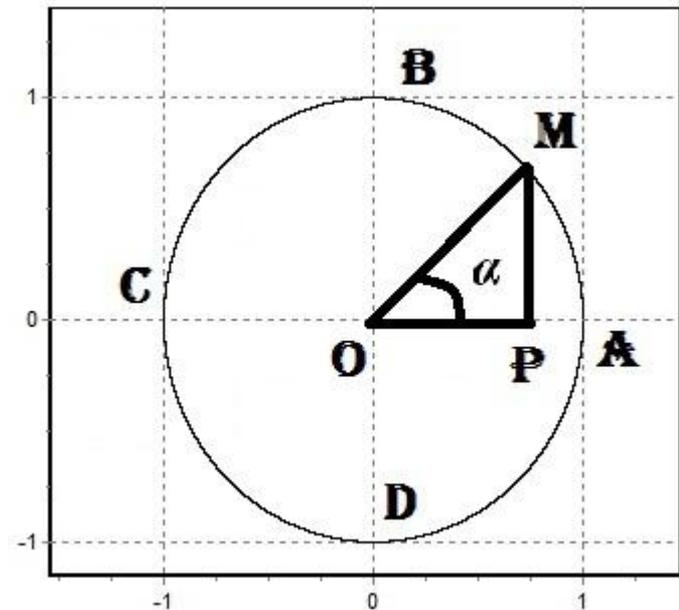


# Занимательная математика

## АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, 10 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ:  
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ФУНКЦИЯ УГЛОВОГО  
АРГУМЕНТА.



# Тригонометрическая функция углового аргумента.

## ЧТО БУДЕМ ИЗУЧАТЬ:

Вспомним геометрию.

Определение.

Градусная мера угла.

Радианная мера угла.

Что такое радиан?

Примеры.

# Тригонометрическая функция углового аргумента.

**Вспомним геометрию.**

Ребята, в наших функциях:

$$y = \sin(t), y = \cos(t), y = \operatorname{tg}(t), y = \operatorname{ctg}(t)$$

Переменная  $t$  может принимать не только числовые значения, то есть быть числовым аргументом, но ее можно рассматривать и как меру угла – угловой аргумент.

*Давайте вспомним геометрию!*

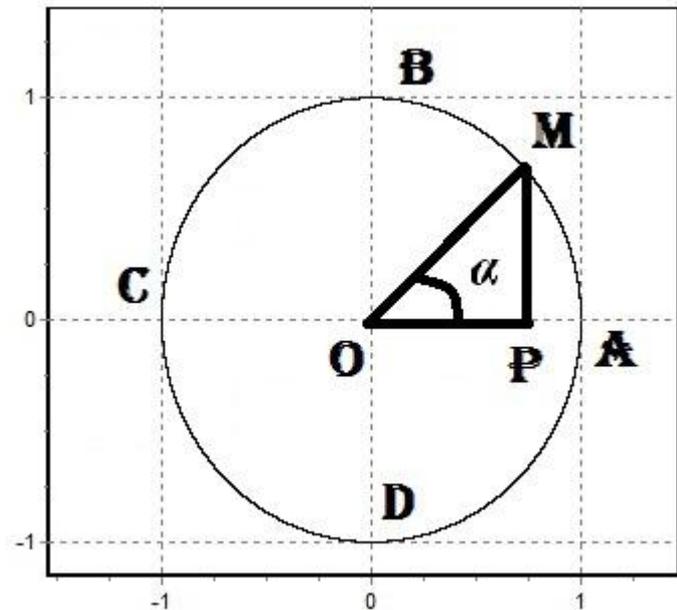
*Как мы определяли синус, косинус, тангенс, котангенс там?*

*Синус угла – отношение  
противолежащего катета к гипотенузе.*

*Косинус угла – отношение прилежащего  
катета к гипотенузе.*

*Тангенс угла – отношение  
противолежащего катета к прилежащему.*

*Котангенс угла – отношение прилежащего  
катета к противоположащему.*



# Тригонометрическая функция углового аргумента.

## Определение.

Давайте определим тригонометрические функции, как функции углового аргумента на числовой окружности :

С помощью числовой окружности и системы координат мы всегда с легкостью можем найти синус, косинус, тангенс и котангенс угла:

Поместим вершину нашего угла  $\alpha$  в центр окружности, т.е. в центр оси координат, и расположим одну из сторон так, чтобы она совпала с положительным направлением оси абсцисс (OA)

