

Урок №

Тригонометрия. Формулы и их применение.

I.223. Привести к тригонометрической функции угла α :

a) $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$;

б) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)$;

в) $\operatorname{tg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$;

г) $\operatorname{ctg} \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$;

д) $\sin (\pi - \alpha)$;

e) $\cos (\pi - \alpha)$;

ж) $\operatorname{tg} (180^\circ + \alpha)$;

з) $\operatorname{ctg} (270^\circ - \alpha)$;

и) $\sin (360^\circ + \alpha)$;

к) $\cos (360^\circ - \alpha)$;

л) $\operatorname{tg} (\alpha - 360^\circ)$;

м) $\operatorname{ctg} (\alpha - 270^\circ)$;

н) $\cos (-\alpha + 270^\circ)$;

о) $\sin (180^\circ + \alpha)$;

п) $\cos (\alpha - 180^\circ)$;

р) $\sin^2 \left(\frac{5\pi}{2} + \alpha \right)$;

с) $\cos^2 (3\pi - \alpha)$;

т) $\operatorname{tg}^4 \left(\alpha - \frac{9\pi}{2} \right)$;

у) $\operatorname{ctg}^2 (90^\circ + \alpha)$;

ф) $\sin^2 (\alpha + 7\pi)$;

х) $\cos \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)$;

ц) $\cos \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha \right)$;

ч) $\sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)$.

I.229. Вычислить:

а) $\sin 120^\circ$;

б) $\operatorname{ctg}(-330^\circ)$;

в) $\cos 225^\circ$;

г) $\operatorname{tg}(-240^\circ)$;

д) $\cos(-150^\circ)$;

е) $\operatorname{ctg} 300^\circ$;

ж) $\sin 240^\circ$;

з) $\operatorname{tg} 210^\circ$;

и) $\cos 135^\circ$;

к) $\operatorname{ctg} 315^\circ$;

л) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{4}$;

м) $\cos \frac{5\pi}{4}$;

н) $\operatorname{ctg} \frac{11\pi}{6}$;

о) $\cos \frac{13\pi}{6}$;

п) $\cos\left(-\frac{4\pi}{3}\right)$;

р) $\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right)$;

с) $\operatorname{tg} \frac{7\pi}{6}$;

т) $\cos 10\pi$;

у) $\sin 7\pi$;

ф) $\sin 1110^\circ$;

х) $\operatorname{ctg}(-1200^\circ)$;

ц) $\operatorname{tg} 1050^\circ$;

ч) $\cos 855^\circ$;

ш) $\sin(-3810^\circ)$;

щ) $\cos \frac{47\pi}{6}$;

э) $\sin \frac{57\pi}{4}$;

ю) $\operatorname{tg} \frac{74\pi}{3}$;

я) $\operatorname{ctg}\left(-\frac{20\pi}{3}\right)$.

Вариант I

Вычислить (1—4).

1. $\boxed{3}$ $\sin \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{3}{5}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

2. $\boxed{3}$ $\cos \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{13}}{4}$, $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

3. $\boxed{5}$ $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{\frac{2}{7}}$, $6\pi < \alpha < \frac{13\pi}{2}$.

4. $\boxed{5}$ $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{4}{3}$, $5\pi < \alpha < \frac{11\pi}{2}$.

Вариант II

Вычислить (1—4).

1. $\boxed{3}$ $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{3}{5}$, $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$.

2. $\boxed{3}$ $\sin \alpha$ и $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{4}$, $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

3. $\boxed{5}$ $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sqrt{5}}{2}$, $8\pi < \alpha < \frac{17\pi}{2}$.

4. $\boxed{5}$ $\sin \alpha$ и $\cos \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \frac{3}{4}$, $3\pi < \alpha < \frac{7\pi}{2}$.

Сравнить числа (3—5).

3. $\boxed{2}$ $\sin \frac{\pi}{5}$ и $\sin \left(-\frac{\pi}{5} \right)$.

4. $\boxed{2}$ $\cos \left(-\frac{\pi}{12} \right)$ и $\cos \frac{\pi}{12}$.

5. $\boxed{2}$ $\operatorname{tg}(-4)$ и $\operatorname{tg} 4$.

Вычислить (6—9).

6. $\boxed{3}$ $\operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{4} \right) + \cos \left(-\frac{\pi}{4} \right) + \sin \left(-\frac{\pi}{4} \right)$.

7. $\boxed{3}$ $\sin \left(-\frac{\pi}{6} \right) - \cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) - \operatorname{tg} \left(-\frac{\pi}{6} \right)$.

8. $\boxed{3}$ $\sin \left(-\frac{3\pi}{2} \right) + \cos(-11\pi)$.

9. $\boxed{4}$ $\operatorname{tg}(-780^\circ) - \operatorname{ctg}(-390^\circ)$.

Упростить выражение (10—12).

10. $\boxed{4}$ $\frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha) + \sin(-\alpha)} + \frac{\cos(-\alpha)}{\cos(-\alpha) - \sin \alpha}$.

