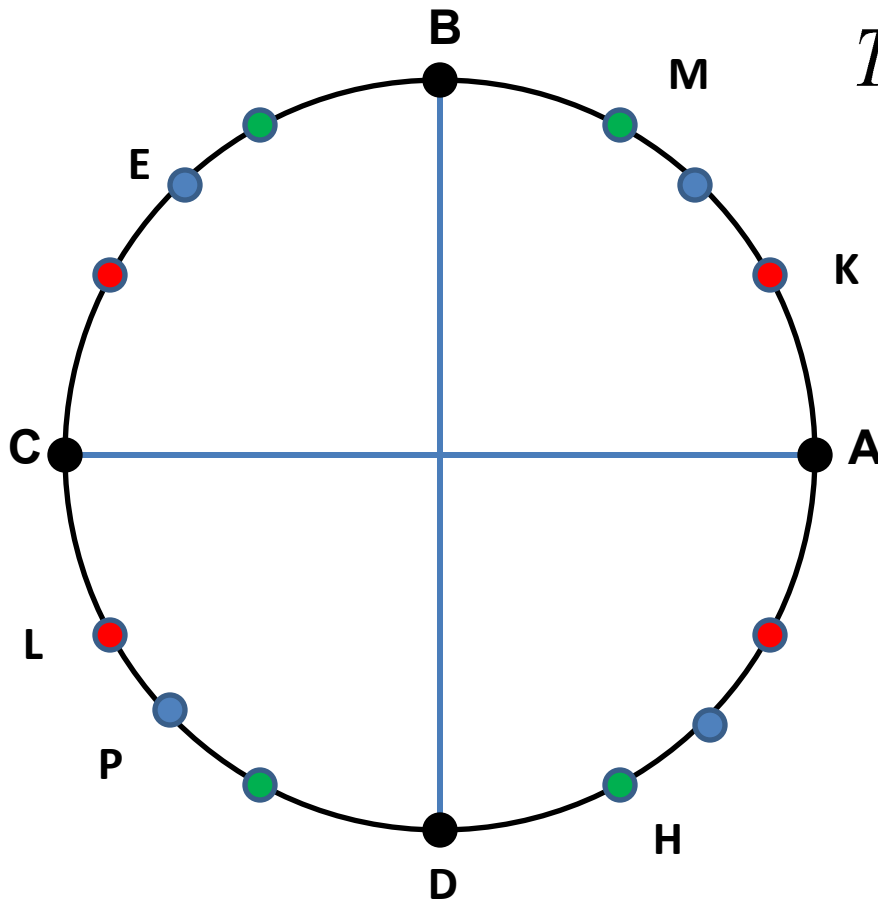


# Тригонометрия

# Единичная окружность



$$T\left(\frac{35\pi}{6}\right); S\left(-\frac{17\pi}{4}\right); G(-53\pi)$$

$$R\left(\frac{26\pi}{3}\right); F\left(-\frac{21\pi}{4}\right); Z(44\pi)$$

$$M_1\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$$

$$M_2\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

# Вычислить

$$\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\arcsin(-1) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\arccos \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$$

