Тригонометрические уравнения

Арксинус

$\cos t = a$

$\cos t = 2/5$

$t = t1 + 2\pi k,$

$t = t2 + 2\pi k,$

где $t1$ - длина дуги AM,

а $t2 = - t1$

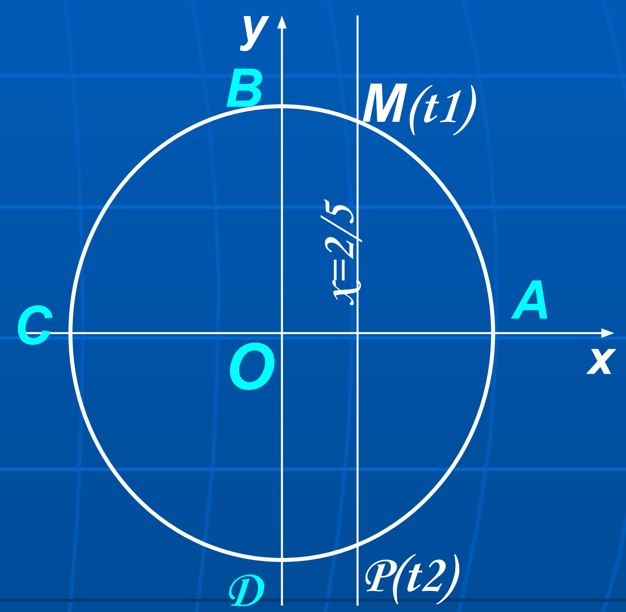


Рис. 1

$t_1 = \arccos 2/5$ $t_2 = -\arccos 2/5$

$t_1 \in [\,0;\, \pi/2\,]$

$\boxed{\arccos 2/5}$

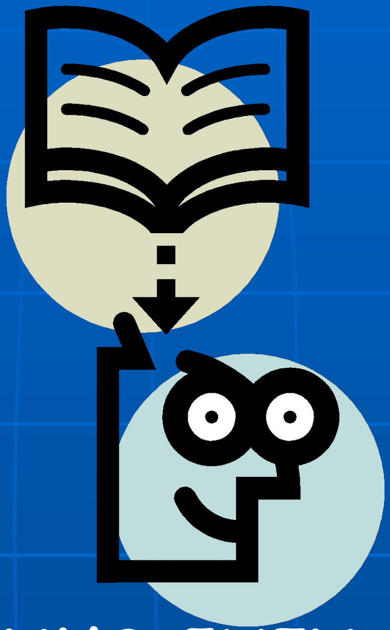
$\cos t = 2/5$

$t = \arccos 2/5 + 2\pi k$

$t = -\arccos 2/5 + 2\pi k$

$t = \pm\arccos 2/5 + 2\pi k$

Что же такое *arccos 2/5*?



Это число (длина дуги АМ), косинус которого равен 2/5 и которое принадлежит отрезку [0; π/2].

$\cos t = a$

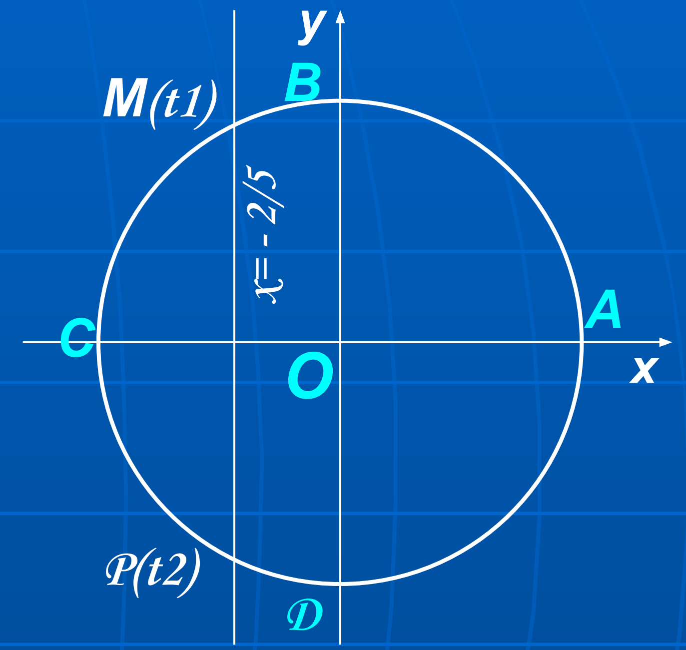
$\cos t = -2/5$

$t = t1 + 2\pi k,$

$t = t2 + 2\pi k,$

где $t1$ – длина дуги АМ,

а $t2 = -t1$



$t = \arccos(-2/5) + 2\pi k$

$t = -\arccos(-2/5) + 2\pi k$

$t = \pm\arccos 2/5 + 2\pi k$

Что же такое arccos (-2/5)?

