Открытый урок в 10 «В» классе

на тему:

«Тригонометрические уравнения»

I. Повторение и актуализация.

- **1.** Что значит простейшая тригонометрическая функция?
- **2.** Приведите пример простейшего тригонометрического уравнения.
- cos x = 0;
- sin x = - 1.

3. Формулы решения простых тригонометрических уравнений.

$\sin x = a$

$x = (-1)^k \arcsin a + Пk$, k э Z.

$\cos x = a$

$x = \pm \arccos a + 2Пn$; n э Z.

Откройте таблицу (решите тест):

								*	*	*
									*	*
								*	*	*
									*	*

П	И	Т	И	С	К	У	С			
А	П	О	Л	Л	О	Н	И	Й		
А	Р	И	А	Б	Х	А	Т			
Б	Р	А	В	Е	Р	Д	И	Н		
Р	Е	Г	И	О	М	О	Н	Т	А	Н

Слово «тригонометрия» впервые встречается в заглавии книги немецкого теолога и математика Питискуса (1505 г.). В трудах Аполлония Пергского (3 в. до н.э.) встречаются различные отношения отрезков треугольника и окружности. Понятие синуса ввел математик Ариабхат (476-ок. 500 г.). Тангенс (а также котангенс) ввел в тригонометрию Т. Бравердин (14 в.), а позднее нем. математик и астроном Региомонтан (1467 г.).

История развития тригонометрии до XVI века

Выполнил:
ученики 10в класса
СОШ №35
Порфирьев Станислав

Чебоксары 2007

- Древнегреческий ученый Геродот оставил описание того, как египтяне после каждого разлива Нила заново размечали плодородные участки его берегов, с которых ушла вода.
- По Геродоту с этого и началась геометрия – «землемерие» (от греческого «гео» - земля и «метрео» - измеряю).

А как возникла тригонометрия?

Гипотеза

Мы думаем, что тригонометрия возникла прежде всего из практических нужд, когда ученые древности наблюдали за небесными светилами или пытались определить расстояние до недоступной точки.

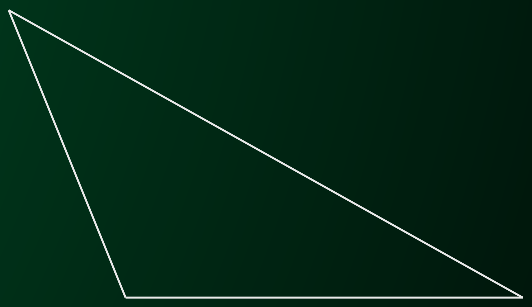
Что такое тригонометрия ?

Термин «**тригонометрия**» дословно означает «**измерение треугольников**»

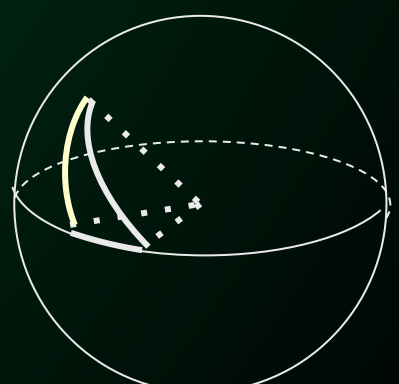
Понятие «тригонометрия» ввел в употребление в 1595 году немецкий математик и богослов Варфоломей Питиск, автор учебника по тригонометрии и тригонометрических таблиц.

Что такое тригонометрия ?

В тригонометрии выделяют три вида соотношений



- между элементами плоского треугольника (тригонометрия на плоскости)
- между элементами сферического треугольника, то есть фигуры, высекаемой на сфере тремя плоскостями, проходящими через её центр (сферическая геометрия)



- между самими тригонометрическими функциями

С чего все начиналось ?

Потребность в решении треугольников раньше всего возникла в астрономии.