$$\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\arctg =$$

$$\sqrt{3} \quad \frac{\pi}{3}$$

$$(-\sqrt{3}) \quad -\frac{\pi}{3}$$

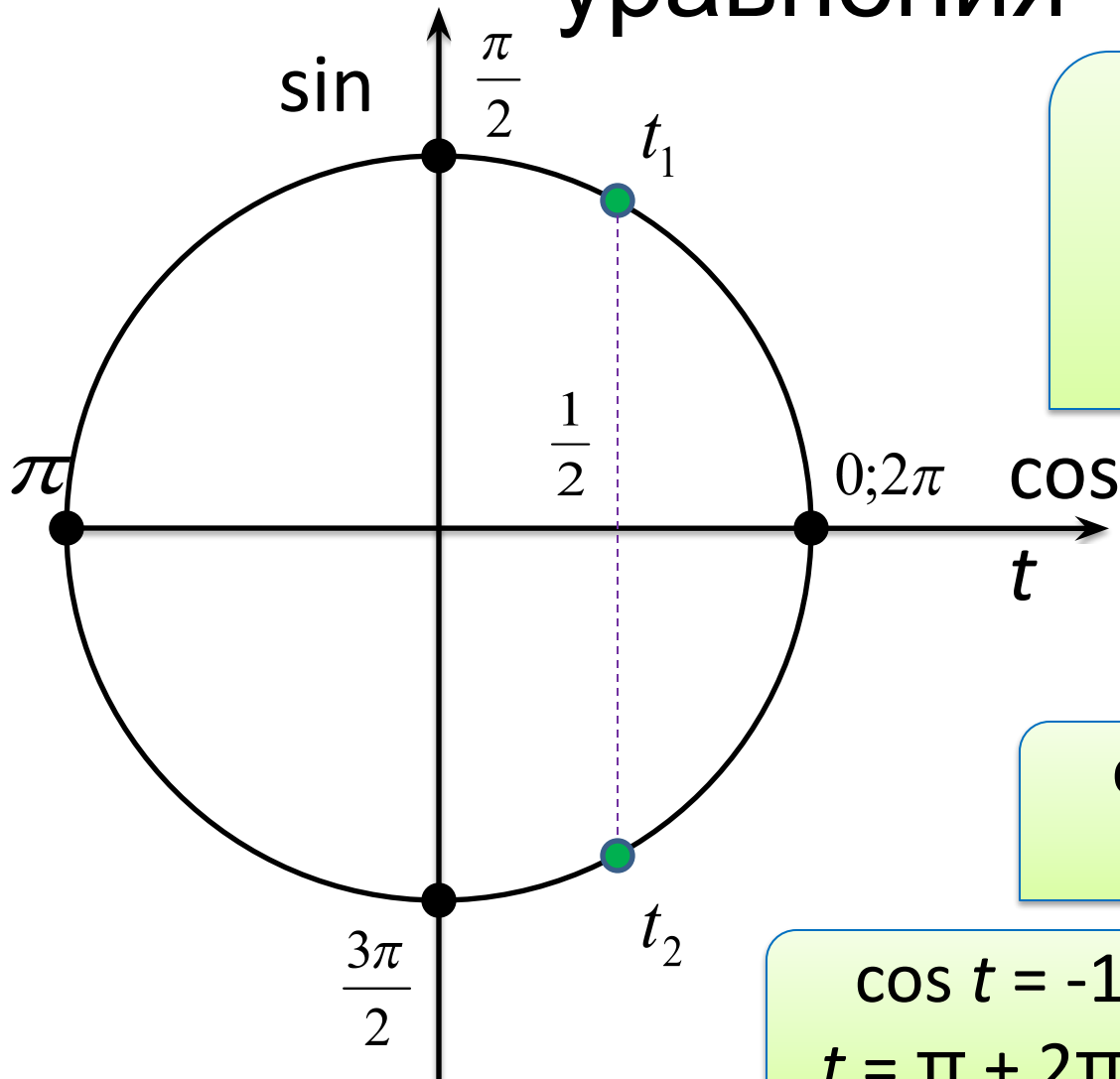
$$0$$

$$\frac{\pi}{4}$$

$$\frac{3\pi}{4}$$

—

# Простейшие тригонометрические уравнения



$$\cos t = 1/2$$

$$t_1 = \pi/3 + 2\pi k$$

$$t_2 = -\pi/3 + 2\pi k,$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\cos t = 0$$

