

Тригонометрические уравнения

Арксинус

$$\cos t = a$$

$$\cos t = 2/5$$

$$t \equiv t_1 \pm 2\pi k,$$

где $2\pi k$ — длина дуги
AM,

$$\text{а } t_2 = -t_1$$

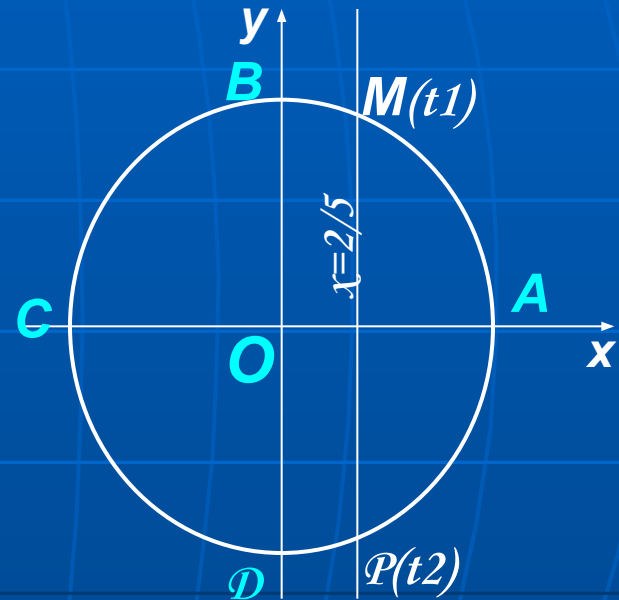


Рис. 1

$$t1 = \arccos 2/5$$

$$t2 = -\arccos 2/5$$

$$t1 \in [0; \pi/2]$$

$$\arccos 2/5$$



$$\cos t = 2/5$$



$$t = \arccos 2/5 + 2\pi k$$

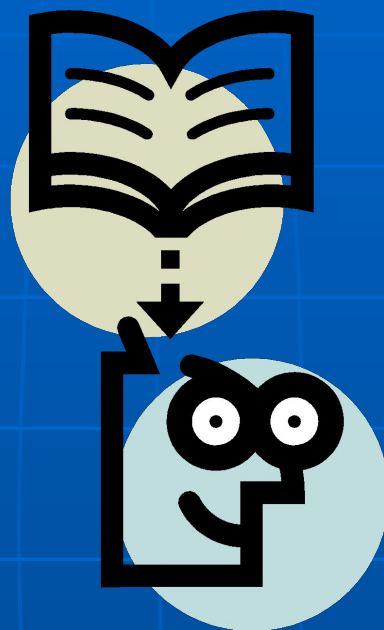
$$t = -\arccos 2/5 + 2\pi k$$



$$t = \pm \arccos 2/5 + 2\pi k$$



Что же такое *arccos 2/5*?



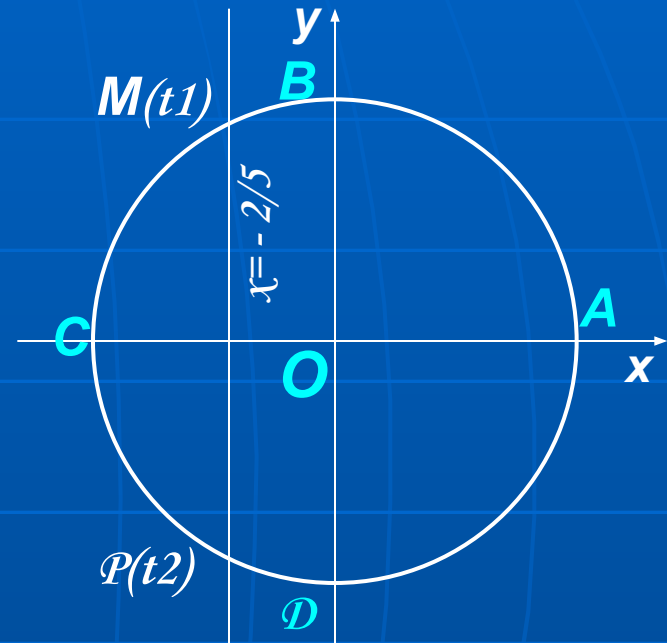
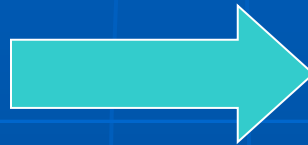
Это число (длина дуги AM), косинус которого равен $2/5$ и которое принадлежит отрезку $[0; \pi/2]$.