11. $\boxed{5}$ $\frac{\cos \alpha - \sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha)} + \operatorname{tg}(-\alpha)$. 12. $\boxed{6}$ $\frac{\operatorname{tg}^2(-\alpha) + \sin(-\alpha)}{\operatorname{tg}(-\alpha)} - \operatorname{tg}(-\alpha)$.

Вариант II

Сравнить числа (3—5).

3. $\boxed{2}$ $\sin\left(-\frac{\pi}{8}\right)$ и $\sin\frac{\pi}{8}$.

4. $\boxed{2}$ $\cos\left(-\frac{\pi}{10}\right)$ и $-\cos\frac{\pi}{10}$.

5. $\boxed{2}$ $\operatorname{tg}(-4)$ и $-\operatorname{tg}4$.

Вычислить (6—9).

6. $\boxed{3}$ $\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

7. $\boxed{3}$ $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \operatorname{ctg}\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

8. $\boxed{3}$ $\cos\left(-\frac{3\pi}{2}\right) + \sin(-7\pi)$.

9. $\boxed{4}$ $\operatorname{ctg}(-1125^\circ) - \operatorname{tg}(-405^\circ)$.

Упростить выражение (10—12).

10. $\boxed{4}$ $\frac{\cos(-\alpha)}{\cos(-\alpha) - \sin(-\alpha)} - \frac{\sin(-\alpha)}{\cos(-\alpha) + \sin\alpha}$.

11. $\boxed{5}$ $\operatorname{ctg}(-\alpha) + 1 - \frac{\cos(-\alpha) - \sin(-\alpha)}{\sin(-\alpha)}$.

12. $\boxed{6}$ $\frac{\operatorname{ctg}^2(-\alpha) - \cos(-\alpha)}{\operatorname{ctg}(-\alpha)} - \operatorname{ctg}(-\alpha)$.

Вариант I

Вычислить с помощью формул приведения (1—2).

1. [2] $\cos 315^\circ + \sin 210^\circ + \operatorname{tg} 420^\circ$.

2. [3] $\sin \frac{13\pi}{6} - \cos \frac{11\pi}{6} + \operatorname{ctg} \frac{11\pi}{4}$.

3. [4] Определить знак числового выражения

$$\frac{\sin 100^\circ \cos 200^\circ \operatorname{tg} 300^\circ}{\sin 1}.$$

Сравнить числа (4—6).

4. [2] $\sin 500^\circ$ и $\cos 600^\circ$.

5. [3] $\sin 5,3\pi$ и $\cos 4,3\pi$.

6. [4] $\sin 12$ и $\cos 13$.

Упростить выражение и найти его числовое значение (7—8).

7. [6]
$$\frac{\sin(\alpha - \pi) - \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}{\cos(\alpha - \pi) + \sin\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)}$$
 при $\alpha = \frac{5\pi}{4}$.

8. [6]
$$\frac{\sin\left(\frac{19\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(7\pi + \alpha)}{\cos\left(\frac{11\pi}{2} + \alpha\right) - \sin(\alpha - \pi)}$$
 при $\alpha = \frac{5\pi}{6}$.

Вариант II

Вычислить с помощью формул приведения (1—2).

1. [2] $\sin 225^\circ + \cos 330^\circ + \operatorname{ctg} 510^\circ$.

2. [3] $\sin \frac{17\pi}{6} + \cos \frac{14\pi}{3} - \operatorname{tg} \frac{13\pi}{4}$.

3. [4] Определить знак числового выражения

$$\frac{\sin 300^\circ \operatorname{tg} 200^\circ \cos 100^\circ}{\cos 2}.$$

Сравнить числа (4—6).

4. [2] $\cos 580^\circ$ и $\sin 460^\circ$. 5. [3] $\sin 5,8\pi$ и $\cos 6,1\pi$.

6. [4] $\sin 13$ и $\cos 9$.

Упростить выражение и найти его числовое значение (7—8).

7. [6] $\sin \left(\alpha - \frac{3\pi}{2} \right) (1 + \operatorname{tg}^2(\alpha - \pi))$ при $\alpha = \frac{2\pi}{3}$.

8. [6] $\frac{\operatorname{tg}(\pi + \alpha) - \operatorname{tg}(4\pi - \beta)}{1 + \operatorname{ctg} \left(\frac{5\pi}{2} + \alpha \right) \operatorname{tg} \beta}$ при $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\beta = \frac{\pi}{12}$.

Доказать тождество (9—11).

9. [5] $\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \left(\beta + \frac{3\pi}{2} \right) = -1$.

10. [6] $\frac{\sin \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha \right)}{\operatorname{tg}(\pi + \alpha)} \cdot \frac{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{2} + \alpha \right)}{\operatorname{tg} \left(\alpha - \frac{3\pi}{2} \right)} = -\sin \alpha$.

11. [7] $\cos \left(\frac{5\pi}{4} - \alpha \right) - \sin \left(\frac{7\pi}{4} - \alpha \right) = 0$.