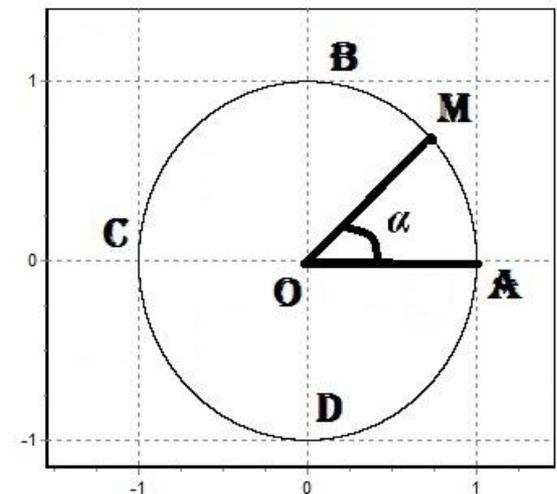
Тогда вторая сторона пересект числовую окружность в точке M.

Ордината точки M: синус угла  $\alpha$

Абсцисса точки M: косинус угла  $\alpha$

Заметим, что длина дуги AM составляет такую же часть единичной окружности что и наш угол  $\alpha$  от 360 градусов:

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{t}{2\pi} \text{ где } t \text{ длина дуги AM}$$



# Тригонометрическая функция углового аргумента.

Градусная мера угла.

*Ребята мы получили формулу для определения градусной меры угла через длину дуги числовой окружности, давайте посмотрим внимательно на нее:*

$$\frac{\alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{t}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad t = \frac{\pi\alpha^{\circ}}{180^{\circ}}$$

*Тогда запишем тригонометрические функции в виде:*

$$\sin(\alpha^{\circ}) = \sin(t) = \sin\left(\frac{\pi\alpha^{\circ}}{180^{\circ}}\right) \quad \cos(\alpha^{\circ}) = \cos(t) = \cos\left(\frac{\pi\alpha^{\circ}}{180^{\circ}}\right)$$

*Например:*

$$\sin(30^{\circ}) = \sin\left(\frac{\pi \times 30^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \cos(60^{\circ}) = \cos\left(\frac{\pi \times 60^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

# Тригонометрическая функция углового аргумента.

**Радийная мера угла.**

Говорят, что  $\alpha^\circ$  - это градусная мера угла, а  $\frac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ}$  - радианная мера угла, то есть:

$$\alpha^\circ = \frac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ} \text{ рад.}$$

**При вычислении градусной или радианной меры угла  
следует запомнить! :**

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

*Например:*

$$140^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \times 140^\circ = \frac{7\pi}{9} \text{ рад}$$

$$\frac{5\pi}{12} \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{5\pi}{12} = 75^\circ$$

**Кстати! Обозначение рад. можно опускать!**

# Тригонометрическая функция углового аргумента.

## Что такое радиан?

*Дорогие друзья мы с вами с толкнулись с новым понятием - **Радиан**.*

*Так что же это такое?*

*Существуют различные меры длины, времени, веса например: метр, километр, секунда, час, грамм, килограмм и другие. Так вот Радиан – эта одна из мер угла. Стоит рассматривать центральные углы, то есть расположенные в центре числовой окружности.*

*Угол в 1 градус – это центральный угол опирающийся на дугу равную 1/360 части длины окружности*

*Угол в 1 радиан - это центральный угол опирающийся на дугу равную 1 в единичной окружности, а в произвольной окружности на дугу равную радиусу окружности.*

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,14} \approx 57,3^\circ$$

# Тригонометрическая функция углового аргумента.

## Примеры

$$tg(20^{\circ}) = tg\left(\frac{\pi \times 20^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = tg\left(\frac{\pi}{9}\right)$$

$$ctg(90^{\circ}) = ctg\left(\frac{\pi \times 90^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = ctg\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$sin(120^{\circ}) = sin\left(\frac{\pi \times 120^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$cos(140^{\circ}) = cos\left(\frac{\pi \times 140^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = cos\left(\frac{7\pi}{9}\right)$$

# Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры перевода из градусной меры угла в радианную, и  
наоборот

$$150^{\circ} = \frac{\pi \times 150^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{5\pi}{6}$$

$$270^{\circ} = \frac{\pi \times 270^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \times \frac{5\pi}{3} = 300^{\circ}$$

$$\frac{5\pi}{18} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \times \frac{5\pi}{18} = 50^{\circ}$$

# Тригонометрическая функция углового аргумента.

Задачи для самостоятельного решения.

1) Найти радианную меру углов:

а)  $55^\circ$  б)  $450^\circ$  в)  $15^\circ$

2) Найти градусную меру углов:

а)  $3\pi$  б)  $\frac{\pi}{10}$  в)  $\frac{7\pi}{18}$

3) Найти:

а)  $\sin(150^\circ)$  б)  $\cos(45^\circ)$  в)  $\operatorname{tg}(120^\circ)$