Древние наблюдали за движением небесных светил. Ученые обрабатывали данные измерений, чтобы вести календарь и правильно определять время начала сева и сбора урожая, даты религиозных праздников.

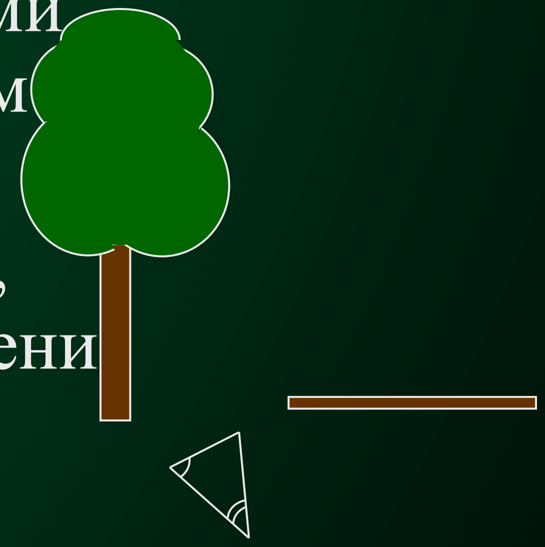
С чего все начиналось ?

По звездам вычисляли местонахождение корабля в море или направление движения каравана в пустыне.

Наблюдение за звездным небом с незапамятных времен вели и астрологи.

С чего все начиналось?

- Но и на Земле не всегда удавалось непосредственно определить расстояние между какими-то пунктами. И тогда вновь прибегали к косвенным измерениям.
- Например, вычисляли высоту дерева, сравнивая длину его тени с длиной тени от какого-нибудь шеста, высота которого была известна.
- Подобные задачи сводятся к анализу треугольника, в котором одни его элементы выражают через другие.



С чего все началось?

Поскольку звезды и планеты представлялись древним точками на небесной сфере, то сначала стала развиваться именно сферическая тригонометрия. Её считали разделом астрономии.

Вклад ученых Древнего Вавилона

- Первые открытые сведения по тригонометрии сохранились на клинописных табличках Древнего Вавилона.
- Именно от астрономов Междуречья мы унаследовали систему измерения углов в градусах, минутах и секундах, основанную на шестидесятеричной системе счисления.

Достижения древнегреческих ученых

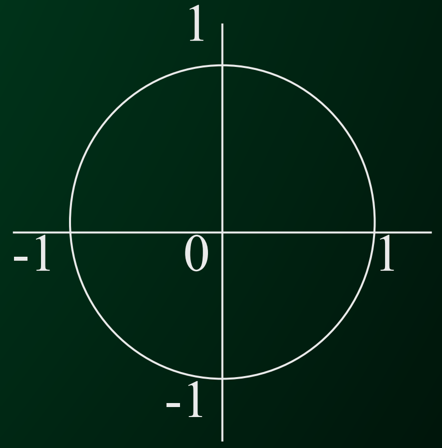
«Альмагест» (II век) – знаменитое сочинение в 13 книгах греческого астронома и математика Клавдия Птолемея.

В «Альмагесте» автор приводит таблицу длин хорд окружности радиуса в 60 единиц, вычисленных с шагом 0,5° с точностью до $\frac{1}{3600}$ единицы и объясняет, как таблица составлялась.

Труд Птолемея несколько веков служил введением в тригонометрию для астрономов.

Достижения древнегреческих ученых

- Во II веке до н. э. Астроном Гиппарх из Никеи составил таблицу для определения соотношений между элементами треугольников.
- Гиппарх подсчитал в круге заданного радиуса длины хорд, отвечающих всем углам от 0º до 180º, кратным 7,5º. По существу, это таблица синусов.



Достижения индийских астрономов

Если греки по углам вычисляли хорды, то индийские астрономы (IV-V вв.) перешли к полухордам двойной дуги, то есть в точности к линиям синуса. Они пользовались и линиями косинуса – точнее, не его самого, а «обращенного» синуса.

