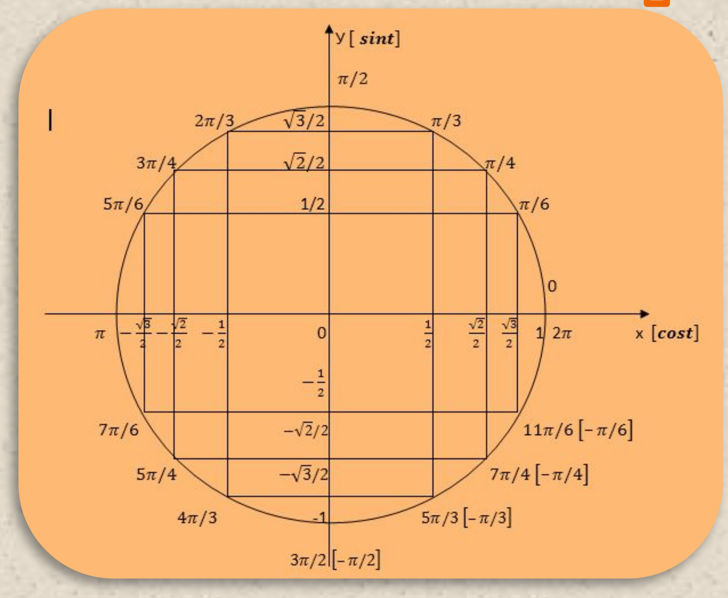
Тригонометрия

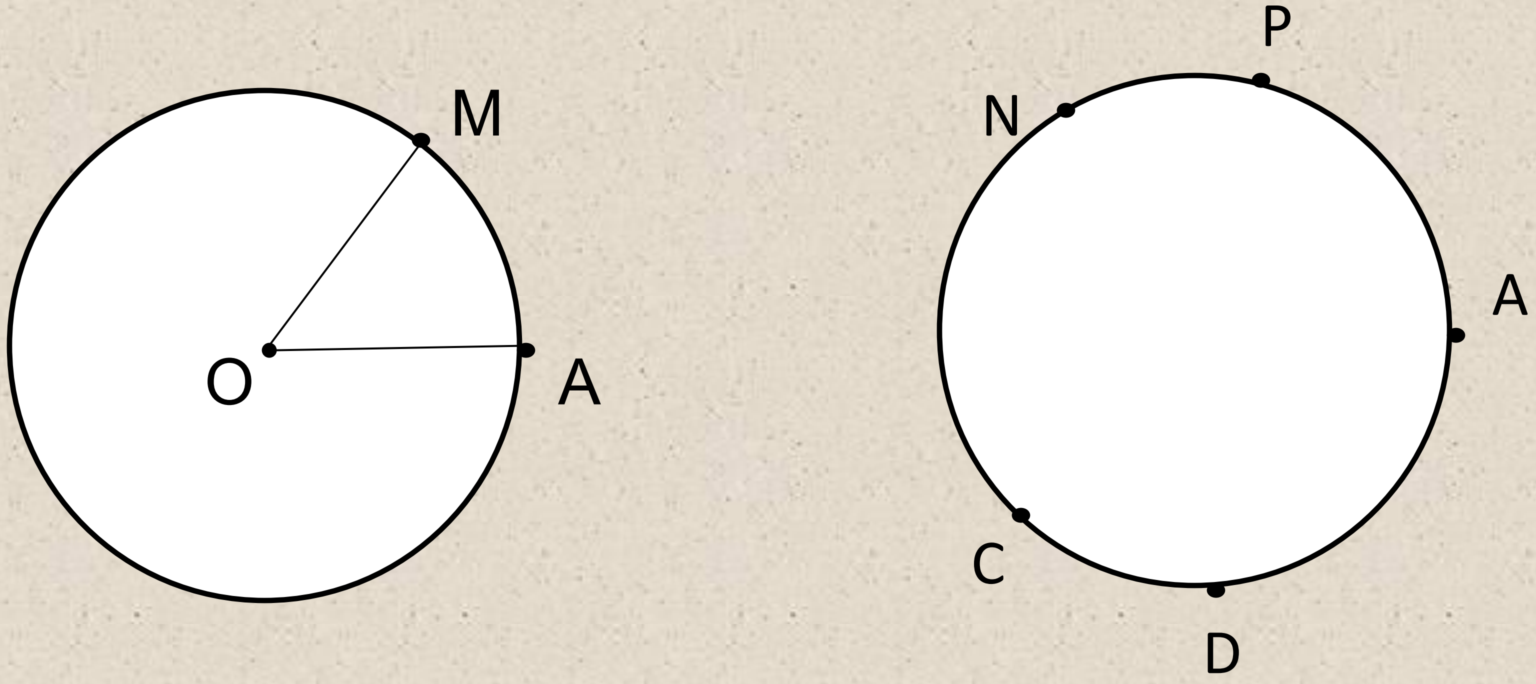
Числовая окружность. Формулы.



