
$$\operatorname{tg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$\operatorname{ctg}(180^\circ - \alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$$

# ЗАПОЛНИМ ТАБЛИЦУ:

$\alpha$	$30^\circ$	$150^\circ$	$45^\circ$	$135^\circ$	$60^\circ$	$120^\circ$
$180^\circ - \alpha$	<b>30</b>		<b>45</b>		<b>60</b>	
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	-1	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$
$\operatorname{ctg} \alpha$	$\sqrt{3}$	$-\sqrt{3}$	1	-1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$

# ОСНОВНЫЕ ТОЖДЕСТВА.



$M(x; y)$  лежит на окружности с центром  $(0; 0)$  и радиусом  $r=1$ .

уравнение  $\frac{1}{x^2 + y^2} = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$
$$y = \sin \alpha$$
$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$
$$\operatorname{ctg}^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$  **Основное тригонометрическое тождество**