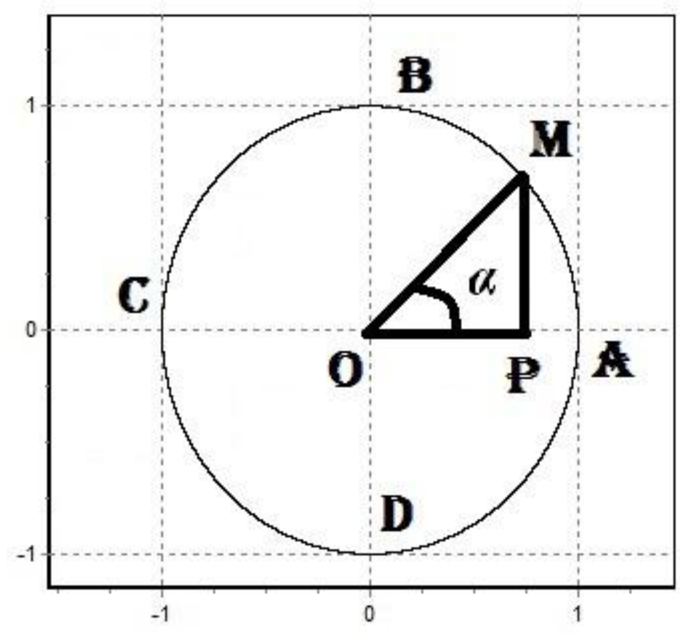
Занимательная математика

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, 10 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ: ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ УГЛОВОГО АРГУМЕНТА.



Тригонометрическая функция углового аргумента.

ЧТО БУДЕМ ИЗУЧАТЬ:

Вспомним геометрию.

Определение.

Градусная мера угла.

Радианная мера угла.

Что такое радиан?

Примеры.

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Вспомним геометрию.

Ребята, в наших функциях:

$y = \sin(t)$, $y = \cos(t)$, $y = tg(t)$, $y = ctg(t)$

Переменная t может принимать не только числовые значения, то есть быть числовым аргументом, но ее можно рассматривать и как меру угла – угловой аргумент.

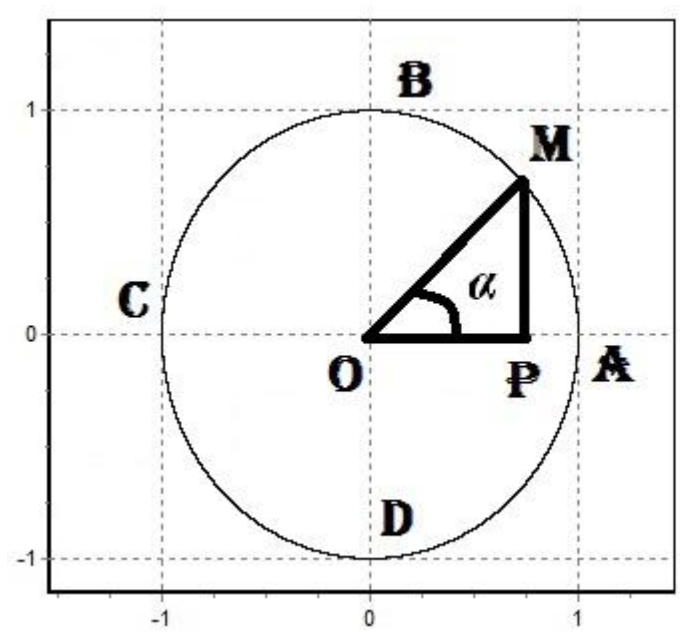
Давайте вспомним геометрию!
Как мы определяли синус, косинус, тангенс, котангенс там?

Синус угла – отношение противолежащего катета к гипотинузе.

Косинус угла – отношение прилежащего катета к гипотинузе.

Тангенс угла – отношение противолежащего катета к прилежащему.

Котангенс угла – отношение прилежащего катета к противолежащему.



Тригонометрическая функция углового аргумента.

Определение.

Давайте опредилим тригонометрические функции, как функции углового аргумента на числовой окружности :

С помощью числовой окружности и системы координат мы всегда с легкостью можем найти синус, косинус, тангенс и котангенс угла:

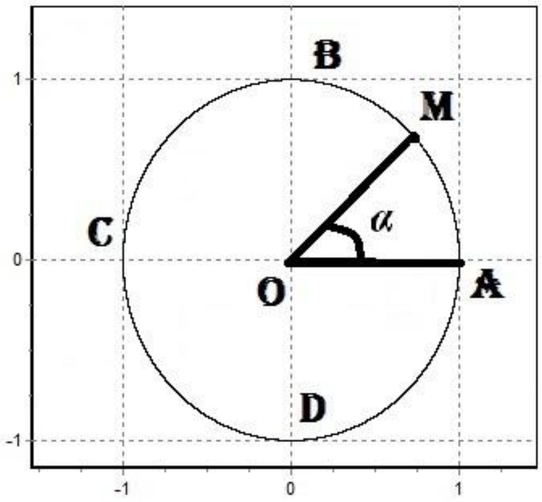
Поместим вершину нашего угла α в центр окружности, т.е. в центр оси координат, и расположим одну из сторон так, чтобы она совпадала с положительным направлением оси абсцисс (OA)

Тогда вторая сторона пересект числовую окружность в точке М.