$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$$

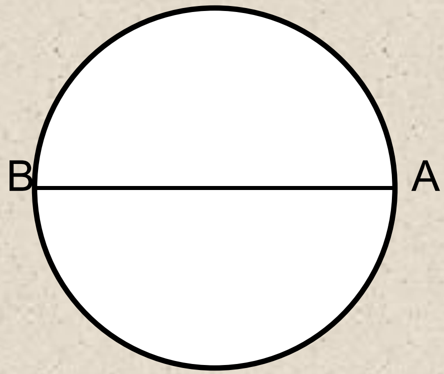
Попкова Т.Г. МОУ СОШ № 2 Горячий Ключ

Окружность

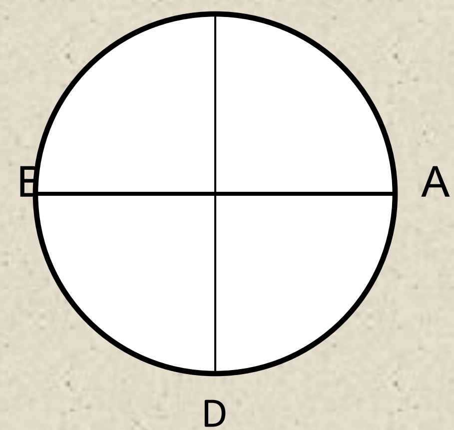


Деление на части

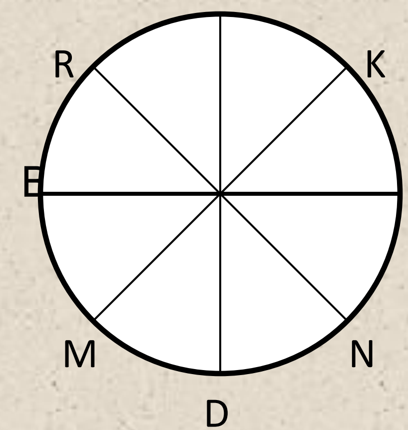
1)на 2 части



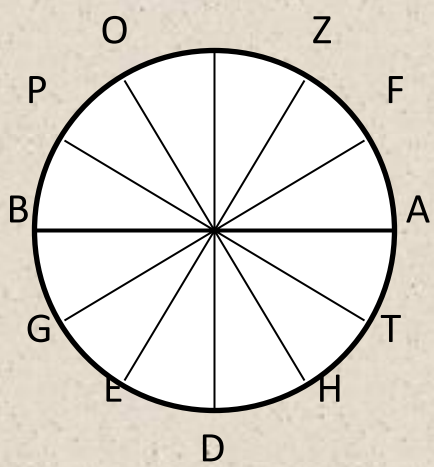
2)на 4 части C



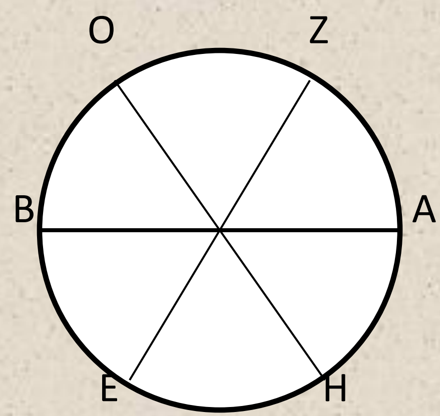
3)на 8 частей C



4)на 12 частей C



5)на 6 частей



Указать длины дуг: 2)AD

3)AR, KM, ND, AM, NA

4)AO, AG, CB, CE, AT, AE, PE

5)AZ, ZB, AB, ZH, OZ

Отметить на числовой окружности точки М(t) такие, что:

1)t = 1; 4; - 3

1 рад≈57°

2)t = π; π/3; -π/6; 7π

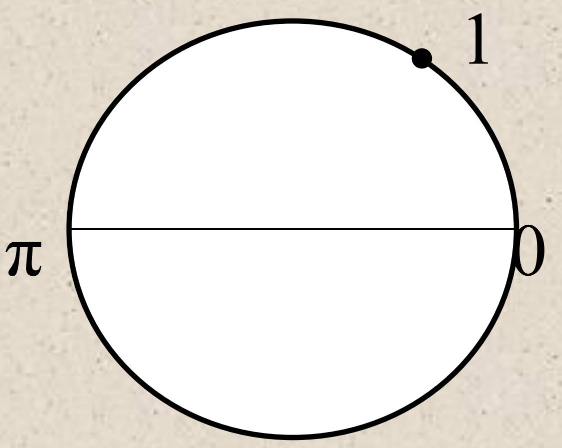
π≈3,14

3)t = - 0,5π; 2,5π; - 0,75π

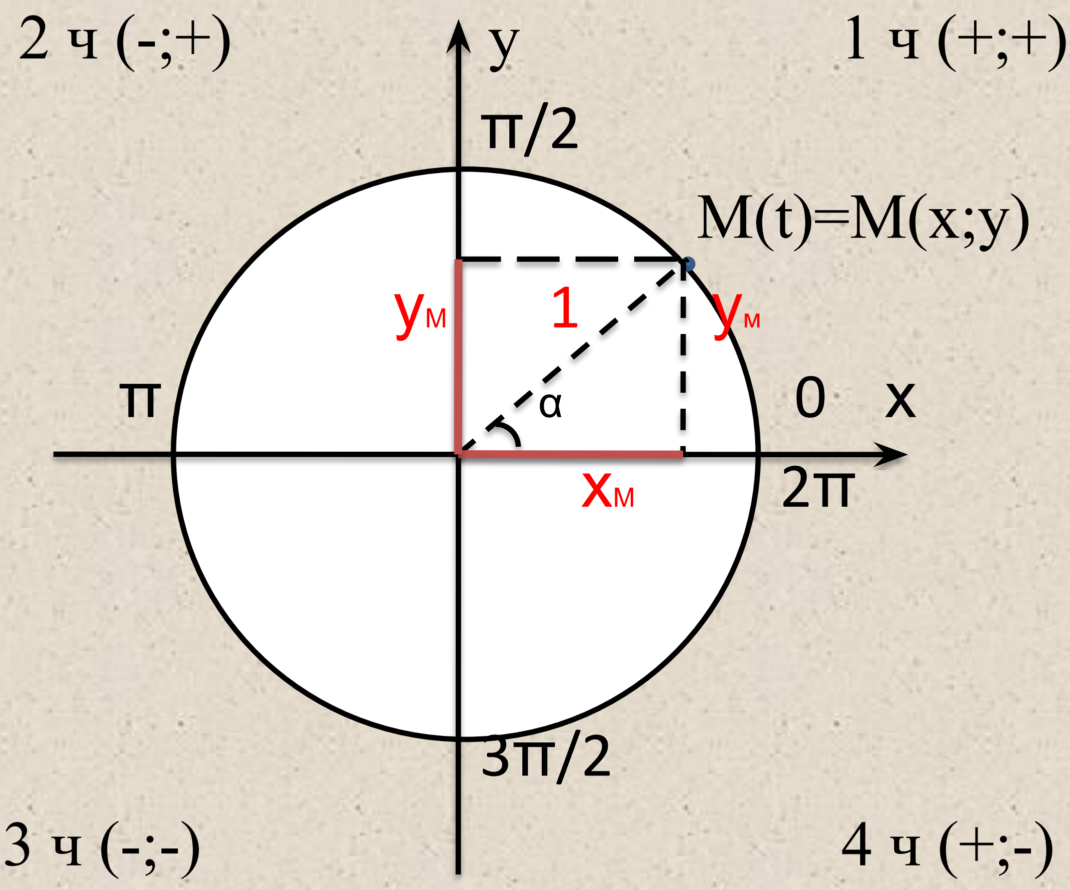
π(рад)=180°

4)t = 2π/3; - 5π/6; 7π/4;

5)t = - 11π/3; 25π/6; 19π/4



Числовая окружность в системе координат.