$$\cos t = a$$

$$\cos t = -2/5$$

$$t \equiv t_2 + 2\pi k,$$

где $2\pi k$ — длина дуги
AM,
а $t_2 = -t_1$



$$t = \arccos(-2/5) + 2\pi k$$

$$t = -\arccos(-2/5) + 2\pi k$$

$$t = \pm \arccos 2/5 + 2\pi k$$

Что же такое *arccos* $(-2/5)$?



Это число (длина дуги АМ), косинус которого равен $-2/5$ и которое принадлежит отрезку $[\pi/2; \pi]$.

Определени



Если $|a| \leq 1$, то $\arccos a$
(арккосинус a) – это такое число
из отрезка $[0; \pi]$, косинус
которого равен a .

Если $|a| \leq 1$, то

$$\arccos a = t \iff \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

Общий вывод о решении

уравнения $\cos t = a$



Если $|a| \leq 1$, то уравнение $\cos t = a$ имеет решения

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

\mathbb{Z}

Пример



Вычислить: $\arccos \frac{1}{2}$

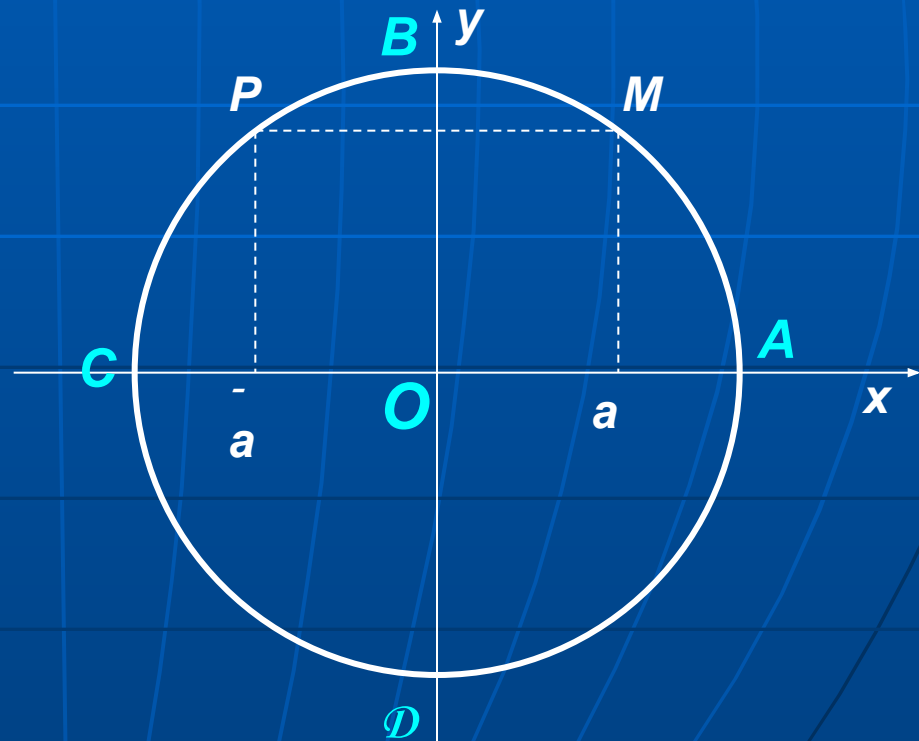
Решение:

Пусть $\arccos \frac{1}{2} = t$. Тогда $\cos t = \frac{1}{2}$ и $t \in [0; \pi]$. Значит, $t = \pi/3$, поскольку $\cos \pi/3 = \frac{1}{2}$ и $\pi/3 \in [0; \pi]$. Итак, $\arccos \frac{1}{2} = \pi/3$.

Теорема

Для любого $a \in [-1;1]$
выполняется равенство
 $\arccos a + \arccos (-a) = \pi$.

$$\begin{aligned} \arccos a + \arccos (-a) &= \\ \angle AM + \angle AP &= \angle PC + \angle AP = \\ \angle AC &= \pi \end{aligned}$$



**Спасибо за
внимание!**