Это число (длина дуги AM), косинус которого равен $-2/5$ и которое принадлежит отрезку $[\ \pi/2; \pi]$.

Определение

Если $|a|\le 1$, то arccos a (арккосинус a) – это такое число из отрезка $[\,0;\,\pi]$, косинус которого равен a.

Если $|a|\le 1$, то

$$\arccos a = t \iff \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \le t \le \pi. \end{cases}$$

Общий вывод о решении уравнения $\cos t = a$

Если |a|≤1, то уравнение cos t = a имеет решения

$$\boxed{t = \pm \arccos a + 2\pi k,\ k \in}$$ Z

Пример

Вычислить: arccos $\frac{1}{2}$

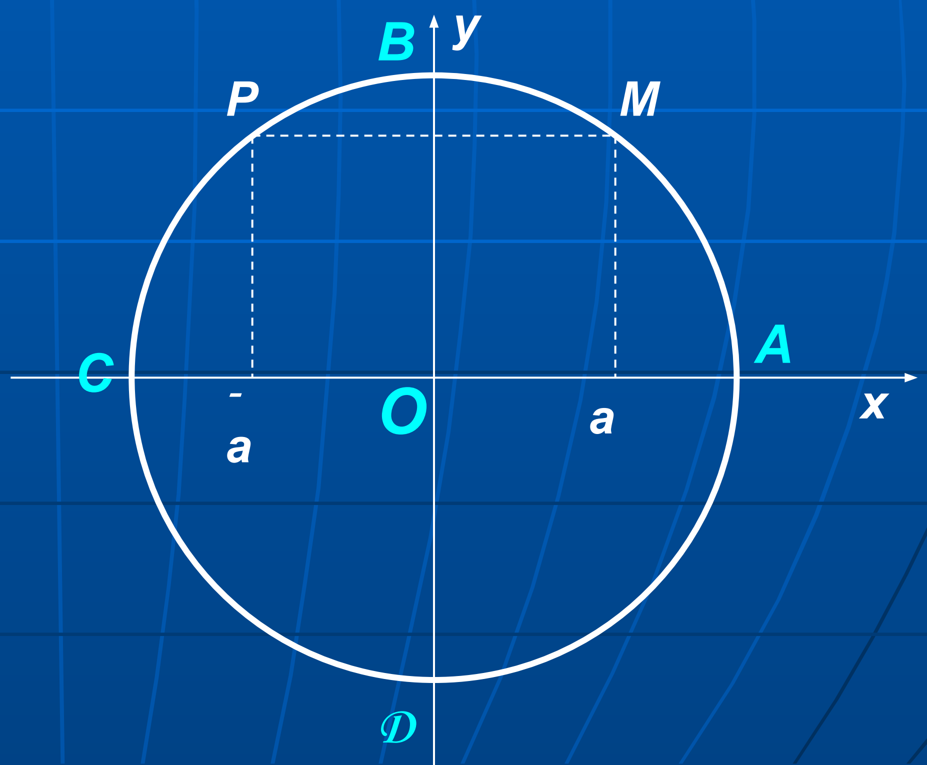
Решение:

Пусть arccos $\frac{1}{2}$ = t. Тогда cos t = $\frac{1}{2}$ и t є [0; π]. Значит, t = π/3, поскольку cos π/3 = $\frac{1}{2}$ и π/3 є [0; π]. Итак, arccos $\frac{1}{2}$ = π/3.

Теорема

Для любого а є [-1;1] выполняется равенство
arccos а + arccos (-а) = π.

$$\arccos a + \arccos(-a) =$$
$$\mathcal{AM} + \mathcal{AP} = \mathcal{PC} + \mathcal{AP} =$$
$$\mathcal{AC} = \pi$$



Спасибо за внимание!