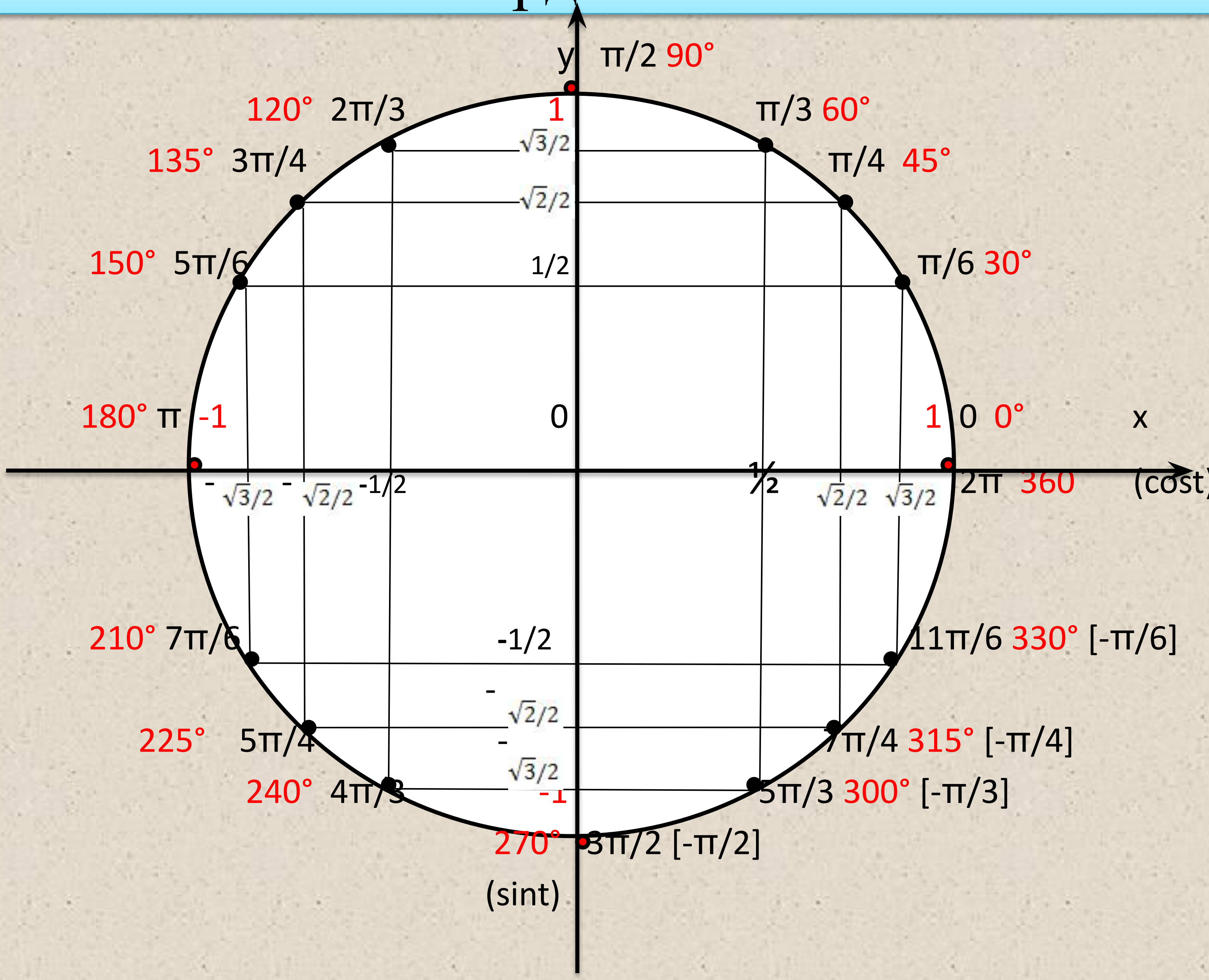
$x_м = \cos\alpha = \cos t$

$y_м = \sin\alpha = \sin t$

$y/x = \mathrm{tg}\, t$

$x/y = \mathrm{ctg}\, t$

Координаты

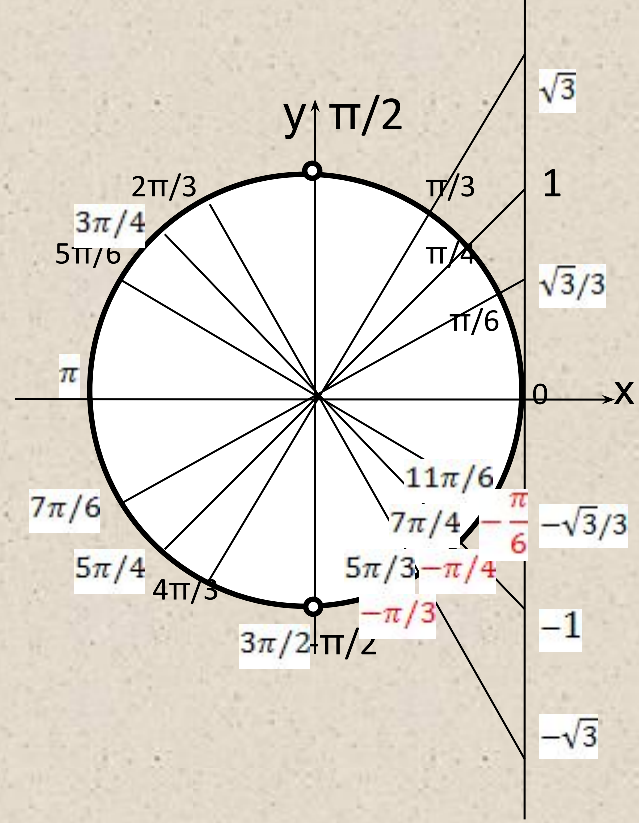


y
π/2 90°
1
120° 2π/3
π/3 60°
√3/2
135° 3π/4
π/4 45°
√2/2
150° 5π/6
1/2
π/6 30°
180° π -1
0
1 0 0°
x
- √3/2
- √2/2
-1/2
½
√2/2
√3/2
2π 360
(cost)
210° 7π/6