Достижения ученых исламского мира

К концу X века ученые исламского мира оперировали наряду с синусом и косинусом четырьмя другими функциями – тангенсом, котангенсом, секансом и косекансом.

Они открыли и доказали несколько важных теорем плоской и сферической тригонометрии; использовали окружность единичного радиуса (что позволило толковать тригонометрические функции в современном стиле).

Вклад арабских математиков

Арабские математики составили исключительно точные таблицы синусов и тангенсов с шагом 1’ и точностью до

$$\frac{1}{700.000.000}$$

Очень важной прикладной задачей была и такая: научиться определять направление на Мекку для пяти ежедневных молитв, где бы не находился мусульманин.

Вклад ученых исламского мира

Особенно большое влияние на развитие тригонометрии оказал «Трактат о полном четырехугольнике» астронома Насирэддина ат-Туси (1201-1274).

Это было первое в мире сочинение, в котором тригонометрия трактовалась как самостоятельная область математики.

Вклад европейских математиков

Открытия ученых исламского мира долгое время оставались неизвестными европейским ученым, и тангенсы заново были открыты в XIV в. сначала английским ученым Т. Бравердином, а позднее немецким астрономом Региомонтаном (Иоганом Мюллером 1436-1476). Региомонтан составил обширные таблицы синусов (через 1 минуту с точностью до седьмой значащей цифры)

Вклад европейских ученых

За таблицами Региомонтана последовал ряд других, еще более подробных. Друг Коперника Ретикус (1514-1576) вместе с несколькими помощниками в течение 30 лет работал над таблицами, законченными и изданными в 1596 году его учеником Ото.

Углы шли через 10”, синусы имели 15 верных цифр.

Вывод.

В течение долгого времени

тригонометрия развивалась

как один из разделов астрономии.

2. Решение уравнений.

1) $6\sin^2 x - 5\sin x + 1 = 0$

D = 25–24 > 0 —> 2 корня

$y_1 = (5 + 1)/12$ $y_2 = (5-1)/12$ $y_1 = 1/2$ $y_2 = 1/3$.

Мы получим два уравнения:

$y = ½$; $y = 1/3$, тогда $\sin x = 1/2$; $\sin x = 1/3$

$x_1 = (-1)^к \arcsin 1/2 + Пk$; k э Z

$x_2 = (-1)^k \arcsin 1/3 + Пk$; k э Z

$x_1 = (-1)^k П/6 + Пk$; k э Z

Ответ:

$x_1 = (-1)^k П/6 + Пk$; k э Z.

$x_2 = (-1)^k \arcsin 1/3 + Пk$; k э Z.

Решите уравнения:

1)$2 + \cos x – 2\sin^2 x = 0$.

(замена $\sin^2 x = 1- \cos^2 x$)

2) $2\cos^2 x + \sin x +1 = 0$.

3) $6\cos^2 x + \cos x – 1= 0$.

3. Какие выводы мы можем сделать по уроку?

- Что нового вы сегодня узнали?
- Вам понравилось на уроке?
- Что вам понравилось больше всего?
- Как вы оцениваете свою работу на уроке?
- Оцените урок и ваше настроение после него по 5 – бальной шкале.
- *Спасибо за урок!*

Литература

- Энциклопедия для детей. Т.11. Математика. Главный редактор М. Д. Аксенова.- М:Аванта+,1999.-688с.: ил.
- Математика: Школьная энциклопедия. Гл. ред. С. М. Никольский. – М.: Большая Российская энциклопедия; Дрофа, 1997. – 527 с.: ил.
- Башмаков М. И. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов средней школы. – М.: Просвещение, 1993. – 352с.
- Колмогоров А. Н. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов средней школы. – М.: Просвещение, 1990. – 320с.
- Перельман Я. И. Занимательная геометрия. – ВАПАР, 1994. – 275с.