Ордината точки М: синус угла α

Абсцисса точки М: косинус угла α

Заметим, что длина дуги АМ составляет такую же часть единичной окружности что и наш угол α от 360 градусов:



$$\frac{\alpha^0}{360^0} = \frac{t}{2\pi}$$ *где t длина дуги АМ*

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Градусная мера угла.

Ребята мы получили формулу для определения градусный меры угла через длину дуги числовой окружности, давайте посмотрим внимательнее на нее:

$$\frac{\alpha^0}{360^0} = \frac{t}{2\pi} \longrightarrow t = \frac{\pi\alpha^0}{180^0}$$

Тогда запишем тригонометрические функции в виде:

$$\sin(\alpha^0) = \sin(t) = \sin\left(\frac{\pi\alpha^0}{180^0}\right) \qquad \cos(\alpha^0) = \cos(t) = \cos\left(\frac{\pi\alpha^0}{180^0}\right)$$

Например:

$$\sin(30^0) = \sin\left(\frac{\pi \times 30^0}{180^0}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \qquad \cos(60^0) = \cos\left(\frac{\pi \times 60^0}{180^0}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Радианная мера угла.

Говорят, что α^0 - это градусная мера угла, а $\frac{\pi\alpha^0}{180^0}$ –радианная мера угла, то есть:

$$\alpha^0 = \frac{\pi\alpha^0}{180^0}\ рад.$$

При вычисление градусной или радианной меры угла следует запомнить! :

$$1^0 = \frac{\pi}{180^0}$$

$$1\ рад = \frac{180^0}{\pi}$$

Например:

$$140^0 = \frac{\pi}{180^0} \times 140^0 = \frac{7\pi}{9} рад$$

$$\frac{5\pi}{12} рад = \frac{180^0}{\pi} \times \frac{5\pi}{12} = 75^0$$

Кстати! Обозначение рад. можно опускать!

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Что такое радиан?

Дорогие друзья мы с вами с толкнулись с новым понятием - Радиан.
Так что же это такое?

Существуют различные меры длины, времени, веса например: метр, километр, секунда, час, грамм, килограмм и другие. Так вот Радиан – эта одна из мер угла. Стоит рассматривать центральные углы, то есть расположенные в центре числовой окружности.

Угол в 1 градус – это центральный угол опирающийся на дугу равную 1/360 части длины окружности

Угол в 1 радиан - это центральный угол опирающийся на дугу равную 1 в единичной окружности, а в произвольной окружности на дугу равную радиусу окружности.

$$1\,рад = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,14} \approx 57,3^\circ$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры

$$tg(20^o) = tg\left(\frac{\pi \times 20^o}{180^o}\right) = tg\left(\frac{\pi}{9}\right)$$

$$ctg(90^o) = ctg\left(\frac{\pi \times 90^o}{180^o}\right) = ctg\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$sin(120^o) = sin\left(\frac{\pi \times 120^o}{180^o}\right) = sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$cos(140^o) = cos\left(\frac{\pi \times 140^o}{180^o}\right) = cos\left(\frac{7\pi}{9}\right)$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры перевода из градусной меры угла в радианную, и наоборот

$$150^{o}=\frac{\pi\times150^{o}}{180^{o}}=\frac{5\pi}{6}$$

$$270^{o}=\frac{\pi\times270^{o}}{180^{o}}=\frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{3}=\frac{180^{o}}{\pi}\times\frac{5\pi}{3}=300^{o}$$

$$\frac{5\pi}{18}=\frac{180^{o}}{\pi}\times\frac{5\pi}{18}=50^{o}$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Задачи для самостоятельного решения.

1) Найти радианную меру углов:

а) 55° *б)* 450° *в)* 15°

2) Найти градусную меру углов:

а) 3π *б)* $\dfrac{\pi}{10}$ *в)* $\dfrac{7\pi}{18}$

3) Найти:

а) $\sin(150^{\circ})$ б) $\cos(45^{\circ})$ в) $\mathrm{tg}(120^{\circ})$