-1/2
11π/6 330° [-π/6]
- √2/2
225° 5π/4
7π/4 315° [-π/4]
- √3/2
240° 4π/3
-1
5π/3 300° [-π/3]
270°
3π/2 [-π/2]
(sint)

Тангенс и котангенс

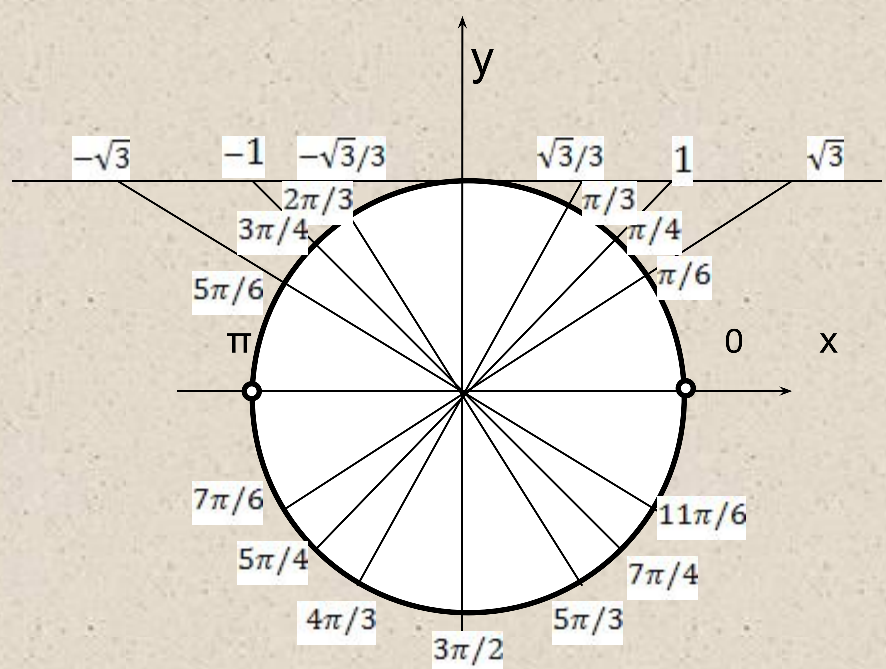
Линия тангенсов

tg t ЄR , но t ‡ π/2 + π k, kЄZ



ctg t ЄR, но t ‡ 0 + πk, kЄZ

Линия котангенсов



Знаки и значения

1.sint > 0 в 1ч и 2ч;
sint < 0 в 3ч и 4ч;
sint Є [-1;1]