$$t = \pi/2 + \pi k$$

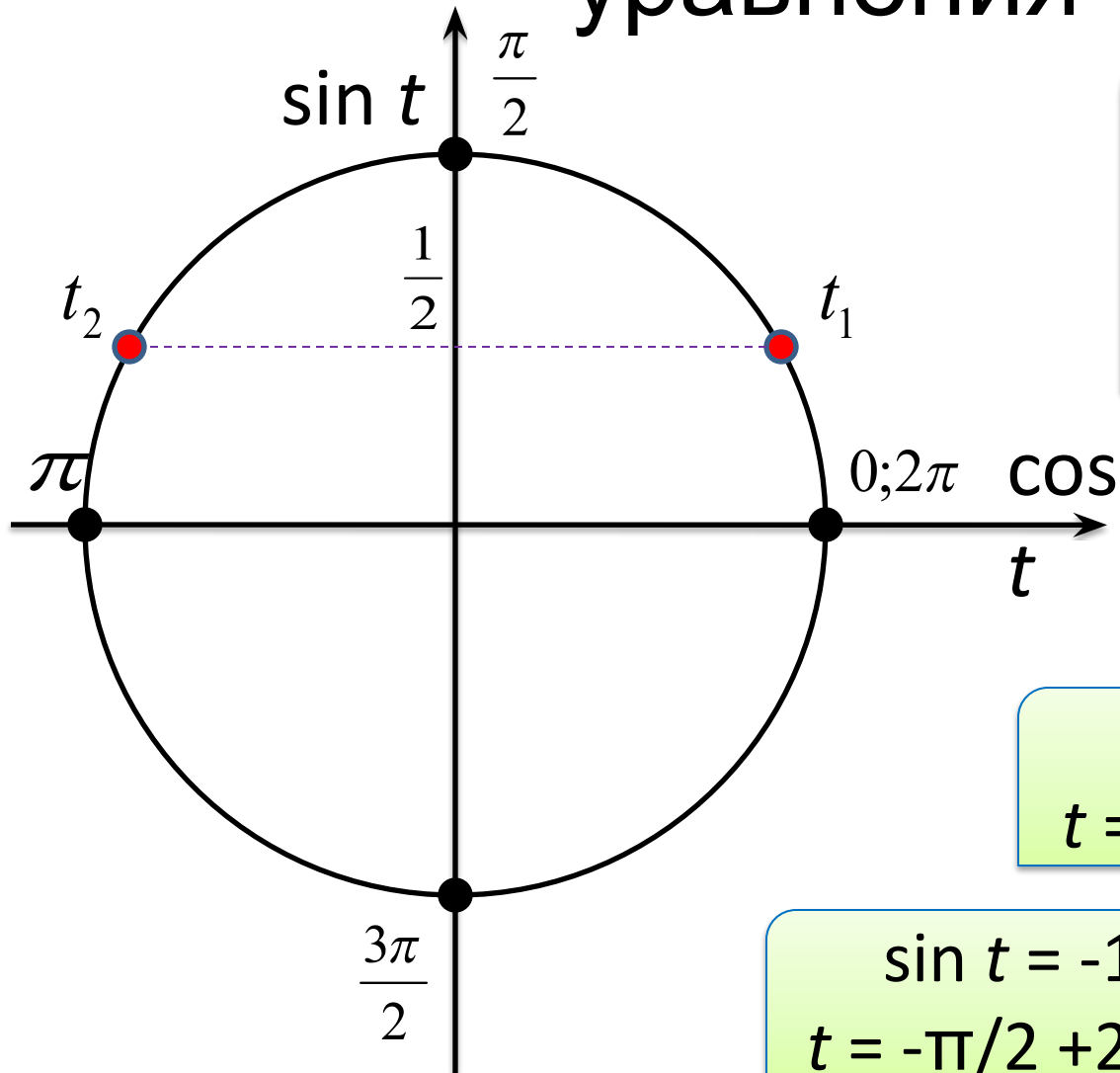
$$\cos t = 1$$

$$t = 2\pi k$$

$$\cos t = -1$$

$$t = \pi + 2\pi k$$

# Простейшие тригонометрические уравнения



$$\sin t = \frac{1}{2}$$

$$t_1 = \pi/6 + 2\pi k$$

$$t_2 = 5\pi/6 + 2\pi k,$$

$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\sin t = 0$$

$$t = \pi k$$

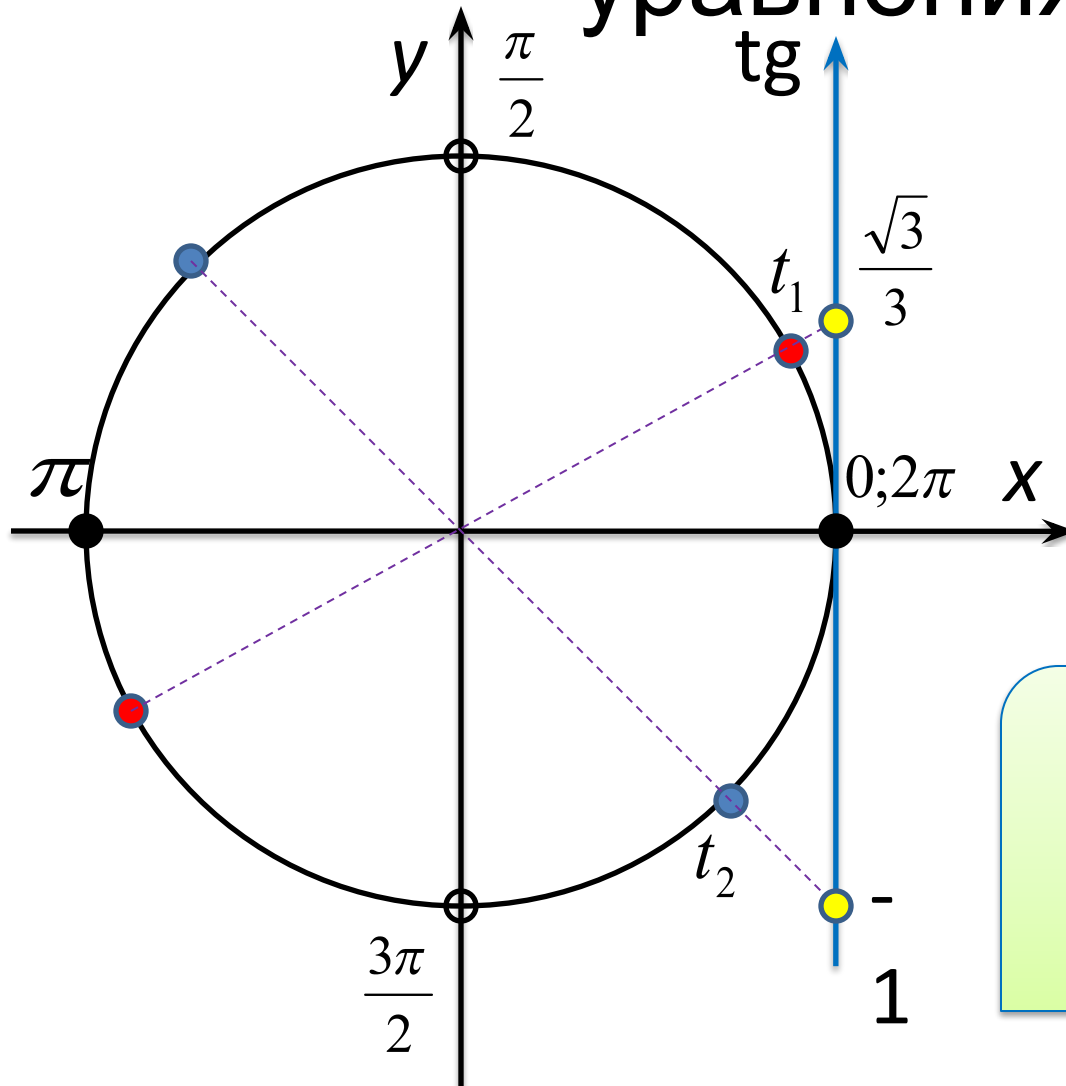
$$\sin t = 1$$

$$t = \pi/2 + 2\pi k$$

$$\sin t = -1$$

$$t = -\pi/2 + 2\pi k$$

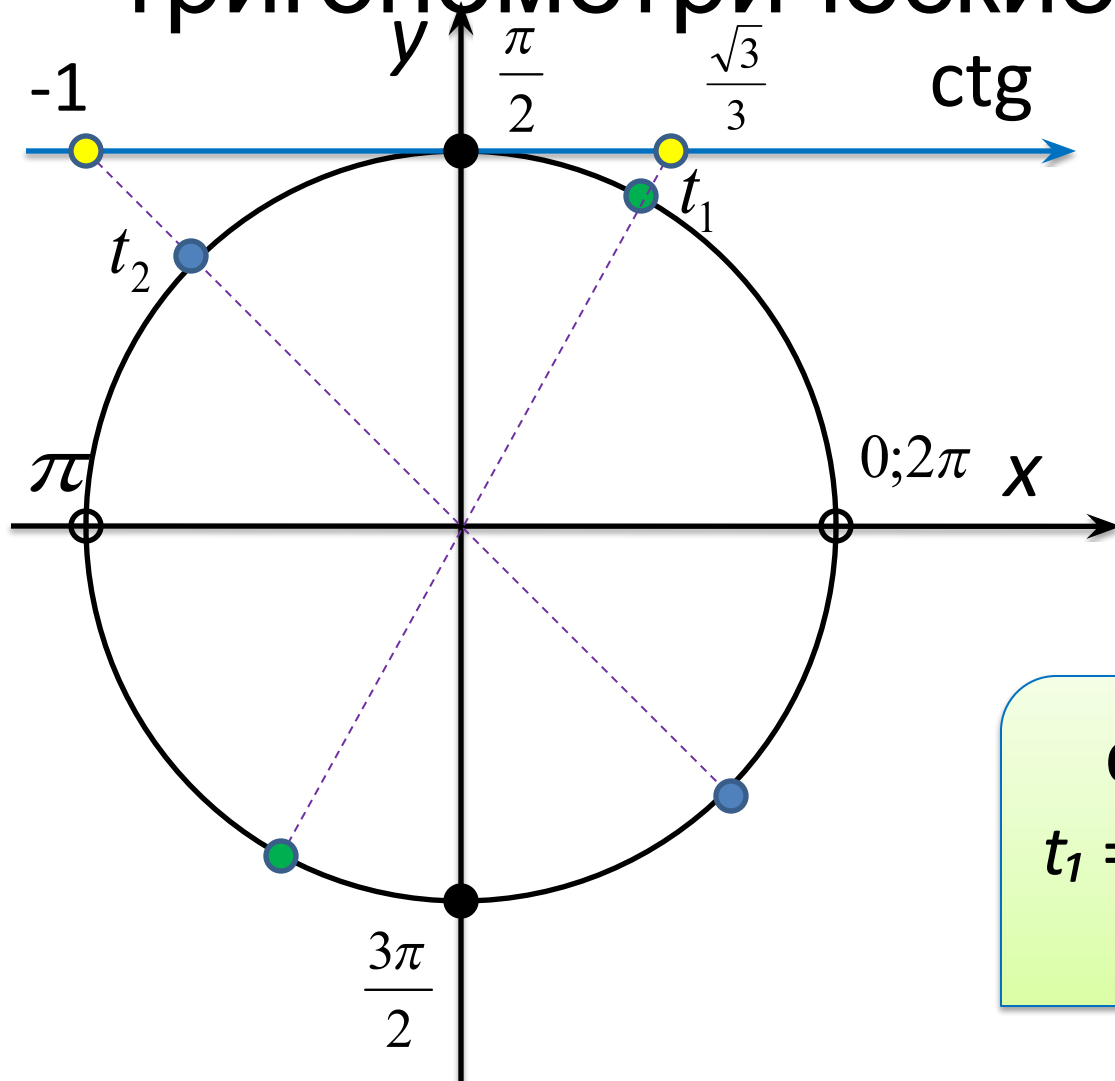
# Простейшие тригонометрические уравнения



$$\begin{aligned} \operatorname{tg} t &= \sqrt{3}/3 \\ t_1 &= \pi/6 + \pi k, \\ k &\in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} t &= -1 \\ t_2 &= -\pi/4 + \pi k, \\ k &\in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

# Простейшие тригонометрические уравнения



$$\text{ctg } t = \sqrt{3}/3$$
$$t_1 = \pi/3 + \pi k,$$
$$k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{ctg } t = -1$$
$$t_1 = 3\pi/4 + \pi k,$$
$$k \in \mathbb{Z}$$

# Упражнение

1. Вычислить  $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$
2. Вычислить  $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right)$
3. Вычислить  $\arccos \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
4. Вычислить  $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$
5. Вычислить  $\operatorname{arctg} \left(-\sqrt{3}\right)$
6. Вычислить  $\operatorname{arctg} \left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Варианты ответов:

- |                     |                     |                     |                     |
|---------------------|---------------------|---------------------|---------------------|
| а) $\frac{\pi}{3}$  | б) $\frac{\pi}{6}$  | в) $\frac{\pi}{4}$  | г) $\frac{\pi}{2}$  |
| а) $\frac{\pi}{3}$  | б) $\frac{2\pi}{3}$ | в) $-\frac{\pi}{3}$ | г) $-\frac{\pi}{6}$ |
| а) $\frac{\pi}{3}$  | б) $\frac{5\pi}{6}$ | в) $\frac{\pi}{4}$  | г) $\frac{\pi}{2}$  |
| а) $-\frac{\pi}{4}$ | б) $\frac{3\pi}{4}$ | в) $\frac{\pi}{4}$  | г) $\frac{\pi}{2}$  |
| а) $\frac{2\pi}{3}$ | б) $-\frac{\pi}{3}$ | в) $\frac{\pi}{6}$  | г) $-\frac{\pi}{6}$ |
| а) $\frac{5\pi}{6}$ | б) $\frac{3\pi}{4}$ | в) $\frac{2\pi}{3}$ | г) $-\frac{\pi}{6}$ |



# Простейшие тригонометрические уравнения

Общий вид	Ограничение	Частные случаи		
$\cos x = a,$ $ a  \leq 1,$ $x = \pm \arccos a + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$ a  > 1,$ корней нет	$a = 1,$ $\cos x = 1,$ $x = 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$a = 0,$ $\cos \frac{x}{2} = 0,$ $x = \pm \pi + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$a = -1,$ $\cos x = -1,$ $x = \pi + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$
$\sin x = a,$ $ a  \leq 1,$ $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$ a  > 1,$ корней нет	$a = 1,$ $\sin \frac{x}{2} = 1,$ $x = \pi + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$a = 0,$ $\sin x = 0,$ $x = \pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$	$a = -1,$ $\sin \frac{x}{2} = -1,$ $x = -\pi + 2\pi n,$ $n \in \mathbb{Z}$
$\operatorname{tg} x = a,$ $a = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	нет	----	----	----
$\operatorname{ctg} x = a,$ $a = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	нет	----	----	----

# Типы тригонометрических уравнений

Простейшие тригонометрические уравнения	1) $\sqrt{2} \cos x + 1 = 0$ 2) $\sin\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + 1 = 0$
Уравнения, приводимые к квадратным	3) $5 \cos^2 x + 6 \sin x - 6 = 0$
Однородные тригонометрические уравнения	4) $\sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$ 5) $\sin \frac{x}{2} = \sqrt{3} \cos \frac{x}{2}$

# Вычислите

$$\cos 23^\circ \cos 22^\circ - \sin 23^\circ \sin 22^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin 89^\circ \cos 1^\circ + \cos 89^\circ \sin 1^\circ = 1$$

$$\cos \frac{5\pi}{8} \cos \frac{3\pi}{8} + \sin \frac{5\pi}{8} \sin \frac{3\pi}{8} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \frac{\pi}{15} \cos \frac{2\pi}{5} - \cos \frac{\pi}{15} \sin \frac{2\pi}{5} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

Решите уравнение

$$\cos 3x \cos 5x - \sin 3x \sin 5x = 0$$

$$\cos 8x = 0$$

$$8x = \frac{\pi}{2} + \pi n$$

$$x = \frac{\pi}{16} + \frac{\pi n}{8}, n \in \mathbb{Z}$$

# Вычислите

$$\cos^2 \frac{\pi}{8} - \sin^2 \frac{\pi}{8} = \cos \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2 \cos 15^\circ \sin 15^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$4 \sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{12} = 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1$$

$$\begin{aligned} \cos^4 \frac{5\pi}{12} - \sin^4 \frac{5\pi}{12} &= (\cos^2 \frac{5\pi}{12} - \sin^2 \frac{5\pi}{12})(\cos^2 \frac{5\pi}{12} + \sin^2 \frac{5\pi}{12}) = \\ &= \cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

$$\sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 159^\circ \cos 99^\circ =$$

$$= \sin 21^\circ \cos 9^\circ + \cos 21^\circ \sin 9^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$