2.cost > 0 в 1ч и 4ч;
cost < 0 в 2ч и 3ч;
cost Є [-1;1]

1)$\sin^2 t + \cos^2 t = 1$

2) $y^2 + x^2 = 1$

3. tgt > 0 в 1ч и 3ч;
tgt < 0 в 2ч и 4ч;
tgt Є R

4.ctgt > 0 в 1ч и 3ч;
ctgt < 0 в 2ч и 4ч;
ctgt Є R

3)tgt = sint/cost ; ctgt = cost/sint

4)tgt = y/x ; ctgt = x/y

5)tgt·ctgt = 1

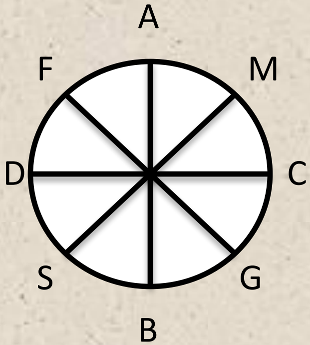
Самостоятельная работа № 1

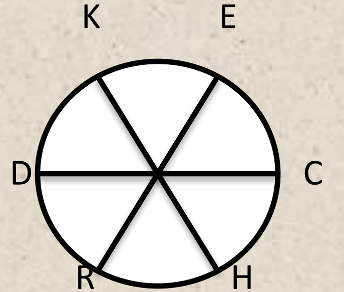
1 вариант	**2 вариант**	**3 вариант**

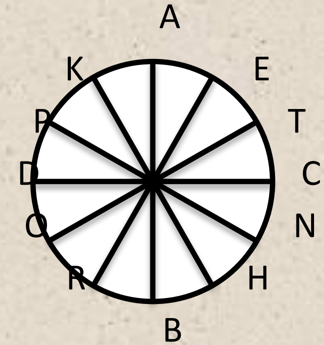
1.На числовой окружности отметить числа:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
13π/6; - 1; 10π	9π/4; 2; -8π	-5π/3; 3; 6π

2.Единичная окружность разбита на части:







Найдите длины следующих дуг:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
CA, CS, CG, BD	CE, CR, CH, HR	CT, CP, CN, RD

3.Определить знак числа:

1 вариант	2 вариант	3 вариант
1) cos 95°	1) cos 280°	1) cos 190°
2) sin 7π/3	2) sin 11π/6	2) sin 13π/4
3) tg (-π/6)	3) tg (-π/4)	3) tg (-π/3)

Работа с формулами

№1. <u>Дано</u>: $\cos t = 0{,}4$; $90° < t < 180°$

<u>Найти</u>: $\sin t$.

<u>Решение</u>:

<u>1 способ</u>.

1) $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$,

$\sin^2 t = 1 - \cos^2 t$,

$\sin^2 t = 1 - 0{,}16$,

$\sin^2 t = 0{,}84$,

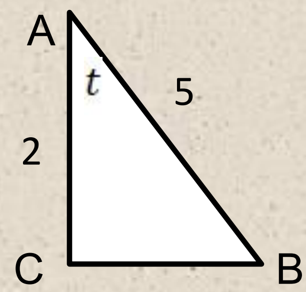
Т.К. $t \in 2$ч, то $\sin t > 0$

$\sin t = +\sqrt{0{,}84}$

$\sin t = \sqrt{\frac{84}{100}} = \sqrt{\frac{21}{25}} = \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

<u>2 способ</u>. $\cos t = 2/5$; $CB = \sqrt{5^2 - 2^2} = \sqrt{21}$



Т.К. $t \in 2$ч, то $\sin t > 0$. Значит, $\sin \frac{\sqrt{21}}{5}$

Ответ: $\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Основные тригонометрические тождества

1. $sin^2 t + cos^2 t = 1$ $, 1 - sin^2 t = cos^2 t$

$1 - cos^2 t = sin^2 t$

2. $tgt = \frac{sint}{cost}$

3. $ctgt = \frac{cost}{sint}$

4. $tgt \cdot ctgt = 1$

5. $tg^2 t + 1 = \frac{1}{cos^2 t}$

6. $ctg^2 t + 1 = \frac{1}{sin^2 t}$

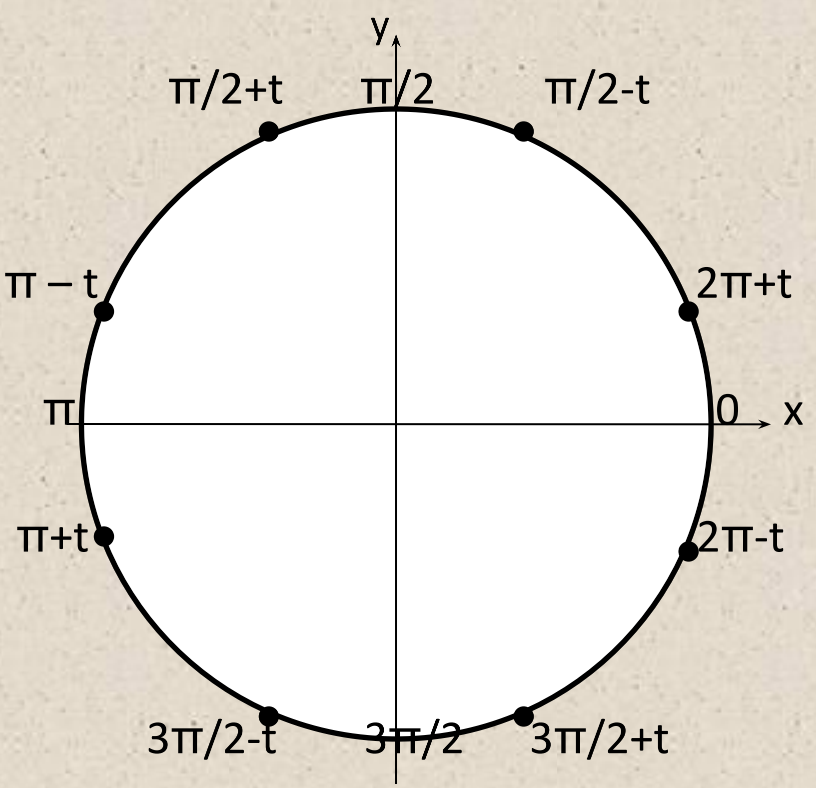
7. $\sin(-t) = -sint$

8. $tg(-t) = -tgt$

9. $ctg(-t) = -ctgt$

10. $\cos(-t) = cost$

Формулы приведения



1). Определить четверть

2).Определить знак функции в четверти

3).От ОХ – не меняем на ко функцию;

От ОУ – меняем на ко функцию.

Формулы сложения

1. $\sin(x + y) = \sin x \cdot \cos y + \sin y \cdot \cos x$
2. $\cos(x + y) = \cos x \cdot \cos y - \sin x \cdot \sin y$
3. $\sin(x - y) = \sin x \cdot \cos y - \sin y \cdot \cos x$
4. $\cos(x - y) = \cos x \cdot \cos y + \sin x \cdot \sin y$

5. $$tg(x + y) = \frac{tgx + tgy}{1 - tgx \cdot tgy}$$

6. $$tgt(x - y) = \frac{tgx - tgy}{1 + tgx \cdot tgy}$$

Формулы двойного и половинного аргумента

1. $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$;

2. $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$;

3. $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$;

4. $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$;

5. $tg2x = \dfrac{2tgx}{1 - tg^2x}$;

6. $\sin^2 x = \dfrac{1 - \cos 2x}{2}$

7. $\cos^2 x = \dfrac{1 + \cos 2x}{2}$

Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение

1. $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$

2. $\sin x - \sin y = 2\sin\frac{x-y}{2}\cdot\cos\frac{x+y}{2}$

3. $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cdot\cos\frac{x-y}{2}$

4. $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\cdot\sin\frac{x-y}{2}$

5. $A\cos x + B\sin x = \sqrt{A^2+B^2}\cos(x-\varphi)$, где

$\varphi = \arccos\frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}}$ - *вспомогательный угол*